Una historia de proporciones®

Eureka Math™

8.º grado Módulo 5

Archivo del estudiante_A

Contiene Trabajo en clase y Tareas reproducibles

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Impreso en EE. UU.
Este libro puede comprarse directamente en la editorial en eureka-math.org
10 9 8 7 6 5 4 3 2

G8-M5-SFA-1.1.0-07.2017

Lección 1: El concepto de función

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Supongamos que un objeto en movimiento se desplaza 256 pies en 4 segundos. Supongamos que el objeto se desplaza a una velocidad constante, es decir, el movimiento del objeto puede ser descrito por una ecuación lineal. Escribe una ecuación lineal con dos variables para representar la situación y usa la ecuación para predecir hasta qué punto el objeto se ha movido en las cuatro horas mostradas.

Número de segundos en movimiento (x)	Distancia recorrida en pies (y)
1	
2	
3	
4	

Ejemplo 2

El objeto, una piedra, se deja caer desde una altura de 256 pies. Toma exactamente 4 segundos que la piedra golpee el suelo. ¿Hasta qué punto cae la piedra en los primeros 3 segundos? ¿Qué pasa con los últimos 3 segundos? ¿Podemos suponer que la velocidad es constante en esta situación? Es decir, ¿esta situación puede expresarse mediante una ecuación lineal?

Número de segundos (x)	Distancia recorrida en pies (y)
1	
2	
3	
4	

Ejercicios 1–6

Utiliza la tabla para responder a los Ejercicios 1-5.

Número de segundos (x)	Distancia recorrida en pies (y)
0.5	4
1	16
1.5	36
2	64
2.5	100
3	144
3.5	196
4	256

1. Realiza dos predicciones que se pueden hacer a partir de esta tabla.

2. Realiza una predicción que requiera más información.

3. ¿Cuál es la velocidad media del objeto entre 0 y 3 segundos? ¿Cómo se compara esto con la velocidad media calculada durante el mismo intervalo en el Ejemplo 1?

$$\text{Velocidad promedio} = \frac{\text{distancia recorrida durante un intervalo de tiempo dado}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

4. Echa un vistazo más de cerca a los datos de la piedra que cae al contestar las siguientes preguntas.
   a. ¿Cuántos pies recorrió la caída de la piedra entre 0 y 1 segundos?

   b. ¿Cuántos pies recorrió la caída de la piedra entre 1 y 2 segundos?

   c. ¿Cuántos pies recorrió la caída de la piedra entre 2 y 3 segundos?

   d. ¿Cuántos pies recorrió la caída de la piedra entre 3 y 4 segundos?

   e. Compara las distancias de la caída de la piedra de un intervalo de tiempo al siguiente. ¿Qué notas?

5. ¿Cuál es la velocidad media de la piedra en cada intervalo de $\mathbf{0.5}$ segundo? Por ejemplo, la velocidad media en el intervalo de $\mathbf{3.5}$ segundos a $\mathbf{4}$ segundos es

$$\frac{\text{distancia recorrida durante un intervalo de tiempo dado}}{\text{intervalo de tiempo}} = \frac{256-196}{4-3.5} = \frac{60}{0.5} = 120;\ 120 \text{ pies por segundo}$$

Repite este procedimiento para cada intervalo de medio segundo. Luego responde la pregunta que sigue.

   a. Intervalo entre 0 y 0.5 segundos:

   b. Intervalo entre 0.5 y 1 segundos:

   c. Intervalo entre 1 y 1.5 segundos:

   d. Intervalo entre 1.5 y 2 segundos:

e. Intervalo entre 2 y 2.5 segundos:

f. Intervalo entre 2.5 y 3 segundos:

g. Intervalo entre 3 y 3.5 segundos:

h. Compara la velocidad media entre cada intervalo de tiempo. ¿Qué notas?

6. ¿Hay algún patrón en los datos de la piedra que cae? Anota tus pensamientos a continuación.

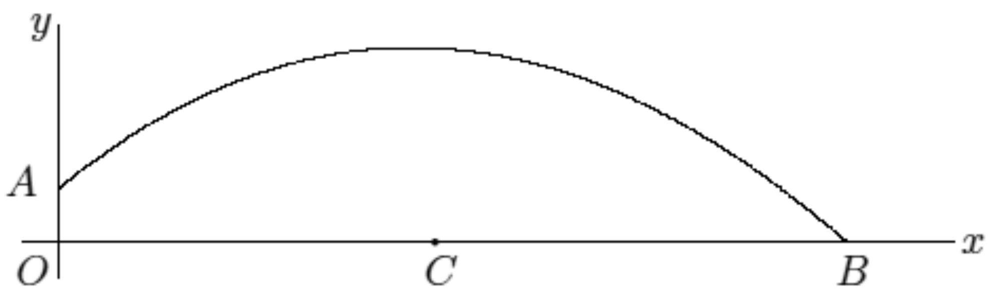
Tiempo del intervalo en segundos **(t)**	1	2	3	4
Distancia a la que la piedra cayó en pies **(y)**	16	64	144	256

Resumen de la lección

Una función es una regla que describe cada valor de una cantidad en un solo valor de una segunda cantidad. A pesar de que puede que no tengamos una fórmula para esa regla, vemos que las funciones surgen en situaciones reales.

Grupo de problemas

Se lanza una pelota en el campo del punto A al punto B. Toca el suelo en el punto B. La trayectoria de la pelota se muestra en el siguiente diagrama. El eje x muestra la distancia horizontal que viaja la pelota en pies y el eje y muestra la altura de la pelota en pies. Usa el diagrama para completar las partes (a) - (f).



a. Supongamos que el punto A está aproximadamente a 6 pies sobre la tierra y en un tiempo $t = 0$ la pelota está en el punto A. Supongamos que la longitud OB es aproximadamente 88 pies. Incluye esta información en el diagrama.

b. Supongamos que, después de 1 segundo, la pelota está en su punto más alto de C pies (por encima del punto 44) y ha viajado una distancia horizontal de 22 pies. ¿Cuáles son las coordenadas aproximadas de la pelota en los siguientes valores de m: 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75 y 2.

c. Usa tu respuesta de la parte (b) para escribir dos predicciones.

d. ¿Qué le está pasando a la pelota cuando tiene las coordenadas $(88, 0)$?

e. ¿Por qué crees que la pelota está en el punto $(0, 6)$ donde $t = 0$? En otras palabras, ¿por qué la altura de la pelota no es 0?

f. ¿La gráfica nos permite hacer predicciones sobre la altura de la pelota en todos los puntos?

Lección 2: Definición formal de una función

Trabajo en clase

Ejercicios 1–5

1. Sea D la distancia recorrida en el tiempo t. Usa la ecuación $D = 16t^2$ para calcular la distancia en que la piedra cayó en el tiempo t dado.

Tiempo en segundos	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
Distancia que la piedra cayó en ese tiempo, en pies								

a. ¿Las distancias que calculaste son iguales a la tabla de la Lección 1?

b. ¿La función $D = 16t^2$ representa con exactitud la distancia que la piedra cayó después de un tiempo determinado t? En otras palabras, ¿la función descrita por esta regla asigna a t la distancia correcta? Explica.

2. ¿La tabla que se muestra a continuación puede representar los valores de una función? Explícalo.

Entrada (x)	1	3	5	5	9
Salida (y)	7	16	19	20	28

3. ¿La tabla que se muestra a continuación puede representar los valores de una función? Explícalo.

Entrada (x)	0.5	7	7	12	15
Salida (y)	1	15	10	23	30

4. ¿La tabla que se muestra a continuación puede representar los valores de una función? Explícalo.

Entrada (x)	10	20	50	75	90
Salida (y)	32	32	156	240	288

5. Josefina se toma 34 minutos para completar su tarea de 10 problemas. Si suponemos que trabaja a una velocidad constante, podemos describir la situación mediante una función.
   a. Predice cuántos problemas Josefina puede completar en 25 minutos.

b. Escribe la ecuación lineal de dos variables que representa la velocidad constante de trabajo de Josefina.

c. Usa la ecuación que escribiste en la parte (b) como la fórmula de la función para completar la tabla a continuación. Redondea tus respuestas a las centésimas.

Tiempo necesario para completar los problemas (x)	5	10	15	20	25
Número de problemas que completó (y)	1.47				

Después de 5 minutos, Josefina fue capaz de completar 1.47 problemas, lo que significa que ella fue capaz de completar 1 problema, y después usar la mitad de tiempo en el siguiente problema.

d. Compara tu predicción de la parte (a) con el número que has encontrado en la tabla anterior.

e. Usa la fórmula de la parte (b) para calcular el número de problemas completados cuando $x = -7$. ¿Tiene sentido tu respuesta? Explica.

f. Para este problema, se asumió que Josefina trabajó a un ritmo constante. ¿Crees que es una suposición lógica para esta situación? Explica.

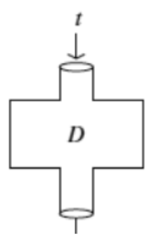
Resumen de la lección

Una función es una correspondencia entre un conjunto (cuyos elementos son llamados entradas) y otro conjunto (cuyos elementos son llamados salidas) de tal manera que cada entrada corresponde a una y solo una salida.

A veces la frase exactamente una salida se utiliza en lugar de una y solo una salida en la definición de la función (que significa lo mismo). De cualquier manera, el punto es que existe una y solo una salida para cada entrada, que hace a las funciones predictivas cuando representan situaciones de la vida real.

Además, la correspondencia en una función se da a menudo por una regla (o fórmula). Por ejemplo, la salida es igual al número encontrado al sustituir un número de entrada en la variable de una expresión por una variable y su evaluación.

Las funciones se asignan a veces como una máquina de *entrada-salida.* Por ejemplo, dada una función D, la entrada es el tiempo t; la salida es la distancia recorrida en t segundos.



La distancia viajada en t segundos

Grupo de problemas

1. La siguiente tabla representa el número de minutos que Francisco pasa en el gimnasio todos los días durante una semana. ¿Los datos que se muestran a continuación representan los valores de una función? Explica.

Día (x)	1	2	3	4	5	6	7
Tiempo en minutos (y)	35	45	30	45	35	0	0

2. ¿La tabla que se muestra a continuación puede representar los valores de una función? Explica.

Entrada (x)	9	8	7	8	9
Salida (y)	11	15	19	24	28

3. Olivia examinó la tabla de valores que se muestra a continuación y afirmó que una posible regla para describir esta función podría ser $y = -2x + 9$. ¿Está en lo correcto? Explica.

Entrada (x)	-4	0	4	8	12	16	20	24
Salida (y)	17	9	1	-7	-15	-23	-31	-39

4. Pedro dijo que el conjunto de datos en la parte (a) describe una función, pero el conjunto de datos en la parte (b) no. ¿Estás de acuerdo? Explica por qué sí o por qué no.

a.

Entrada (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Salida (y)	8	10	32	6	10	27	156	4

b.

Entrada (x)	-6	-15	-9	-3	-2	-3	8	9
Salida (y)	0	-6	8	14	1	2	11	41

5. Una función puede ser descrita por la regla $y = x^2 + 4$. Determina la salida correspondiente para cada entrada dada.

Entrada (x)	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Salida (y)								

6. Examina los datos de la tabla siguiente. Las entradas y salidas representan una situación en la cual la velocidad constante se puede suponer. Determina la regla que describe la función.

Entrada (x)	-1	0	1	2	3	4	5	6
Salida (y)	3	8	13	18	23	28	33	38

7. Examina los datos de la tabla siguiente. Las entradas representan el número de bolsas de dulces comprados y las salidas representan el costo. Determina el costo de una bolsa de dulces, suponiendo que el precio por bolsa es el mismo sin importar la cantidad de dulces que se compre. Después, completa la tabla.

Bolsas de dulces (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Costo en dólares (y)				5.00	6.25			10.00

a. Escribe la regla que asigna la función.

b. ¿Se puede determinar el valor de la salida para una entrada de $x = -4$? Si es así, ¿cuál es?

c. ¿Tiene la entrada de -4 algún sentido en esta situación? Explica.

8. Todos y cada uno de los días una tienda de comestibles local vende 2 libras de plátanos por $1.00. ¿El costo de 2 libras de plátanos puede ser representado por una función de un día a la semana? Explica.

9. Escribe una breve explicación para un compañero de clase que esté ausente hoy acerca de por qué el cuadro de la parte (a) es una función y la tabla en la parte (b) no lo es.

a.

Entrada (x)	-1	-2	-3	-4	4	3	2	1
Salida (y)	81	100	320	400	400	320	100	81

b.

Entrada (x)	1	6	-9	-2	1	-10	8	14
Salida (y)	2	6	-47	-8	19	-2	15	31

Lección 3: Funciones lineales y proporcionalidad

Trabajo en clase

Ejemplo 1

En la última lección, nos fijamos en varias tablas de valores que muestran las entradas y salidas de funciones. Por ejemplo, una tabla mostró los costos de adquisición de diferentes números de bolsas de dulces.

Bolsas de dulces (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Costo en dólares (y)	1.25	2.50	3.75	5.00	6.25	7.50	8.75	10.00

Ejemplo 2

Walter camina a una velocidad constante de 8 millas cada 2 horas. Describe una función lineal de la cantidad de millas que camina en x horas. ¿Cuál es un rango lógico de valores x para esta función?

Ejemplo 3

Verónica corre a una velocidad constante. La distancia que corre es una función del tiempo que pasa corriendo. La función tiene la tabla de valores que se muestra a continuación.

Tiempo en minutos (x)	8	16	24	32
La distancia recorrida en millas (y)	1	2	3	4

Ejemplo 4

El agua fluye de un grifo a una bañera a una velocidad constante de 7 galones de agua que se vierten cada 2 minutos. La bañera está vacía inicialmente y su tapón está puesto. Determina la regla que describe el volumen de agua en la bañera como una función de tiempo. Si la bañera puede contener 50 galones de agua, ¿cuánto tiempo se tarda en llenar la bañera?

Ahora supongamos que están llenando la misma bañera de 50 galones de agua que fluye a una velocidad constante de 3.5 galones por minuto, pero había inicialmente 8 galones de agua en la bañera. ¿Seguirá tomando aproximadamente 14 minutos llenar la bañera?

Tiempo en minutos (x)	0	3	6	9	12
Volumen total en la bañera en galones (y)					

Ejemplo 5

Agua que fluye desde un grifo a una velocidad constante. Supongamos que 6 galones de agua ya están en la bañera en el momento que nos damos cuenta de que la llave está abierta. Esta información se registra en la primera columna de la tabla a continuación. Las otras columnas muestran el número de galones de agua que están en la bañera en diferentes minutos desde que nos dimos cuenta de que el grifo está abierto.

Tiempo en minutos (x)	0	3	5	9
Volumen total de la bañera en galones (y)	6	9.6	12	16.8

Ejercicios 1–3

1. Hana afirma que cortó el césped a una velocidad constante. La siguiente tabla muestra el área de césped que puede cortar en diferentes períodos de tiempo.

Total de minutos (x)	5	20	30	50
El área contada está en pies cuadrados (y)	36	144	216	360

   a. ¿Los datos se presentan son consistentes con la afirmación de que el área cortada es una función lineal del tiempo?

b. Describe con palabras la función en términos de área cortada y el tiempo.

c. ¿En qué tasa Hana corta el césped durante un período de5 minutos?

d. ¿En qué tasa Hana corta el césped durante un período de 20 minutos?

e. ¿En qué tasa Hana corta el césped durante un período de 30 minutos?

f. ¿En qué tasa Hana corta el césped durante un período de 50 minutos?

g. Escribe la ecuación que describa el área cortada, y, en pies cuadrados, como una función lineal de tiempo, x, en minutos.

h. Describe las limitaciones sobre los posibles valores de x e y.

i. ¿Qué número describe a la función $x = 24$? Es decir, ¿qué área de césped puede ser cortada en 24 minutos?

j. De acuerdo con este trabajo, ¿cuántos minutos se tarda en cortar un área de 400 pies cuadrados?

2. Una función lineal tiene la tabla de valores que se presenta a continuación. La información de la tabla muestra el volumen total de agua, en galones, que fluyen de una manguera como una función del tiempo, el número de minutos que la manguera ha estado abierta.

Tiempo en minutos (x)	10	25	50	70
Volumen total de agua en galones (y)	44	110	220	308

a. Describe la función en términos de volumen y tiempo.

b. Escribe la regla para el volumen de agua en galones, y, como una función lineal de tiempo, x, en minutos.

c. ¿Qué número describe a la función 250? Es decir, ¿cuántos galones de agua fluyen de la manguera durante un período de 250 minutos?

d. La piscina de natación promedio tiene alrededor de $17{,}300$ galones de agua. Supongamos que una piscina de este tipo ya se ha llenado a un cuarto de su volumen. Escribe una ecuación que describa el volumen de agua en la piscina si, en 0 minutos de tiempo, utilizamos la manguera que se ha descrito anteriormente para comenzar a llenar la piscina.

e. ¿Aproximadamente cuántas horas se tarda en terminar de llenar la piscina?

3. Recordemos que una función lineal puede ser descrita por una regla en la forma de $y = mx + b$, donde m y b son constantes. Una función lineal particular tiene la tabla de valores a continuación.

Entrada (x)	0	4	10	11	15	20	23
Salida (y)	4	24	54	59			

a. ¿Cuál es la ecuación que describe la función?

b. Completa la tabla usando la regla.

Resumen de la lección

Una ecuación lineal $y = mx + b$ describe una regla para una función. Llamamos función lineal a cualquier función definida por una ecuación lineal.

Los problemas que implican una velocidad constante de cambio o una relación proporcional pueden ser descritos como funciones lineales.

Grupo de problemas

1. Un banco de alimentos distribuye latas de verduras todos los sábados. La siguiente tabla muestra el número total de latas que se han distribuido desde comienzo del año. Supongamos que este total es una función lineal del número de semanas que han pasado.

Total de semanas **(x)**	1	12	20	45
Número total de latas de verduras distribuidas **(y)**	180	$2,160$	$3,600$	$8,100$

   a. Describe con tus palabras la función que se considera.
   b. Escribe la ecuación lineal que describe el número total de latas entregadas, y, en términos del número de semanas, x, que han pasado.
   c. Supongamos que el banco de alimentos quiere distribuir $20,0000$ latas de verduras. ¿Cuánto tiempo le llevaría cumplir ese objetivo?
   d. El jefe había olvidado dejar constancia de que se habían distribuido $35,000$ latas el 1 de enero. Escribe una ecuación lineal ajustada para reflejar esta información olvidada.
   e. Usando tu función de la parte (d), determina el tiempo en años que le tomará al banco de alimentos repartir $80,0000$ latas de verduras.

2. Una función lineal tiene la tabla de valores a continuación. Se da el número de millas que un avión viaja en un número determinado de horas a una velocidad constante.

Número de horas viajadas **(x)**	2.5	4	4.2
Distancia en millas **(y)**	$1,062.5$	$1,700$	1.785

   a. Describe con tus palabras la función dada en este problema.
   b. Escribe la ecuación que da la distancia recorrida, y, en millas, como una función lineal del número de horas, x, que pasa volando.
   c. Supongamos que el avión está realizando un viaje desde Nueva York hasta Los Ángeles, que es un viaje de aproximadamente $2,475$ millas. ¿Cuánto tiempo tarda el avión en llegar a Los Ángeles?
   d. Si el avión vuela por 8 horas, ¿cuántas millas recorrerá?

3. Una función lineal tiene la tabla de valores a continuación. Se da el número de millas que un vehículo se desplaza en un número determinado de horas.

Número de horas recorridas (x)	3.5	3.75	4	4.25
Distancia en millas (y)	203	217.5	232	246.5

   a. Describe con tus palabras la función dada.

   b. Escribe la ecuación que de la distancia recorrida, en millas, con una función lineal del número de horas dedicadas que tomó conducir.

   c. Supongamos que la persona que conduce el coche va en un viaje por carretera para llegar a una ubicación a 500 millas de su punto de partida. ¿Cuánto tiempo le tomará a la persona llegar al destino?

4. Una función lineal particular tiene la tabla de valores a continuación.

Entrada (x)	2	3	8	11	15	20	23
Salida (y)	7	10		34		61	

   a. ¿Cuál es la ecuación que describe la función?

   b. Completa la tabla usando la regla.

5. Una función lineal particular tiene la tabla de valores a continuación.

Entrada (x)	0	5	8	13	15	18	21
Salida (y)	6	11	14		21		

   a. ¿Cuál es la regla que asigna la función?

   b. Completa la tabla usando la regla.

Lección 4: Más ejemplos de funciones

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Clasifica a cada una de las funciones descritas a continuación como discreta o no discreta.

a) La función que asigna, a cada número entero, el costo para comprar esa cantidad de latas de frijoles en una tienda de comestibles en particular.

b) La función que asigna, a cada momento del día un miércoles, la temperatura de la fiebre de Sammy en ese momento.

c) La función que asigna, a cada número real, su primer dígito.

d) La función que asigna, a cada día del año 2015, mi altura al mediodía de ese día.

e) La función que asigna, a cada momento en el año 2015, mi altura en ese momento.

f) La función que asigna, a cada color, la primera letra del nombre de ese color.

g) La función que asigna el número 23 a todos y cada uno de los números reales entre 20 y 30.6.

h) La función que asigna la palabra SÍ a cada pregunta sí/no.

i) La función que asigna, a cada altura directamente sobre el Polo Norte, la temperatura del aire a esa altura justo en este momento.

Ejemplo 2

El agua fluye desde un grifo en una bañera a una velocidad constante de 7 galones de agua cada 2 minutos. Se refiere al volumen de agua acumulada en la bañera como una función del número de minutos que el grifo ha estado abierto. ¿Esta función es discreta o no discreta?

Ejemplo 3

Acaban de servirte sopa recién hecha que está tan caliente que no se puede comer. Mides la temperatura de la sopa y es $210°\text{F}$. Dado que a $212°\text{F}$ está hirviendo, no hay manera segura de que se pueda comer todavía. Un minuto después de recibir la sopa, la temperatura ha bajado a $203°\text{F}$. Si se supone que la velocidad a la que se enfría la sopa es constante, escribe una ecuación que describa la temperatura de la sopa en el tiempo.

Ejemplo 4

Ten en cuenta la función que asigna, a cada uno de los nueve jugadores de béisbol, numerados del 1 al 9, su estatura. Los datos para esta función son los siguientes. Llama a la función $\boldsymbol{G}$.

Número de jugador	Altura
1	$5'11''$
2	$5'4''$
3	$5'9''$
4	$5'6''$
5	$6'3''$
6	$6'8''$
7	$5'9''$
8	$5'10''$
9	$6'2''$

Ejercicios 1–3

1. En cierta escuela, cada autobús en su flota de autobuses puede transportar a 35 estudiantes. Sea B la función que asigna a cada conjunto de estudiantes el número de autobuses necesarios para transportar esa cantidad de estudiantes en un viaje de campo.

   Cuando Jinpyo pensó las cosas, estableció la siguiente tabla de valores y escribió la fórmula $B = \frac{x}{35}$. Aquí x es el conjunto de los estudiantes y B es el número de autobuses necesarios para transportar esa cantidad de estudiantes. Llegó a la conclusión de que B es una función lineal.

Número de estudiantes (x)	35	70	105	140
Total de autobuses (y)	1	2	3	4

Alicia miró el trabajo de Jinpyo y no encontró ningún error aritmético. Sin embargo, dijo que la función no es, en realidad, lineal.

a. Alicia está en lo correcto. Explica por qué B no es una función lineal.

b. ¿Es B una función discreta?

2. Una función lineal tiene la tabla de valores a continuación. Da los costos de adquisición de cierto número de entradas de cine.

Número de entradas (x)	3	6	9	12
Costo total en dólares (y)	27.75	55.50	83.25	111.00

a. Escribe la función lineal que representa el costo total, y, para x boletos comprados.

b. ¿La función es discreta? Explica.

c. ¿Qué número la función asigna a 4? ¿Qué significan la pregunta y su respuesta?

3. Una función produce la siguiente tabla de valores.

Entrada	Salida
Banana	B
Gato	C
Ligero	F
Oops	U
Sentimental	S

a. Haz una conjetura en cuanto a la regla que esta función sigue. Cada entrada es una palabra del inglés.

b. ¿Esta es una función discreta?

Resumen de la lección

Las funciones se clasifican como discretas o no discretas.

Las funciones discretas admiten valores únicos de entrada, separados de forma individual (por ejemplo, números enteros de estudiantes o las palabras del idioma inglés). Las funciones que no son discretas admiten cualquier valor de entrada dentro de un rango de valores (valores fraccionarios, por ejemplo).

Las funciones que asignan el movimiento o cambios suaves en el tiempo, por ejemplo, no son típicamente discretas.

Grupo de problemas

1. Los costos de adquisición de ciertos volúmenes de gasolina se muestran a continuación. Podemos suponer que existe una relación lineal entre $\boldsymbol{x}$, el número de galones comprados e $\boldsymbol{y}$, el costo de la compra de esos galones.

Número de galones (x)	5.4	6	15	17
Costo total en dólares (y)	19.71	21.90	54.75	62.05

   a. Escribe una ecuación que describa y como una función lineal de x.
   b. ¿Hay alguna restricción en los valores que x e y pueden adoptar?
   c. La función, ¿es discreta?
   d. ¿Qué número la función lineal asigna a 20? Explica lo que significa tu respuesta.

2. Una función tiene la tabla de valores a continuación. Examina la información de la tabla para contestar las siguientes preguntas.

Entrada	**Salida**
unidad	3
dos	3
tres	5
cuatro	4
cinco	4
seis	3
siete	5

   a. Describe la función.
   b. ¿Qué número asignaría la función a la palabra *once*?

3. La tabla muestra las distancias recorridas durante ciertos conteos de las horas recorridas por un conductor que conduce un coche a una velocidad constante.

Número de horas recorridas (x)	3	4	5	6
Total de millas recorridas (y)	141	188	235	282

   a. Escribe una ecuación que describa y, el número de millas cubiertas, como una función lineal de x, el número de horas manejadas.

b. ¿Hay alguna restricción en los valores que x e y pueden adoptar?

c. ¿La función es discreta?

d. ¿Qué número la función asigna a 8? Explica lo que significa tu respuesta.

e. Utiliza la función para determinar cuánto tiempo tomaría conducir 500 millas.

4. Considera la función que asigna, a cada tiempo de un día particular, la temperatura del aire en un lugar específico en Ítaca, NY. La siguiente tabla muestra los valores de esta función en algunos momentos específicos.

12:00 de la tarde	$92°\text{F}$
1:00 p.m.	$90.5°\text{F}$
2:00 p.m.	$89°\text{F}$
4:00 p.m.	$86°\text{F}$
8:00 p.m.	$80°\text{F}$

a. Sea que y representa la temperatura del aire en x horas de tiempo después del mediodía. Comprueba que los datos en la tabla satisfacen la ecuación lineal $\mathrm{y} = 92 - 1.5\mathrm{x}$.

b. ¿Hay alguna restricción en los valores que x e y pueden adoptar?

c. La función, ¿es discreta?

d. De acuerdo con la función lineal de la parte (a), ¿cuál será la temperatura del aire a las 5:30 pm?

e. ¿ Es lógico suponer que esta función lineal podría utilizarse para predecir la temperatura a las 10:00 a.m. del día siguiente o una temperatura, en cualquier momento, un día de la semana que viene? Da ejemplos específicos en tu explicación.

Lección 5: Las gráficas de las funciones y ecuaciones

Trabajo en clase

Desafío exploratorio/Ejercicios 1-3

1. La distancia que puede correr Giselle es una función de la cantidad de tiempo que pasa corriendo. Giselle corre 3 millas en 21 minutos. Supongamos que corre a una velocidad constante.

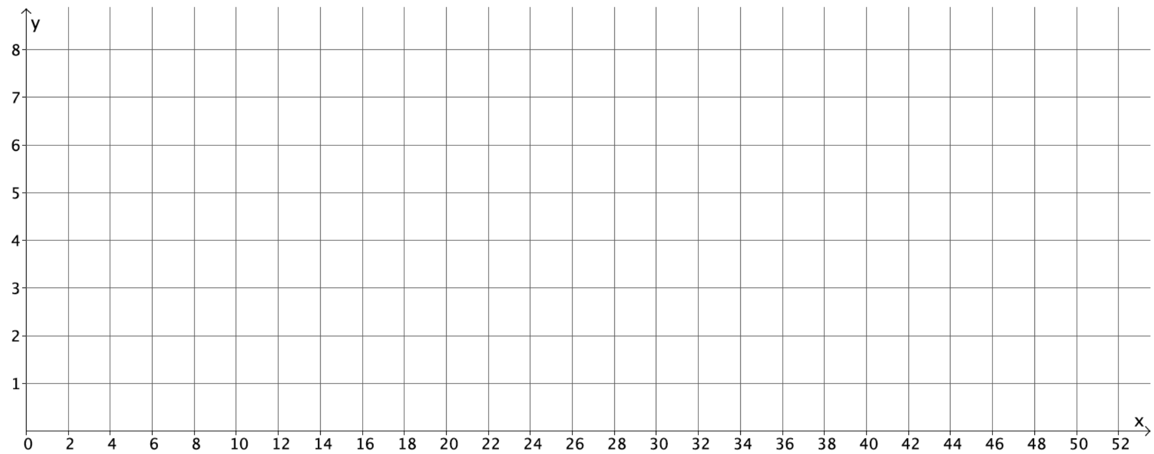
   a. Escribe una ecuación de dos variables que representa la distancia recorrida, y, en función del tiempo, x, que ella pasa corriendo.

   b. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar la cantidad de millas que Giselle puede correr en 14 minutos.

   c. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar la cantidad de millas que Giselle puede correr en 28 minutos.

   d. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar la cantidad de millas que Giselle puede correr en 7 minutos.

e. Para una entrada dada x de la función, un tiempo, la salida correspondiente de la función, y, es la distancia que Giselle corrió en ese tiempo. Escribe las entradas y salidas de las partes (b) - (d) como pares ordenados y trázalos como puntos en un plano cartesiano.



f. ¿Qué notas acerca de los puntos que trazaste?

g. ¿La función es discreta?

h. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar la cantidad de millas que Giselle puede *correr* en 36 minutos. Escribe tu respuesta como un par ordenado, como lo hiciste en la parte (e), e incluye este punto en la gráfica. ¿El punto está en un lugar donde esperabas que estuviera? Explica.

i. Supongamos que utilizaste la regla que asigna la función para determinar la cantidad de millas que Giselle puede correr durante un tiempo dado y escribiste cada respuesta como un par ordenado. ¿Dónde crees que aparecerían estos puntos en la gráfica?

j. ¿Cómo crees que se vería la gráfica de todos los posibles pares de entrada/salida? Explica.

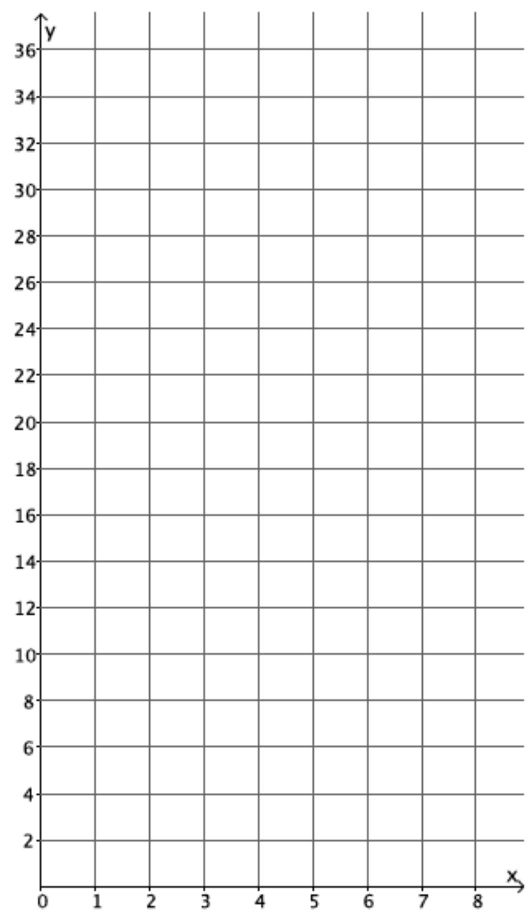
k. Conecta los puntos que has graficado para hacer una recta. Selecciona un punto en la gráfica que tenga coordenadas enteras. Verifica que este punto tenga una salida que la función asignaría a la entrada.

l. Dibuja la gráfica de la ecuación $y = \frac{1}{7}x$ usando el mismo plano cartesiano en la parte (e). ¿Qué notas en relación a la gráfica de todos los pares de entrada/salida que describen la velocidad constante a la que Giselle corre y a la gráfica de la ecuación $y = \frac{1}{7}x$?

2. Dibuja la gráfica de la ecuación $y = x^2$ para los valores positivos de x. Organiza el trabajo utilizando la tabla a continuación y después, responde a las preguntas que siguen.

x	y
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

a. Representa gráficamente los pares ordenados en el plano cartesiano.



b. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos?

c. ¿Esta ecuación es una ecuación lineal? Explica.

d. Considera la función que asigna a cada cuadrado la longitud lateral de s unidades y el área de A unidades cuadradas. Escribe una ecuación que describa esta función.

e. ¿Cómo crees que se vería la gráfica de todos los pares de entrada/salida (s, A) de esta función? Explica.

f. Utiliza la función que escribiste en la parte (d) para determinar el área de un cuadrado con 2.5 unidades de longitud lateral. Escribe la entrada y la salida como un par ordenado. ¿Este punto tiene que pertenecer a la gráfica de $y = x^2$?

3. El número de dispositivos que puede producir una empresa de fabricación particular es una función del número de horas que pasan haciendo los dispositivos. En promedio, 4 dispositivos se producen cada hora. Supón que los dispositivos se producen a una velocidad constante.

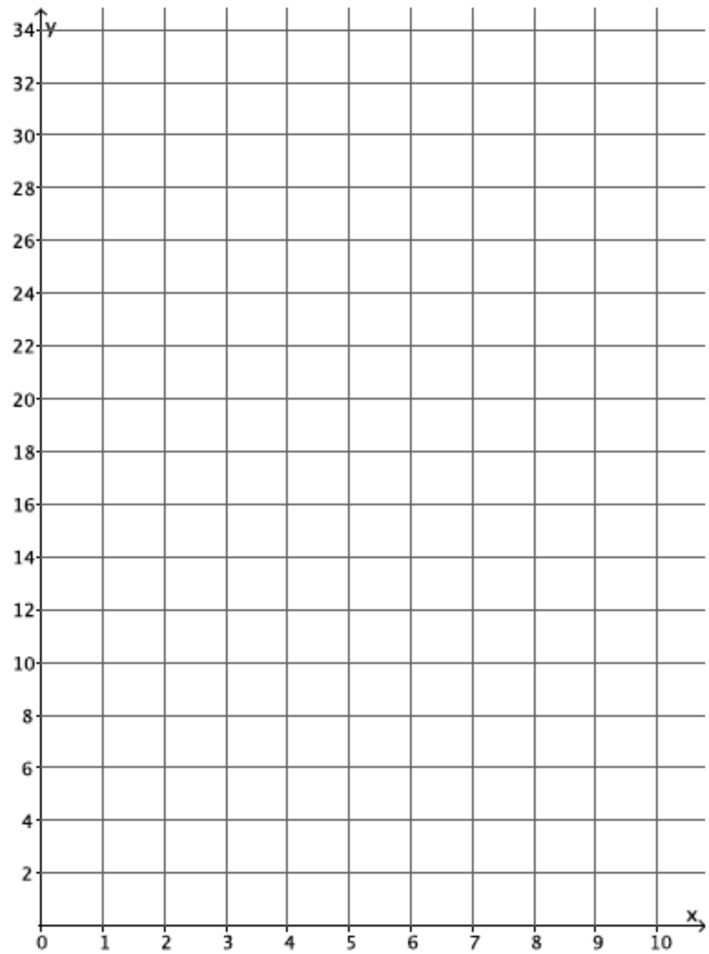
   a. Escribe una ecuación en dos variables que describa el número de dispositivos, y, como una función del tiempo que la empresa pasa haciendo los dispositivos, x.

   b. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar cuántos dispositivos se producen en 8 horas.

   c. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar cuántos dispositivos se producen en 6 horas.

   d. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar cuántos dispositivos se producen en 4 horas.

e. La entrada de la función x es el tiempo y la salida de la función y,es el número de dispositivos producidos. Escribe las entradas y salidas de las partes (b) - (d) como pares ordenados y trázalos como puntos en un plano cartesiano.



f. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos?

g. ¿La función es discreta?

h. Usa la ecuación que escribiste en la parte (a) para determinar cuántos dispositivos se producen en 1.5 horas. Escribe tu respuesta como un par ordenado, como lo hiciste en la parte (e) e incluye este punto en la gráfica. ¿El punto está en un lugar donde esperabas que estuviera? Explica.

i. Supongamos que utilizaste la ecuación que describe la función para determinar cuántos dispositivos se producen en un momento dado y escribe cada respuesta como un par ordenado. ¿Dónde crees que aparecerían estos puntos en la gráfica?

j. ¿Cómo crees que se vería la gráfica de todos los posibles pares de entrada/salida? Explica.

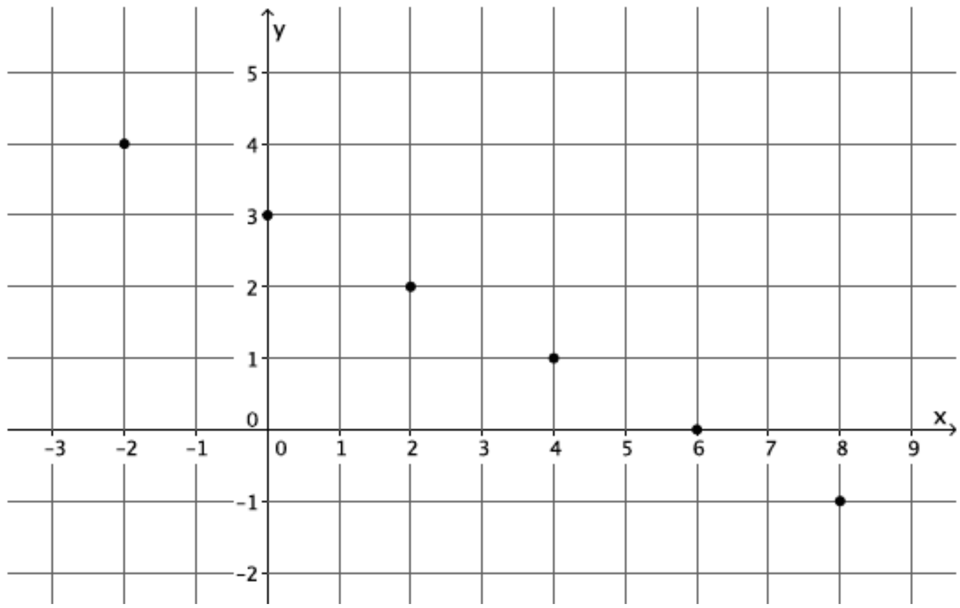
k. Conecta los puntos que has graficado para hacer una línea. Selecciona un punto en la gráfica que tiene coordenadas enteras. Verifica que este punto tiene una salida que la función asignaría a la entrada.

l. Dibuja la gráfica de la ecuación $y = 4x$ usando el mismo plano cartesiano en la parte (e). ¿Qué notas en relación a la gráfica de pares de entrada/salida que asigna una velocidad constante a la compañía de dispositivos producidos y la gráfica de la ecuación $y = 4x$?

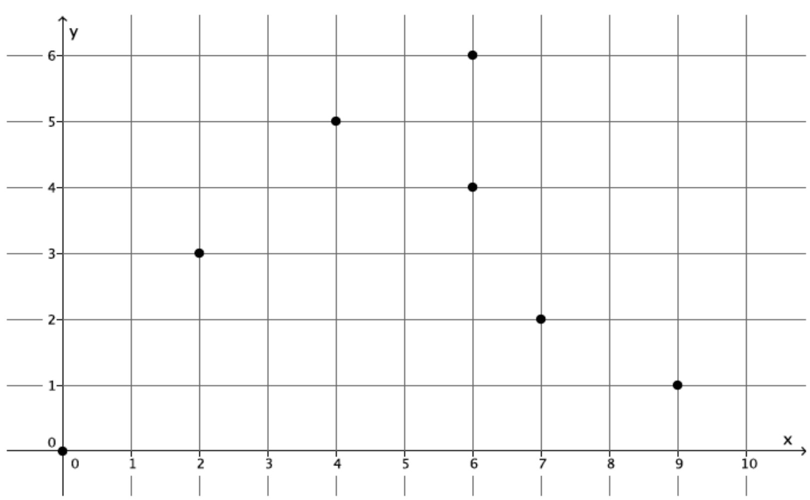
Desafío exploratorio/Ejercicio 4

4. Examina las tres gráficas siguientes. ¿Cuál de ellas, en caso de ser posible, podría representar la gráfica de una función? Explica por qué sí o por qué no en cada gráfica.

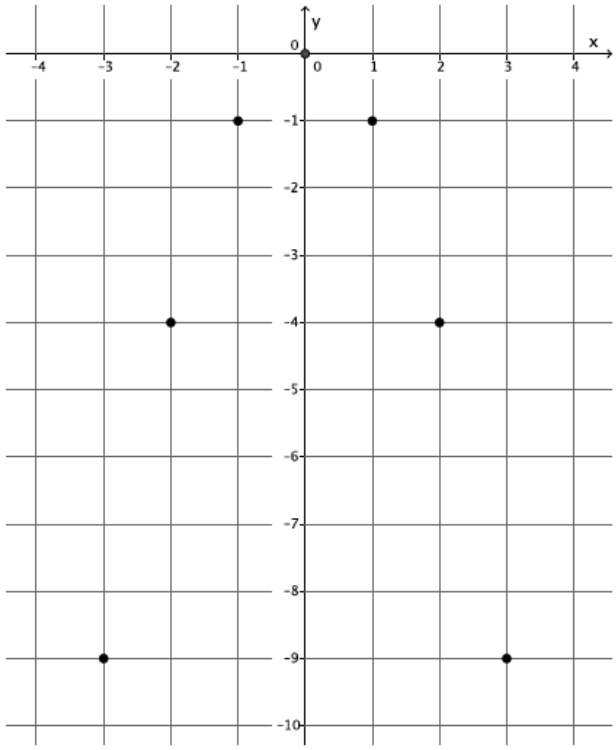
Gráfica 1:



Gráfica 2:



Gráfica 3:



Resumen de la lección

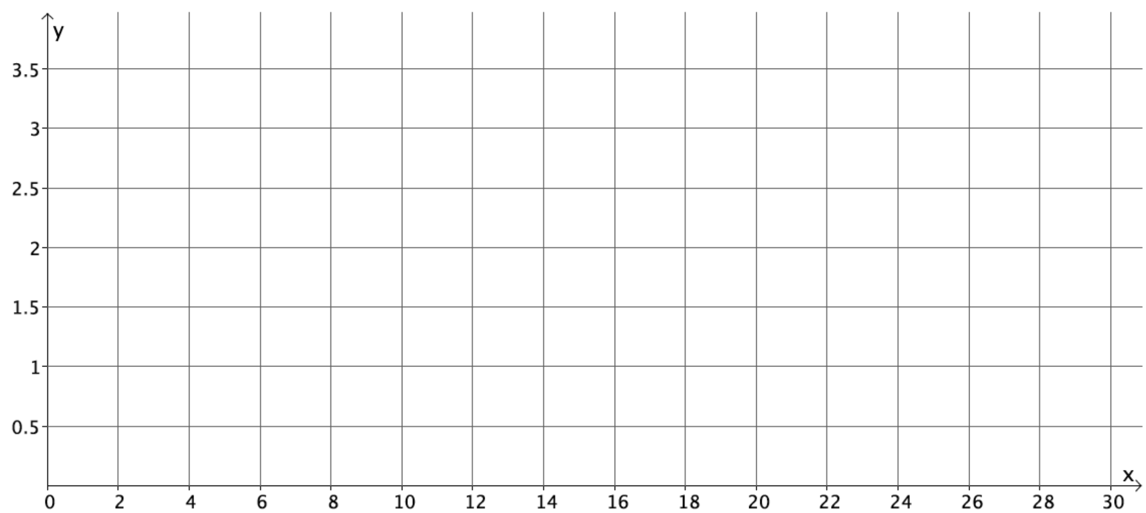
La gráfica de una función se define como el conjunto de todos los puntos (x, y) con x como entrada para la función e y para su salida correspondiente.

Si una función puede ser descrita por una ecuación, entonces la gráfica de la función es la misma que la gráfica de la ecuación que la representa (por lo menos en los puntos que corresponden a las entradas válidas de la función).

No es posible que dos puntos diferentes en el plano de la gráfica de una función tengan la misma coordenada x.

Grupo de problemas

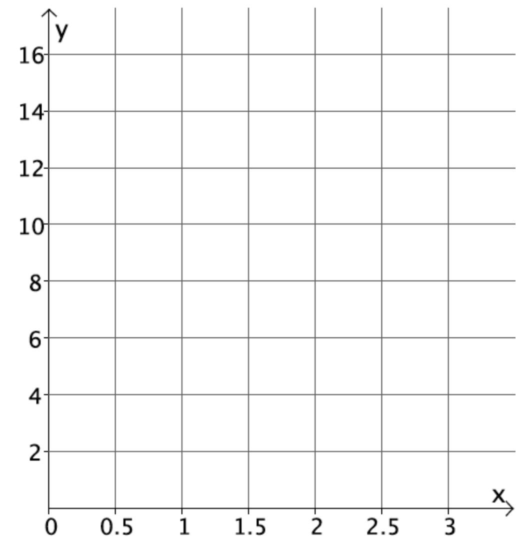
1. La distancia que Scott camina es una función del tiempo que pasa caminando. Scott puede caminar $\frac{1}{2}$ milla cada 8 minutos. Supongamos que camina a una velocidad constante.
   a. Predice la forma de la gráfica de la función. Explica.
   b. Escribe una ecuación para representar la distancia que Scott puede caminar en y millas, en x minutos.
   c. Usa la ecuación que escribiste en la parte (b) para determinar la cantidad de millas que Scott puede caminar en 24 minutos.
   d. Usa la ecuación que escribiste en la parte (b) para determinar la cantidad de millas que Scott puede caminar en 12 minutos.
   e. Usa la ecuación que escribiste en la parte (b) para determinar la cantidad de millas que Scott puede caminar en 16 minutos.
   f. Escribe tus correspondientes entradas y salidas como pares ordenados y después colócalas en un plano cartesiano.



   g. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos? ¿Coincide con tu predicción?
   h. Conecta los puntos para formar una recta. ¿Cuál es la ecuación de la recta?

2. Grafica la ecuación $y = x^3$ para los valores positivos de x. Organiza el trabajo utilizando la tabla a continuación y después responde a las preguntas que siguen.

x	y
0	
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	



a. Representa gráficamente los pares ordenados en el plano cartesiano.

b. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos?

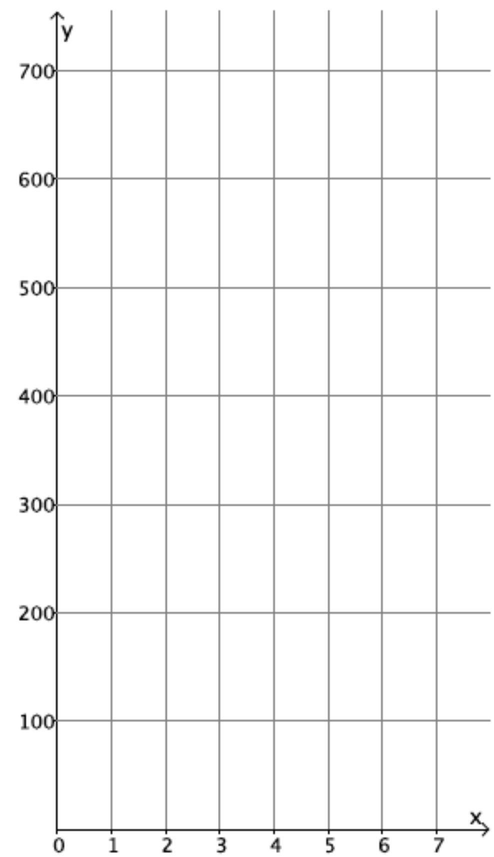
c. ¿Esta es la gráfica de una función lineal? Explica.

d. Considera la función que asigna a cada número real positivo s el volumen V de un cubo con s unidades de longitud lateral. Una ecuación que describe esta función es $V = s^3$. ¿Cómo crees que se verá la gráfica de esta función? Explica.

e. Utiliza la función de la parte (d) para determinar el volumen de un cubo con una longitud lateral de 3 unidades. Escribe la entrada y la salida como un par ordenado. ¿Este punto parece pertenecer a la gráfica de $y = x^3$?

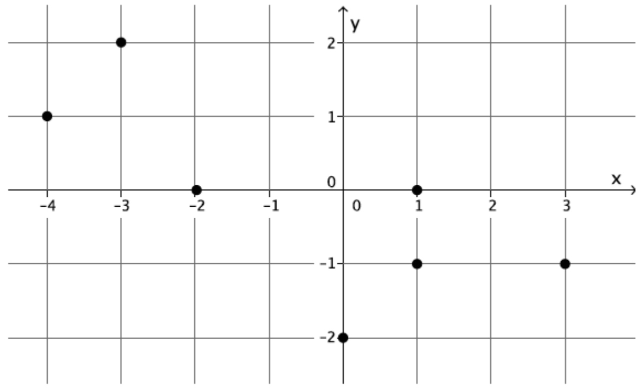
3. Dibuja la gráfica de la ecuación $y = 180(x - 2)$ para números enteros. Organiza el trabajo utilizando la tabla a continuación y después responde a las preguntas que siguen.

x	y
3	
4	
5	
6	

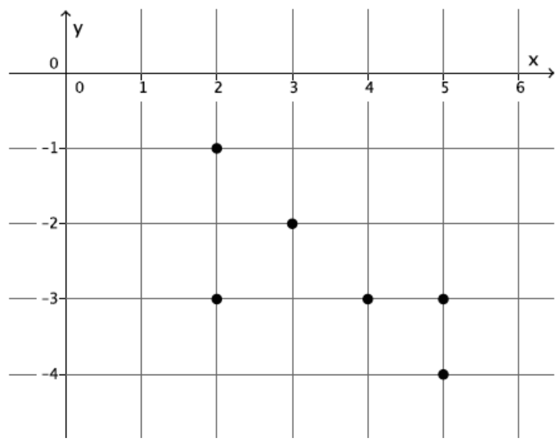


a. Representa gráficamente los pares ordenados en el plano cartesiano
b. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos?
c. ¿Esta es la gráfica de una función? ¿Cómo lo sabes?
d. ¿Esta es una ecuación lineal? Explica.
e. La suma S de los ángulos interiores, en grados, de un polígono con n lados está dada por $S = 180(n - 2)$. Si tomamos esta ecuación para definir S como una función de n, ¿cómo crees que se verá la gráfica de esta S? Explica.
f. ¿Esta es una función discreta? Explica.

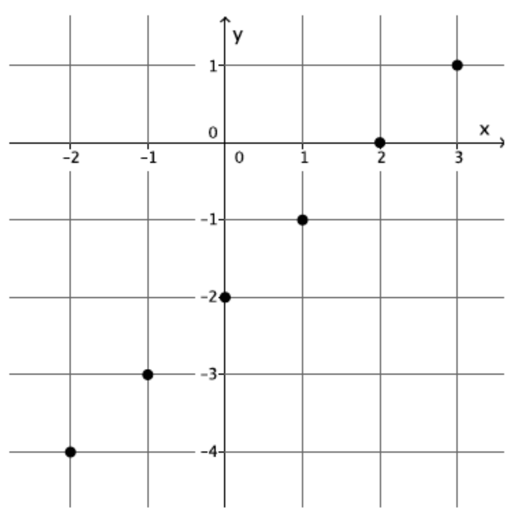
4. Examina la siguiente gráfica. ¿La gráfica podría representar una función? Explica por qué sí o por qué no.



5. Examina la siguiente gráfica. ¿La gráfica podría representar una función? Explica por qué sí o por qué no.



6. Examina la siguiente gráfica. ¿La gráfica podría representar función? Explica por qué sí o por qué no.



Lección 6: Gráficas de las funciones lineales y tasa de cambio

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Se dice que una función es lineal siempre que la regla que define la función pueda ser descrita por una ecuación lineal.

Las funciones 1, 2 y 3 tienen valores en tabla, como se muestra. ¿Cuál de estas funciones parece ser lineal? Justifica tus respuestas.

Entrada	Salida
2	5
4	7
5	8
8	11

Entrada	Salida
2	4
3	9
4	16
5	25

Entrada	Salida
0	-3
1	1
2	6
3	9

Ejercicio

Una función asigna a las entradas que se muestran las salidas correspondientes indicadas en la tabla a continuación.

Entrada	Salida
1	2
2	-1
4	-7
6	-13

a. ¿Sospechas que la función es lineal? Calcula la tasa de cambio de estos datos para al menos tres pares de entradas y sus salidas correspondientes.

b. ¿Qué ecuación parece describir la función?

c. Como no verificaste que la tasa de cambio es constante en <u>todos</u> los pares de entrada/salida, comprueba que la ecuación que se ha encontrado en la parte (a) genera efectivamente la salida correcta para cada una de las cuatro entradas 1, 2, 4 y 6.

d. ¿Cómo se vería la gráfica de la función? Explica.

Resumen de la lección

Si la tasa de cambio de pares de entradas y salidas correspondientes para una función es la misma para todos los pares (constantes), entonces la función es una función lineal. Por lo tanto, puede ser descrita por una ecuación lineal $y = mx + b$.

La gráfica de una función lineal será un conjunto de puntos contenidos en una recta. Si la función lineal es discreta, entonces su gráfica será un conjunto de puntos colineales diferentes. Si la función lineal no es discreta, entonces su gráfica será una línea recta completa o una porción de la recta (según sea apropiado para el contexto del problema).

Grupo de problemas

1. Una función asigna a las entradas dadas las salidas correspondientes que se muestran en la siguiente tabla.

Entrada	Salida
3	9
9	17
12	21
15	25

   a. ¿La función parece ser lineal? Marca al menos tres pares de entradas y sus salidas correspondientes.
   b. Encuentra una ecuación lineal que represente la función.
   c. ¿Cómo se vería la gráfica de la función? Explica.

2. La siguiente tabla presenta una función que asigna a las entradas dadas las salidas correspondientes.

Entrada	Salida
-1	2
0	0
1	2
2	8
3	18

   a. ¿La función es una función lineal?
   b. ¿Qué ecuación describe la función?

3. La siguiente tabla presenta una función que asigna a las entradas y las salidas.

Entrada	Salida
0.2	2
0.6	6
1.5	15
2.1	21

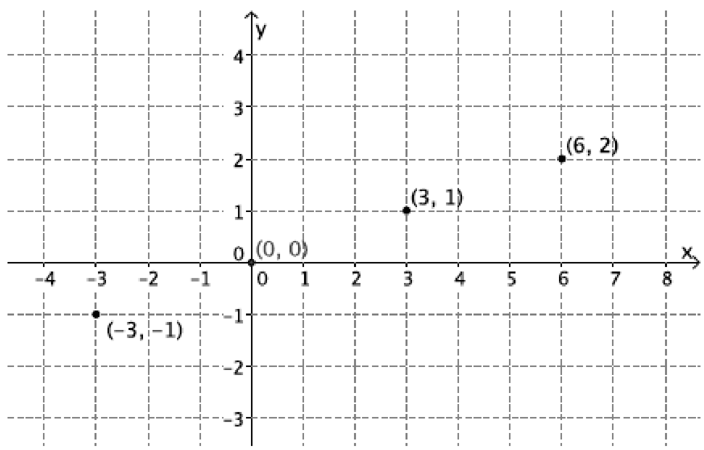
a. ¿La función parece ser lineal? Marca al menos tres pares de entradas y sus salidas correspondientes.

b. Encuentra una ecuación lineal que describa la función.

c. ¿Cómo se vería la gráfica de la función? Explica.

4. Martin dice que solo necesita comprobar los primeros y los últimos valores de entrada y de salida para determinar si la función es lineal. ¿Tiene razón? Explica.

5. ¿La siguiente gráfica corresponde a una función lineal? ¿Cómo determinarías si se trata de una función lineal?



6. Una función asigna a las entradas dadas las salidas correspondientes que se muestran en la siguiente tabla.

Entrada	Salida
-6	-6
-5	-5
-4	-4
-2	-2

a. ¿La función parece ser una función lineal?

b. ¿Qué ecuación describe la función?

c. ¿Cómo se vería la gráfica de la función? Explica.

Lección 7: Comparar las funciones lineales y sus gráficas

Trabajo en clase

Desafío exploratorio /Ejercicios 1 a 4

Cada uno de los Ejercicios 1-4 proporciona información sobre dos funciones. Utiliza esa información dada para ayudarte a comparar las dos funciones y contestar las preguntas sobre ellas.

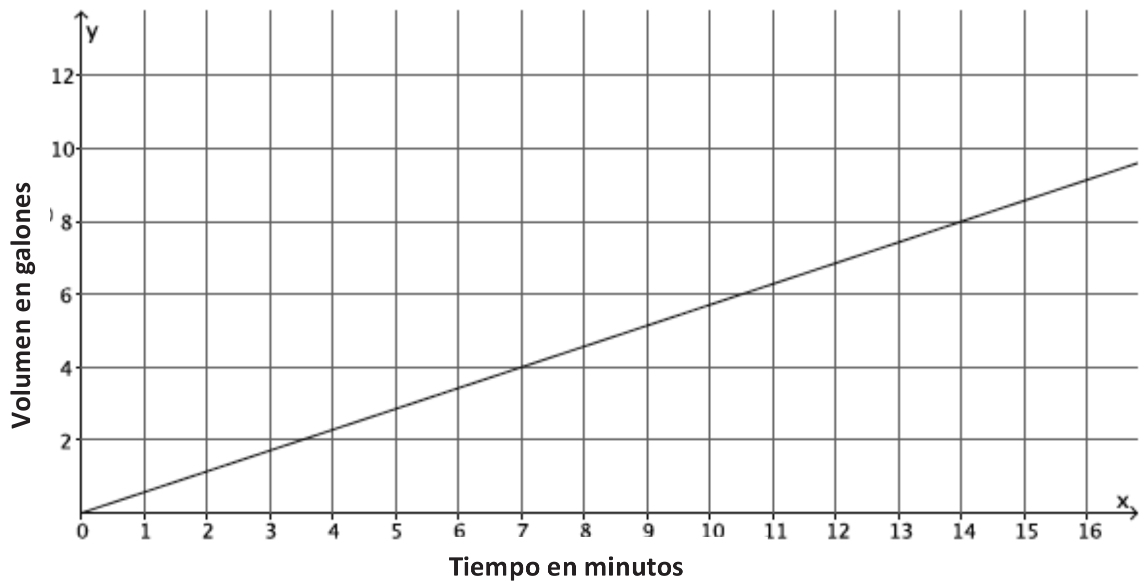
1. Alan y Margot, en forma separada, manejan de la Ciudad A a la Ciudad B, una distancia de 147 millas. Toman el mismo camino y conducen a velocidades constantes. Alan comienza a conducir a las 1:40 p.m. y llega a la Ciudad B a las 4:15 p.m. El viaje de Margot de la Ciudad A a la Ciudad B se puede describir con la ecuación $y = 64x$, donde y es la distancia recorrida en millas y x es el tiempo en minutos de viaje. ¿Quién llega de la Ciudad A a la ciudad B más rápido?

2. Has comenzado recientemente a investigar los planes de facturación telefónica. El teléfono de la Compañía A cobra una tarifa fija de $\$75$ al mes. Una tarifa fija significa que su factura será de $\$75$ cada mes, sin costos adicionales. El plan de facturación para el teléfono de la Compañía B es una función lineal del número de textos que se envía ese mes. Es decir, el costo total de la cuenta cambia cada mes, dependiendo de la cantidad de textos que envíes. La siguiente tabla representa algunas entradas y salidas correspondientes que asigna la función.

Entrada (Número de textos)	**Salida (Costo de la factura en dólares)**
50	50
150	60
200	65
500	95

¿En qué número de textos sería igual la factura de cada plan de telefonía? ¿En qué número de textos la Compañía telefónica A es la mejor opción? ¿En qué número de textos la Compañía telefónica B es la mejor opción?

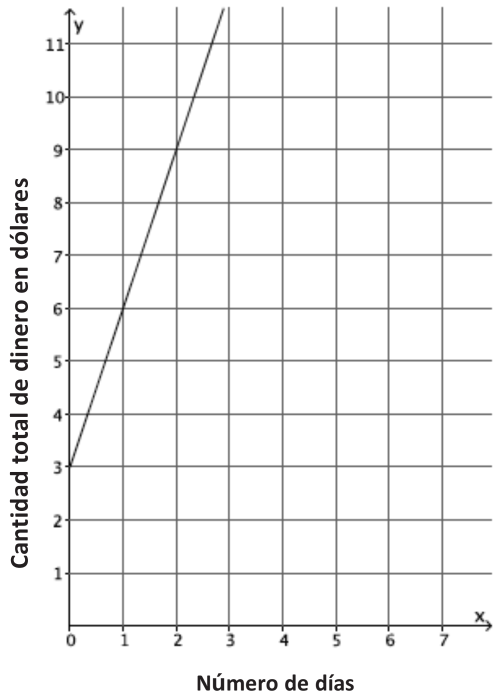
3. La función que da el volumen de agua y que fluye desde el grifo A en galones durante x minutos es una función lineal de la gráfica que se muestra. El flujo de agua del grifo B se puede describir por la ecuación $y = \frac{5}{6}x$, donde y es el volumen de agua en galones que fluye desde el grifo durante x minutos. Supongamos que el flujo de agua de cada grifo es constante. ¿Qué grifo tiene mayor velocidad en su flujo de agua? Cada grifo se utiliza para llenar una bañera con un volumen de 50 galones. ¿Cuánto tiempo tarda cada grifo en llenar una bañera? ¿Cómo lo sabes?



Supongamos que la bañera que se estás llenando con el grifo A ya tenía 15 galones de agua en ella y la bañera que se está llenando con el grifo B comenzó vacía. Si ahora los grifos están abiertos al mismo tiempo, ¿cuál grifo llenará la bañera más rápido?

4. Dos personas, Adam y Bianca, están compitiendo para ver quién puede ahorrar más dinero en un mes. Utiliza la tabla y la gráfica a continuación para determinar quién ahorrará la mayor cantidad de dinero al final del mes. Indica la cantidad de dinero que cada persona tenía al inicio de la competencia. (Supón que cada uno está siguiendo una función lineal en su hábito de ahorrar).

Ahorros de Adam:



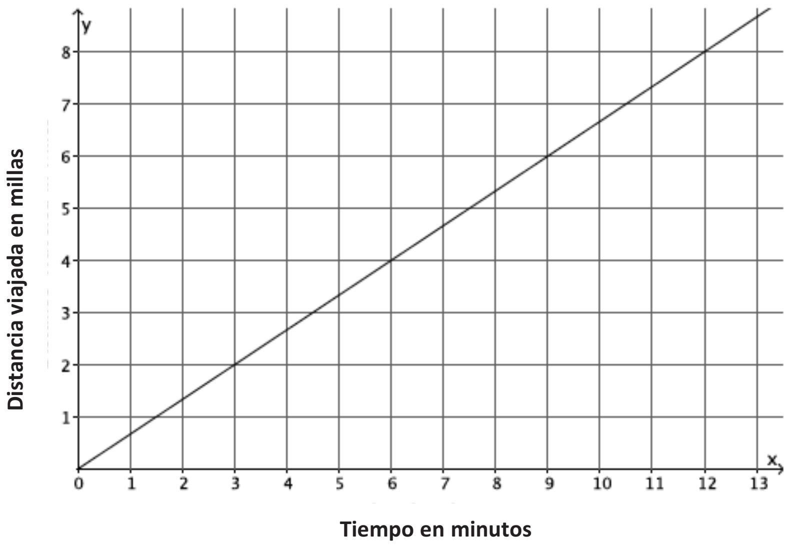
Ahorros de Bianca:

Entrada Número de días	Salida (Cantidad total de dinero en dólares)
5	17
8	26
12	38
20	62

Grupo de problemas

1. La siguiente gráfica representa la distancia en millas, y, que el coche A viaja en x minutos. La tabla representa la distancia en millas, y, que el coche B viaja en x minutos. Se están moviendo a una velocidad constante. ¿Cuál coche está viajando a una velocidad superior? ¿Cómo lo sabes?

Coche A



Coche B:

Tiempo en minutos (x)	Distancia en millas (y)
15	12.5
30	25
45	37.5

2. El parque local tiene que reemplazar una valla existente que es de 6 pies de altura. La Compañía de vallas A cobra $\$7{,}000$ por los materiales de construcción y $\$200$ por pie de la longitud de la valla. La Compañía de vallas B se basa únicamente en la longitud de la valla. Es decir, el costo total de la valla de 6 pies de altura dependerá de la longitud de la valla. La siguiente tabla representa algunas entradas y sus salidas correspondientes a la función de costos que asigna la Compañía de vallas B. Es una función lineal.

Entrada (Longitud de cerca en los pies)	**Salida (Costo de la factura en dólares)**
100	$26{,}000$
120	$31{,}200$
180	$46{,}800$
250	$65{,}000$

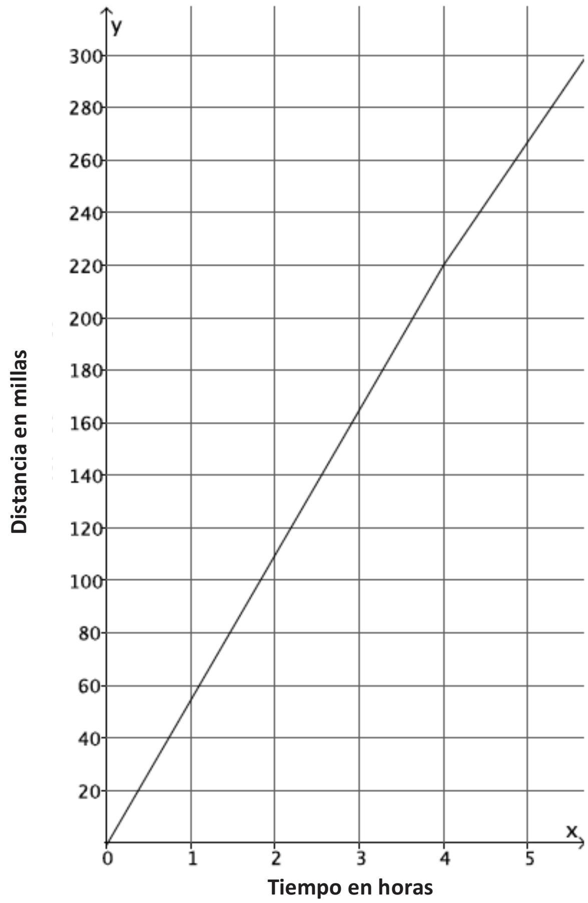
a. ¿Qué compañia cobra una tarifa más alta por pie de valla? ¿Cómo lo sabes?

b. ¿En qué número de longitud de valla cobrarían lo mismo las compañías? ¿Cuál será el costo cuando las compañías cobren la misma cantidad? Si la valla que necesita era de 190 pies de largo, ¿cuál compañía sería la mejor opción?

3. La ecuación $y = 123x$ asigna la función para el número de juguetes, y, que produjo en Toys Plus en x minutos de tiempo de producción. Otra compañía, #1 Toys, tiene una función semejante, también lineal, que asigna los valores que se muestran en la siguiente tabla. ¿Cuál compañía produce juguetes a un ritmo más lento? Explica.

Tiempo en minutos (x)	**Juguetes producidos (y)**
5	600
11	$1{,}320$
13	$1{,}560$

4. Un tren viaja desde la Ciudad A a la Ciudad B una distancia de 320 millas. La siguiente gráfica muestra el número de millas, y, que el tren viaja como una función del número de horas, x, que han transcurrido en su viaje. El tren viaja a una velocidad constante durante las primeras cuatro horas de su viaje y después se ralentiza a una velocidad constante de 48 millas por hora durante el resto de su viaje.



a. ¿Cuánto tiempo se tarda el tren en llegar a su destino?

b. Si el tren no se hubiera ralentizado después de 4 horas, ¿cuánto tiempo le habría tomado para llegar a su destino?

c. Supongamos que, después de las 4 horas, el tren aumentó su velocidad constante. ¿Cuán rápido el tren tiene que viajar para completar el destino en 1.5 horas?

5.

a. Una manguera se usa para llenar un camión de agua de $1,200$ galones. El agua fluye de la manguera a una velocidad constante. Después de 10 minutos, hay 65 galones de agua en el camión. Después de 15 minutos, hay 82 galones de agua en el camión. ¿Cuánto tiempo se tarda en llenar el camión de agua? ¿Estaba el tanque inicialmente vacío?

b. El conductor del camión se da cuenta de que algo está mal con la manguera que está utilizando. Después de 30 minutos, cierra la manguera y trata con una manguera diferente. La segunda manguera fluye a una velocidad constante de 18 galones por minuto. ¿Cuánto tiempo más se tarda en llenar el camión?

Lección 8: Gráficas de funciones no lineales simples

Trabajo en clase

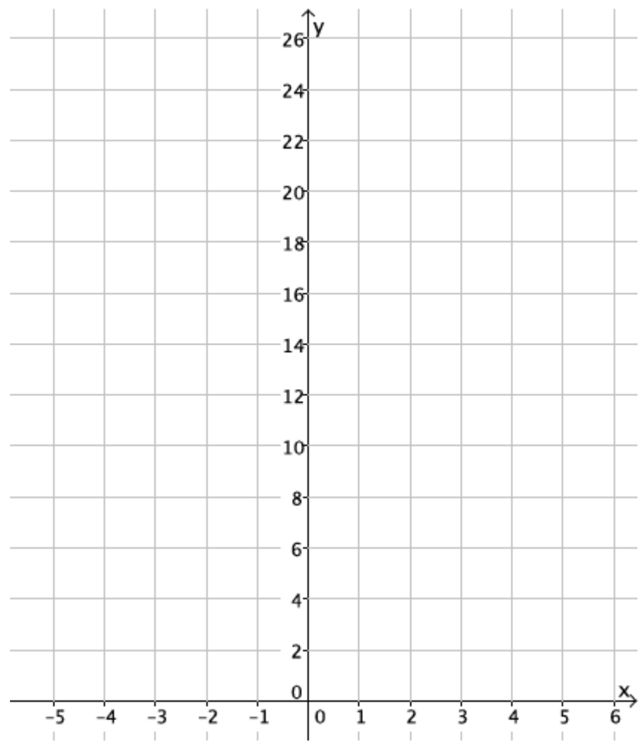
Desafío exploratorio/Ejercicios 1-3

1. Ten en cuenta la función x que asigna a cada número el valor x^2.
   a. ¿Crees que la función es lineal o no lineal? Explica.

   b. Elabora una lista de entradas y salidas para esta función. Organiza el trabajo utilizando la tabla siguiente. Después, responde las preguntas siguientes.

Entrada (x)	**Salida** (x^2)
-5	
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

c. Traza las entradas y salidas como pares ordenados definiendo los puntos en el plano cartesiano.



d. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos?

e. Encuentra la tasa de cambio usando las filas 1 y 2 de la tabla anterior.

f. Encuentra la tasa de cambio usando las filas 2 y 3 de la tabla anterior.

g. Encuentra la tasa de cambio utilizando dos filas cualesquiera de la tabla anterior.

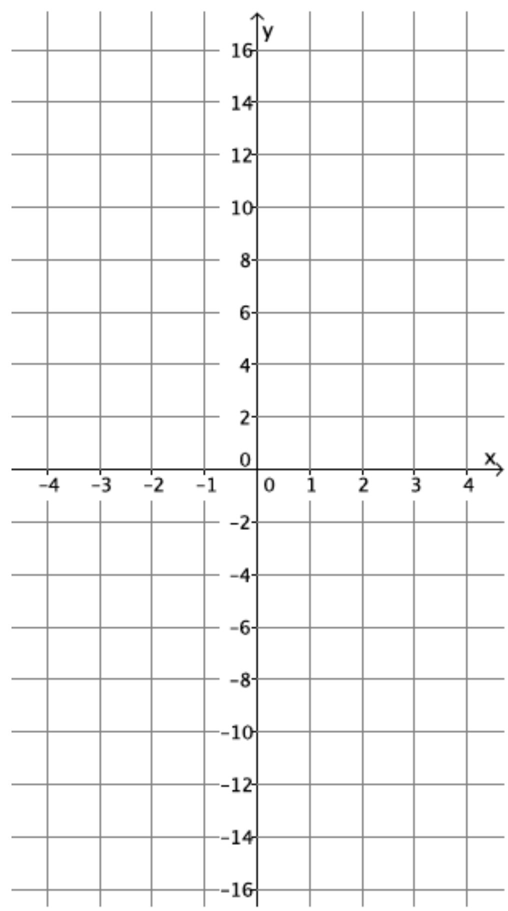
h. Regresa a tu afirmación inicial acerca de la función. ¿Es lineal o no lineal? Justifica tu respuesta con la mayor cantidad de elementos de prueba posible.

2. Ten en cuenta la función x que asigna a un número el valor x^3.

a. ¿Crees que la función es lineal o no lineal? Explica.

b. Elabora una lista de entradas y salidas para esta función. Organiza el trabajo utilizando la tabla siguiente. Después, responde las preguntas siguientes.

Entrada (x)	**Salida** (x^3)
-2.5	
-2	
-1.5	
-1	
-0.5	
0	
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	



c. Traza las entradas y salidas como pares ordenados definiendo los puntos en el plano cartesiano.

d. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos?

e. Encuentra la tasa de cambio usando las filas 2 y 3 de la tabla anterior.

f. Encuentra la tasa de cambio usando las filas 3 y 4 de la tabla anterior.

g. Encuentra la tasa de cambio usando las filas 8 y 9 de la tabla anterior.

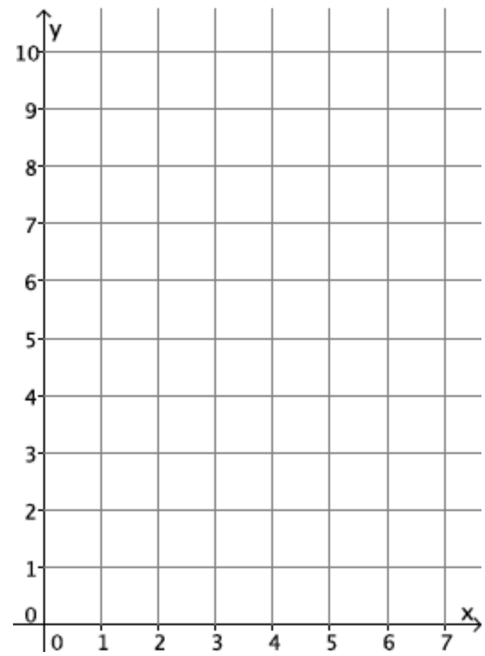
h. Regresa a tu afirmación inicial acerca de la función. ¿Es lineal o no lineal? Justifica tu respuesta con la mayor cantidad de elementos de prueba posible.

3. Considera la función que asigna a cada número positivo x el valor $\frac{1}{x}$.

a. ¿Crees que la función es lineal o no lineal? Explica.

b. Elabora una lista de entradas y salidas para esta función. Organiza el trabajo utilizando la tabla siguiente. Después, responde las preguntas siguientes.

Entrada (x)	**Salida** $\left(\frac{1}{x}\right)$
0.1	
0.2	
0.4	
0.5	
0.8	
1	
1.6	
2	
2.5	
4	
5	



c. Traza las entradas y salidas como pares ordenados definiendo los puntos en el plano cartesiano.

d. ¿Qué forma toma la gráfica de los puntos?

e. Encuentra la tasa de cambio usando las filas 1 y 2 de la tabla anterior.

f. Encuentra la tasa de cambio usando las filas 2 y 3 de la tabla anterior.

g. Encuentra la tasa de cambio dos filas cualesquiera de la tabla anterior.

h. Regresa a tu afirmación inicial acerca de la función. ¿Es lineal o no lineal? Justifica tu respuesta con la mayor cantidad de elementos de prueba posible.

Ejercicios 4–10

En cada uno de los Ejercicios 4-10, se da una ecuación que describe la regla para una función y se hace una pregunta al respecto. Si es necesario, utiliza una tabla para organizar los pares de entradas y salidas y después traza cada uno en un plano cartesiano para ayudar a responder a la pregunta.

4. ¿Qué forma esperas que tenga la gráfica de la función descrita por $y = x$? ¿Es una función lineal o no lineal?

5. ¿Qué forma esperas que tenga la gráfica de la función descrita por $y = 2x^2 - x$? ¿Es una función lineal o no lineal?

6. ¿Qué forma esperas que tenga la gráfica de la función descrita por $3x + 7y = 8$? ¿Es una función lineal o no lineal?

7. ¿ Qué forma esperas que tenga la gráfica de la función descrita de $\boldsymbol{y = 4x^3}$? ¿Es una función lineal o no lineal?

8. ¿Qué forma esperas que tenga la gráfica de la función descrita por $\boldsymbol{\frac{3}{x} = y}$? ¿Es una función lineal o no lineal? (Supón que una entrada de $x = 0$ será anulada).

9. ¿Qué forma esperas que tenga la gráfica de la función descrita por $\frac{4}{x^2} = y$? ¿Es una función lineal o no lineal? (Supón que una entrada de $x = 0$ será anulada).

10. ¿Qué forma esperas que tenga la gráfica de la función descrita por $x^2 + y^2 = 36$? ¿Es una función lineal o no lineal? ¿Es una función? Explica.

Resumen de la lección

Una forma de determinar si una función es lineal o no lineal es inspeccionar las tasas promedio de cambio usando una tabla de valores. Si estas tasas promedio de cambio no son constantes, entonces la función es no lineal.

Otra forma es examinar la gráfica de la función. Si todos los puntos en la gráfica no se encuentran en una recta común, entonces la función es no lineal.

Si una función esta descrita por una ecuación diferente de una equivalente a $y = mx + b$ para algunos valores fijos m y b, entonces la función es no lineal.

Grupo de problemas

1. Ten en cuenta la función x que asigna a cada número el valor $x^2 - 4$.

   a. ¿Crees que la función es lineal o no lineal? Explica.

   b. ¿Esperas que la gráfica de esta función sea una línea recta?

   c. Elabora una lista de entradas y salidas correspondientes para esta función. Utilízalas para comenzar una gráfica de la función.

   d. ¿Tu predicción de (b) es correcta?

Entrada (x)	**Salida $(x^2 - 4)$**
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

2. Ten en cuenta la función que asigna a cada número x mayor que -3 el valor $\frac{1}{x+3}$.

   a. ¿La función es lineal o no lineal? Explica.

   b. ¿Esperas que la gráfica de esta función sea una **línea** recta?

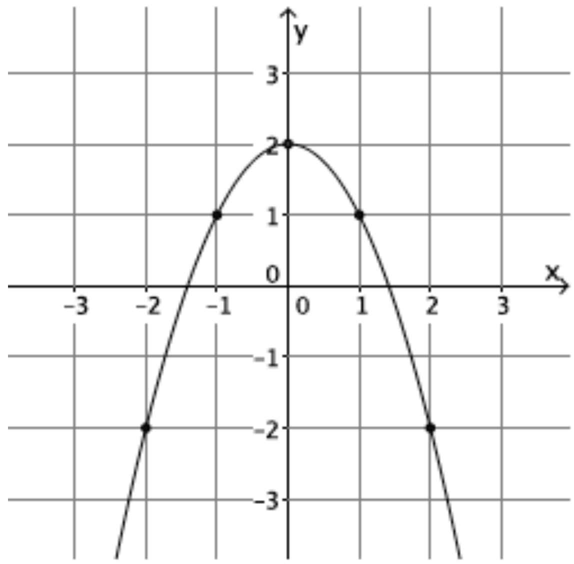
   c. Elabora una lista de entradas y salidas correspondientes para esta función. Utilízalas para comenzar una gráfica de la función.

   d. ¿Tu predicción de (b) es correcta?

Entrada (x)	**Salida $\left(\frac{1}{x+3}\right)$**
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

3.

a. ¿La función representada por esta gráfica es lineal o no lineal? Justifica brevemente tu respuesta.



b. ¿Cuál es la tasa promedio de cambio promedio para esta función desde una entrada de $x = -2$ a una entrada de $x = -1$?

c. ¿Cuál es la tasa promedio de cambio para esta función desde una entrada de $x = -1$ a una entrada de $x = 0$?

Lección 9: Ejemplos de funciones geométricas

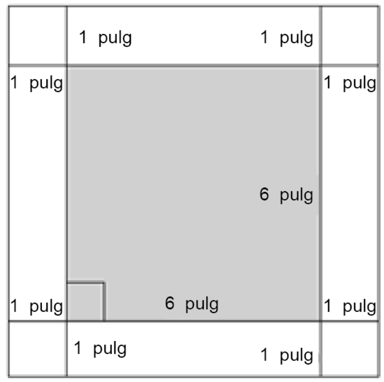
Trabajo en clase

Desafío exploratorio 1/Ejercicios 1–4

A medida que completas los Ejercicios 1-4, registra la información en la tabla a continuación.

	Longitud lateral en pulgadas (s)	Área en pulgadas cuadradas (A)	Expresión que asigna el área interior
Ejercicio 1			
Ejercicio 2			
Ejercicio 3			
Ejercicio 4			

1. Utiliza la figura siguiente para responder a las partes (a) - (f).



a. ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado pequeño, interior?

b. ¿Cuál es el área del cuadrado interior pequeño?

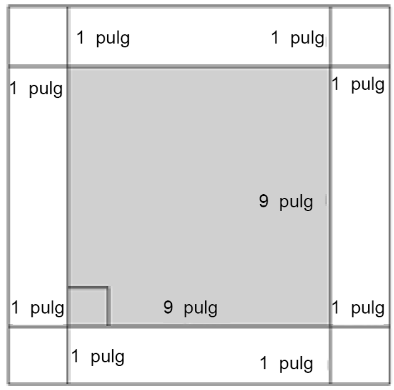
c. ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado grande, exterior?

d. ¿Cuál es el área del cuadrado exterior grande?

e. Utiliza las respuestas de las partes (b) y (d) para determinar el área del borde blanco de 1 pulgada de la figura.

f. Explica tu estrategia para encontrar el área del borde blanco.

2. Utiliza la figura siguiente para responder a las partes (a) - (f).



a. ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado pequeño, interior?

b. ¿Cuál es el área del cuadrado interior pequeño?

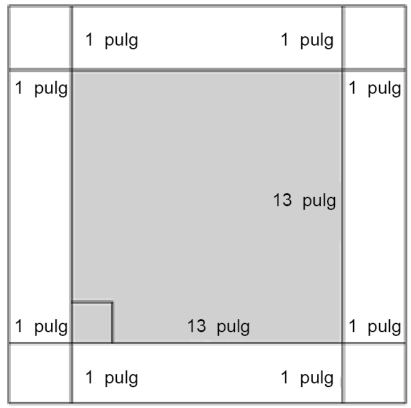
c. ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado grande, exterior?

d. ¿Cuál es el área del cuadrado exterior grande?

e. Utiliza las respuestas de las partes (b) y (d) para determinar el área del borde blanco de 1 pulgada de la figura.

f. Explica tu estrategia para encontrar el área del borde blanco.

3. Utiliza la figura siguiente para responder a las partes (a) - (f).



a. ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado pequeño, interior?

b. ¿Cuál es el área del cuadrado interior pequeño?

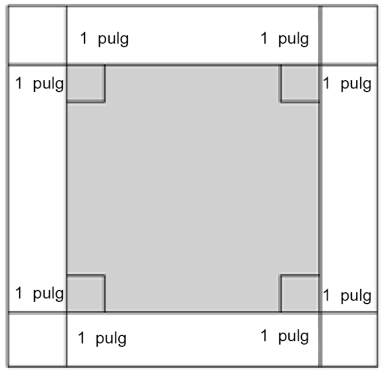
c. ¿Cuál es la longitud de un lado del cuadrado grande, exterior?

d. ¿Cuál es el área del cuadrado exterior grande?

e. Utiliza las respuestas de las partes (b) y (d) para determinar el área del borde blanco de 1 pulgada de la figura.

f. Explica tu estrategia para encontrar el área del borde blanco.

4. Escribe una función que permitirá calcular el área de una frontera blanca de 1 pulgada para cualquier imagen cuadrada que se mide en pulgadas.



a. Escribe una expresión que representa la longitud del lado del cuadrado pequeño, interior.

b. Escribe una expresión que represente el área del cuadrado pequeño, interior.

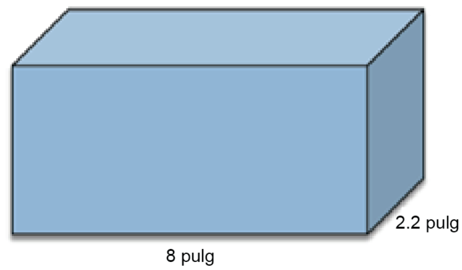
c. Escribe una expresión que representa las longitudes de los lados del cuadrado mayor, exterior.

d. Escribe una expresión que represente el área del cuadrado mayor, exterior.

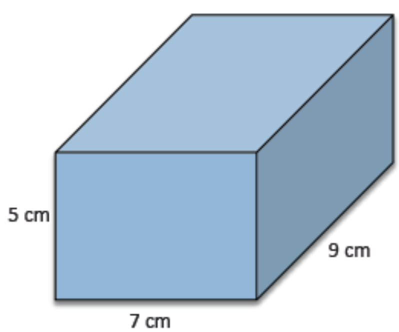
e. Usa tus expresiones en las partes (b) y (d) y escribe una función para el área interior blanca A de 1 pulgada para cualquier imagen cuadrada medida en pulgadas.

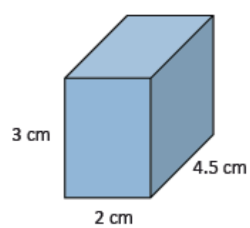
Ejercicios 5–6

5. El volumen del prisma que muestra a continuación es 61.6 pulg^3. ¿Cuál es la altura del prisma?



6. Encuentra el valor de la relación que compara el volumen del prisma grande con el prisma pequeño.



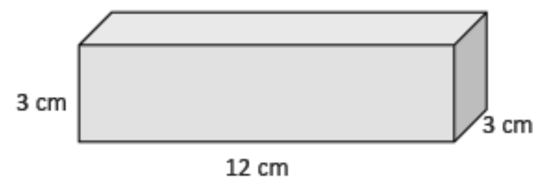


Desafío exploratorio 2/Ejercicios 7-10

A medida que completas los Ejercicios 7-10, registra la información en la tabla a continuación. Ten en cuenta que la base se refiere a la parte inferior del prisma.

	Área de la base en centímetros cuadrados (B)	Altura en centímetros (h)	Volumen en centímetros cúbicos
Ejercicio 7			
Ejercicio 8			
Ejercicio 9			
Ejercicio 10			

7. Utiliza la figura de la derecha para responder a las partes (a) - (c).

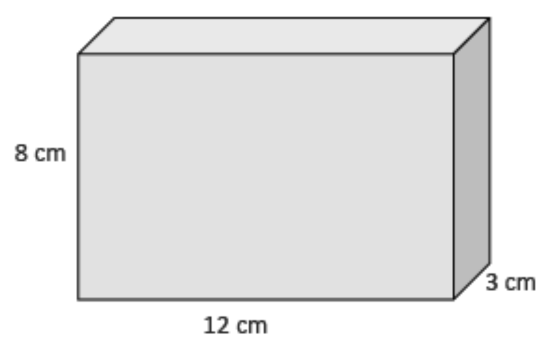


   a. ¿Cuál es el área de la base?

   b. ¿Cuál es la altura de la figura?

   c. ¿Cuál es el volumen de la figura?

8. Utiliza la figura de la derecha para responder a las partes (a) - (c).

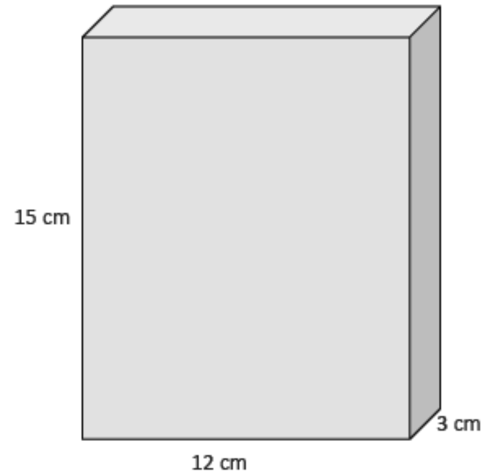


   a. ¿Cuál es el área de la base?

   b. ¿Cuál es la altura de la figura?

   c. ¿Cuál es el volumen de la figura?

9. Utiliza la figura de la derecha para responder a las partes (a) - (c).

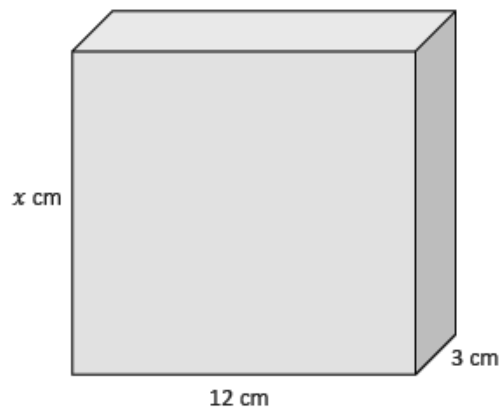


a. ¿Cuál es el área de la base?

b. ¿Cuál es la altura de la figura?

c. ¿Cuál es el volumen de la figura?

10. Utiliza la figura de la derecha para responder a las partes (a) - (c).



a. ¿Cuál es el área de la base?

b. ¿Cuál es la altura de la figura?

c. Escribe y describe una función que permitirá determinar el volumen de cualquier prisma rectangular que tenga un área de la base de 36 cm^2.

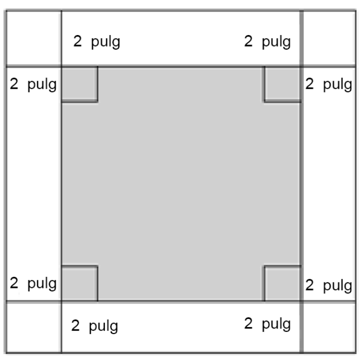
Resumen de la lección

Hay algunas suposiciones básicas que se realizan cuando se trabaja con el volumen:

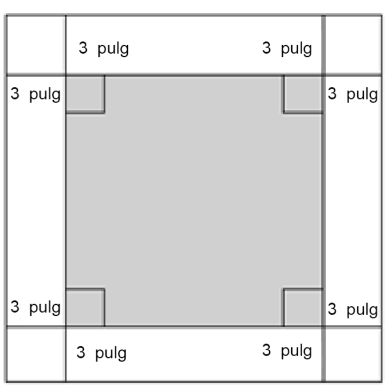
- **(a) El volumen de un sólido es siempre un número mayor o igual a 0.**
- **(b) El volumen de una unidad cúbica (es decir, un prisma rectangular cuyas aristas tienen longitud de 1) es, por definición, 1 unidad cúbica.**
- **(c) Si dos sólidos son idénticos; entonces, sus volúmenes son iguales.**
- **(d) Si dos sólidos tienen (en la mayoría) sus límites en común; entonces, su volumen total puede ser calculado sumando los volúmenes individuales. (Estas figuras se refieren a veces como sólidos compuestos).**

Grupo de problemas

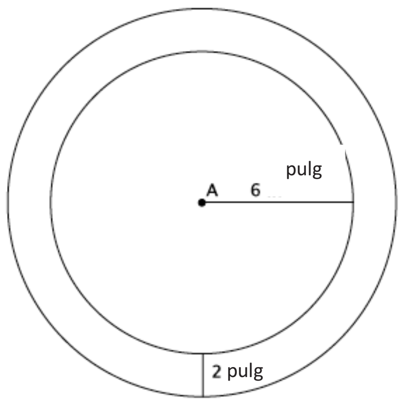
1. Calcula el área del borde blanco de 3 pulgadas de la figura cuadrada a continuación.



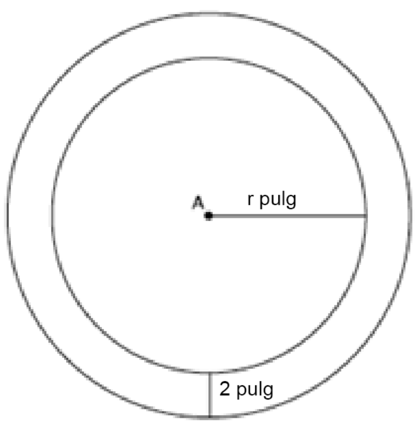
2. Escribe una función que permitirá calcular el área A de un borde blanco de 3 pulgadas para cualquier imagen cuadrada que se mida en pulgadas.



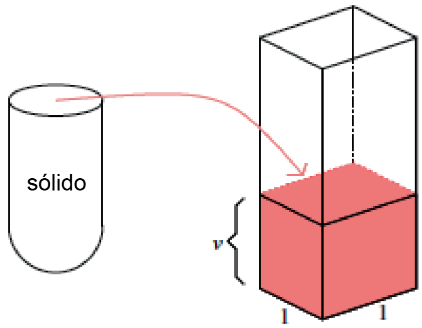
3. Los tableros de dardos tienen típicamente un anillo exterior de números que representa el número de puntos que un jugador puede obtener al poner el dardo en esa sección. Un tablero de dardos simplificado se muestra a continuación. El centro del círculo es el punto A. Calcula el área del anillo exterior. Escribe una respuesta exacta que utiliza π (no aproximes tu respuesta usando 3.14 para π).



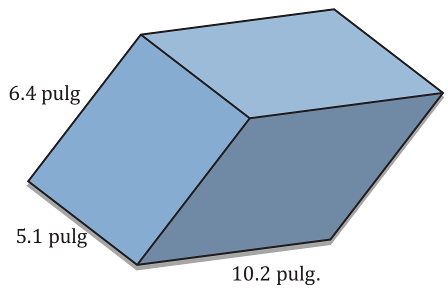
4. Escribe una función que te permita calcular el área, A, del anillo exterior para cualquier tamaño de un tablero de dardos con radio r. Escribe una respuesta exacta que utiliza π (no aproximes tu respuesta usando 3.14 para π).



5. El recipiente del sólido mostrado se llenó con agua y después se vertió en el prisma rectangular estándar, como se muestra. La altura que alcanza el volumen es 14.2 in. ¿Cuál es el volumen del recipiente del sólido?

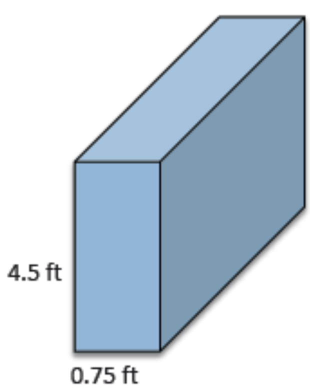


6. Determina el volumen del prisma rectangular que se muestra a continuación.

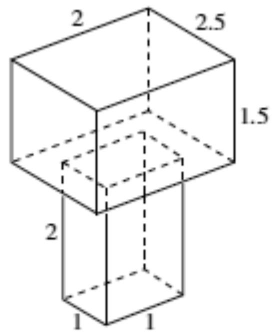


7. El volumen del prisma que se muestra a continuación es 972 cm^3. ¿Cuál es su longitud?

8. El volumen del prisma que se muestra a continuación es 32.7375 pies^3. ¿Cuál es su ancho?



9. Determina el volumen de la figura tridimensional a continuación. Explica cómo obtuviste tus respuestas.



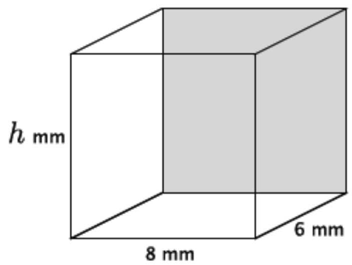
Lección 10: Volúmenes de sólidos: conos y cilindros conocidos

Trabajo en clase

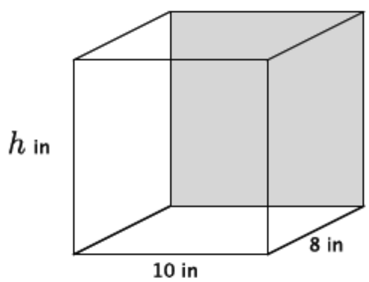
Ejercicio inicial

a.

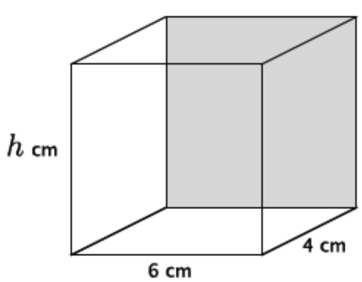
i. Escribe una ecuación para determinar el volumen del prisma rectangular que se muestra a continuación.



ii. Escribe una ecuación para determinar el volumen del prisma rectangular que se muestra a continuación.

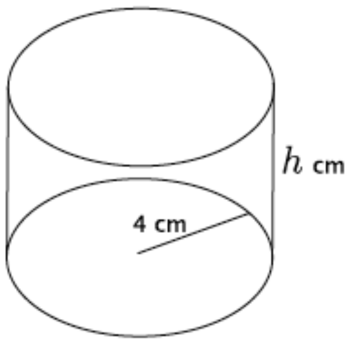


iii. Escribe una ecuación para determinar el volumen del prisma rectangular que se muestra a continuación.



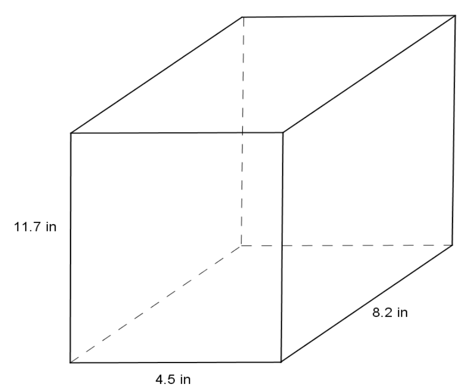
iv. Escribe una ecuación para el volumen, V, en términos del área de la base, B.

b. Usando lo aprendido en la parte (a), escribe una ecuación para determinar el volumen del cilindro que se muestra a continuación.



Ejercicios 1–3

1. Utiliza el diagrama de la derecha para contestar a las preguntas.

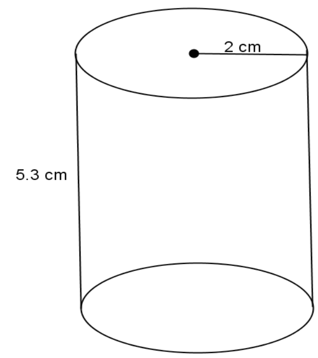


a. ¿Cuál es el área de la base?

b. ¿Cuál es la altura?

c. ¿Cuál es el volumen del prisma rectangular?

2. Utiliza el diagrama de la derecha para contestar a las preguntas.

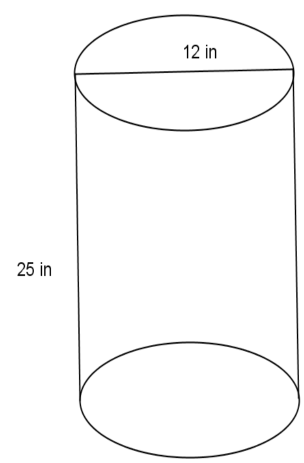


   a. ¿Cuál es el área de la base?

   b. ¿Cuál es la altura?

   c. ¿Cuál es el volumen del cilindro circular recto?

3. Utiliza el diagrama de la derecha para contestar a las preguntas.



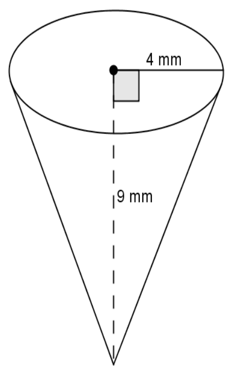
   a. ¿Cuál es el área de la base?

   b. ¿Cuál es la altura?

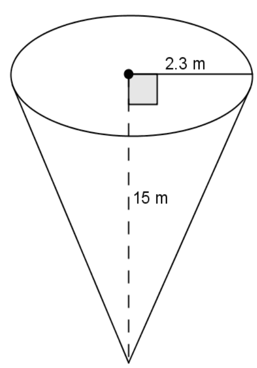
   c. ¿Cuál es el volumen del cilindro circular recto?

Ejercicios 4–6

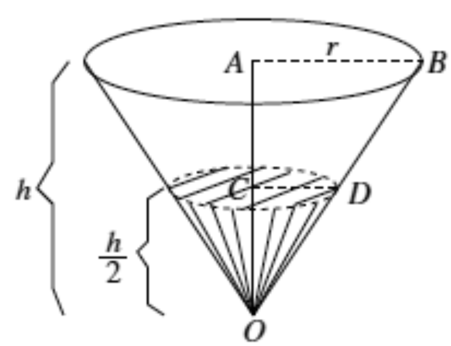
4. Usa el diagrama para encontrar el volumen del cono circular recto.



5. Usa el diagrama para encontrar el volumen del cono circular recto.



6. Desafío: Un contenedor con forma de cono circular recto tiene una altura $\boldsymbol{h}$ y una base de radio $\boldsymbol{r}$, como se muestra. Se llena con agua (en su posición vertical) a la mitad de la altura. Supongamos que la superficie del agua es paralela a la base del cono invertido. Usa el diagrama para contestar a las siguientes preguntas:
   a. ¿Qué sabemos acerca de las longitudes de AB y AO?



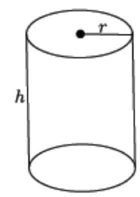
b. ¿Qué sabemos acerca de las longitudes de $\angle OAB$ y $\angle OCD$?

c. ¿Qué se puede decir sobre $\triangle OAB$ y $\triangle OCD$?

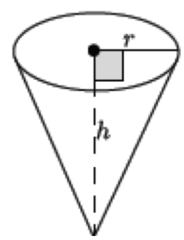
d. ¿Cuál es la relación entre el volumen de agua con el volumen del propio contenedor?

Resumen de la lección

La fórmula para encontrar el volumen, V, de un cilindro circular recto es, $V = \pi r^2 h = Bh$, donde B es el área de la base.

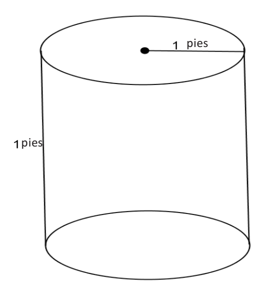


La fórmula para encontrar el volumen de un cono está directamente relacionada con la del cilindro. Dado un cilindro circular recto con radio r y altura h, el volumen de un cono con esas mismas dimensiones es de un tercio del cilindro. La fórmula para el volumen, V, de un cono circular es $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Siendo más genérico, la fórmula del volumen de un cono general es $V = \frac{1}{3}Bh$, donde B es el área de la base.

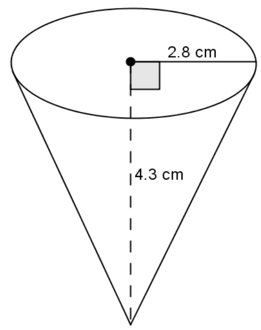


Grupo de problemas

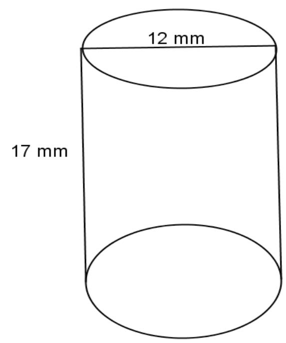
1. Usa el diagrama para ayudarte a encontrar el volumen del cilindro circular recto.



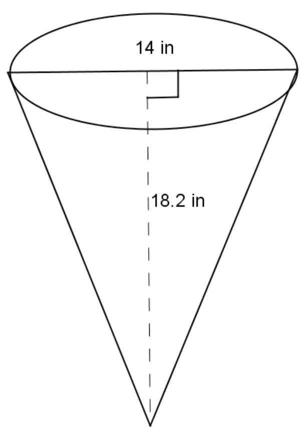
2. Usa el diagrama para ayudarte a encontrar el volumen del cono recto.



3. Usa el diagrama para ayudarte a encontrar el volumen del cilindro circular recto.



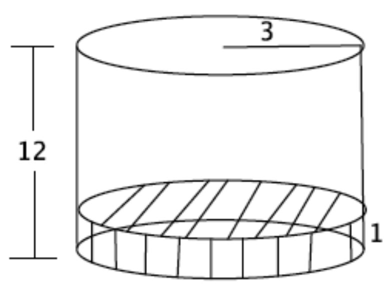
4. Usa el diagrama para ayudarte a encontrar el volumen del cono recto.



5. Oscar quiere llenar con agua un cubo que tiene la forma de un cilindro circular recto. Tiene un radio de 6 in y una altura de 12 in. Utiliza una pala que tiene la forma de un cono circular recto con un radio de 3 in y una altura de 4 in. ¿Cuántas paladas tardará Oscar en llenar la cubeta hasta el nivel de la parte superior?

5. Oscar quiere llenar con agua un cubo que tiene la forma de un cilindro circular recto. Tiene un radio de 6 in y una altura de 12 in. Utiliza una pala que tiene la forma de un cono circular recto con un radio de 3 in y una altura de 4 in. ¿Cuántas paladas tardará Oscar en llenar la cubeta hasta el nivel de la parte superior?

6. Un tanque cilíndrico (con dimensiones que se muestran a continuación) contiene agua con una profundidad de 1 ft. Si el agua se vierte en el tanque a una velocidad constante de $20\,\frac{\text{ft}^3}{\text{min}}$ durante 20 min, ¿se desbordará el tanque? Se utiliza 3.14 para estimar π.



Lección 11: Volumen de una esfera

Trabajo en clase

Ejercicios 1–3

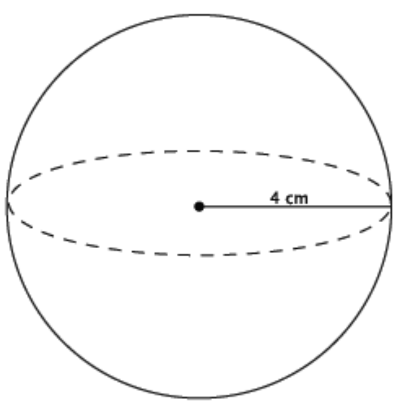
1. ¿Cuál es el volumen de un cilindro?

2. ¿Cuál es la altura del cilindro?

3. Si $\text{volumen (esfera)} = \frac{2}{3}\text{volumen (cilindro con mismo diámetro y altura)}$, ¿cuál es la fórmula para el volumen de una esfera?

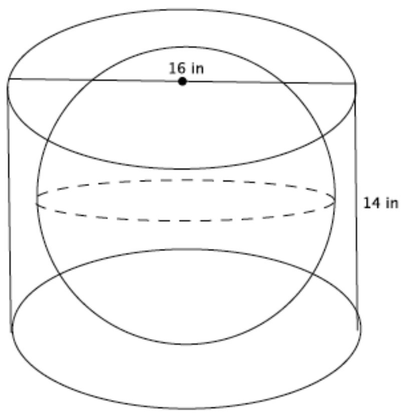
Ejemplo 1

Calcula el volumen exacto de la esfera a continuación.



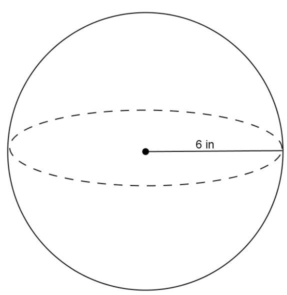
Ejemplo 2

Un cilindro tiene un diámetro de 16 pulgadas y una altura de 14 pulgadas. ¿Cuál es el volumen de la mayor esfera que cabe en el cilindro?



Ejercicios 4–8

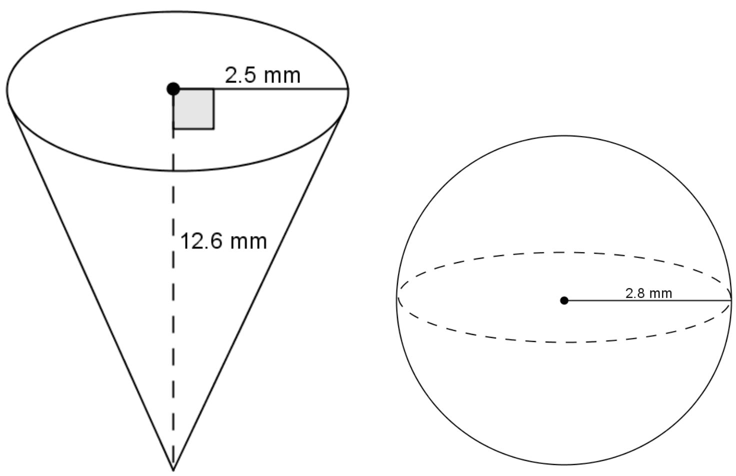
4. Utiliza el diagrama y la fórmula general para encontrar el volumen de la esfera.



5. La pelota de baloncesto promedio tiene un diámetro de 9.5 pulgadas. ¿Cuál es el volumen de una pelota de baloncesto promedio? Redondea tu respuesta a las décimas más cercanas.

6. Un tanque de peces esférico tiene un radio de 8 pulgadas. Suponiendo que todo el tanque podría ser llenado con agua, ¿cuál sería el volumen del tanque? Redondea tu respuesta a las décimas más cercanas.

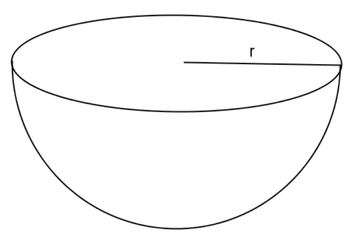
7. Usa el diagrama para responder las preguntas.



a. Estima cuál de las figuras que se muestran arriba tiene el mayor volumen. Explica.

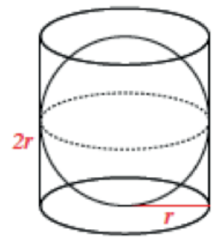
b. Usa el diagrama para encontrar el volumen de cada uno y determina cuál tiene el mayor volumen.

8. Una de las dos medias esferas formadas por un plano a través del centro de la esfera se llama hemisferio. ¿Cuál es la fórmula para el volumen de un hemisferio?

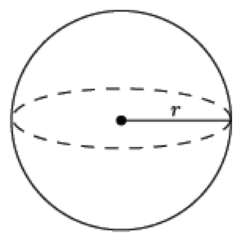


Resumen de la lección

La fórmula para encontrar el volumen de una esfera está directamente relacionada con el cilindro circular recto. Dado un cilindro circular recto con radio r y altura h, que es igual a $2r$, una esfera con el mismo radio r tiene un volumen que es exactamente dos tercios del cilindro.

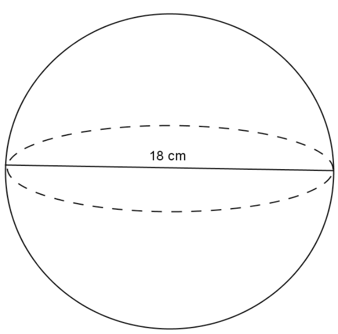


Por lo tanto, el volumen de una esfera de radio r tiene un volumen dado por la fórmula $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

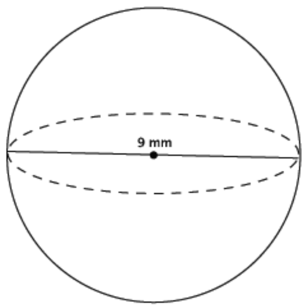


Grupo de problemas

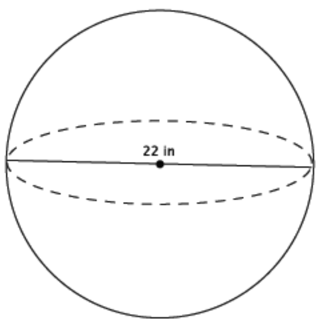
1. Usa el diagrama para encontrar el volumen de la esfera.



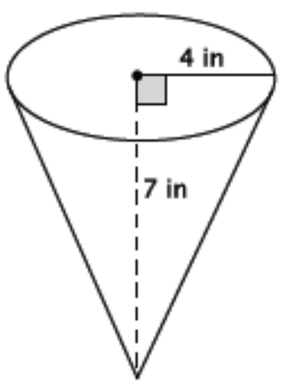
2. Determina el volumen de una esfera, como la que se muestra a continuación, con un diámetro 9 mm.

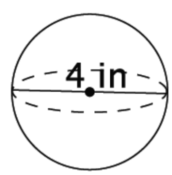


3. Determina el volumen de una esfera, como la que se muestra a continuación, con un diámetro de 22 pulg.

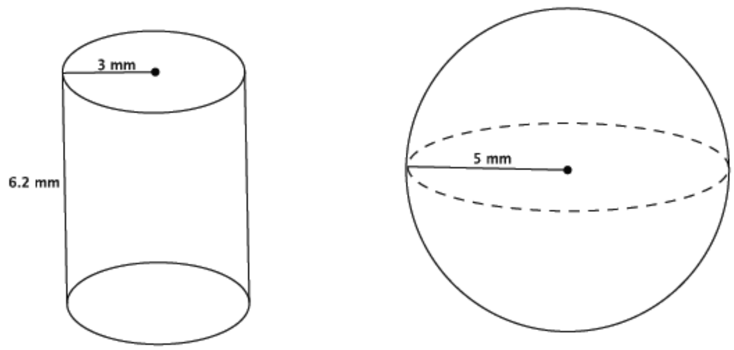


4. ¿Cuál de las dos figuras a continuación tiene menor volumen?





5. ¿Cuál de las dos figuras a continuación tiene mayor volumen?



6. Bridget quiere determinar cuál helado es la mejor opción. La tabla a continuación da la descripción y los precios de sus opciones. Utiliza el espacio debajo de cada elemento para registrar tus hallazgos.

$\$2.00$	$\$3.00$	$\$4.00$
Una cucharada en una taza	Dos cucharadas en una taza	Tres cucharadas en una taza
La mitad de una cucharada en un cono lleno de helado		Una taza llena de helado (nivel hasta la parte superior de la taza)

Una bola de helado se considera una esfera perfecta y tiene un diámetro de 2 pulgadas. Un cono tiene un diámetro de 2 pulgadas y una altura de 4.5 pulgadas. Una taza, considerada un cilindro circular recto, tiene un diámetro de 3 pulgadas y una altura de 2 pulgadas.

a. Determina el volumen de cada elección. Utiliza 3.14 para aproximar π.

b. Determina qué opción es la mejor para gastar su dinero. Explica tu razonamiento.