Una historia de proporciones®

Eureka Math™

8.º grado Módulo 3

Archivo del estudiante_A

Cuaderno de trabajo del estudiante

Este archivo contiene:
- G8-M3 Trabajo en clase
- G8-M3 Grupos de problemas

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Impreso en EE. UU.
Este libro puede comprarse directamente en la editorial en eureka-math.org
10 9 8 7 6 5 4 3 2

G8-M3-SFA-1.1.0-07.2017

Lección 1: ¿Qué hay detrás de la "misma forma"?

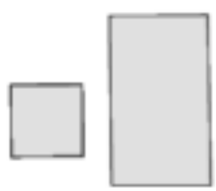
Trabajo en clase

Desafío de exploración

Dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Usando esa definición informal, ¿los siguientes pares de figuras son semejantes entre sí? Explica.

Par A:

Par B:



Par C:

Par D:

Par E:

Par F:

Par G:

Par H:

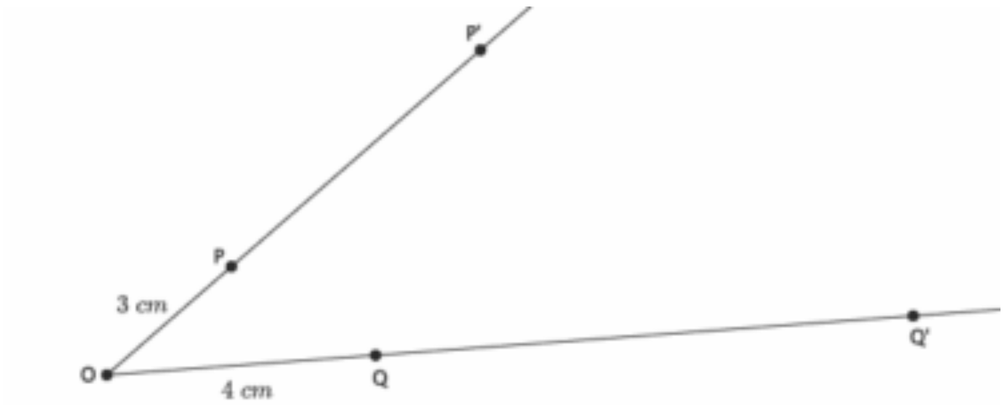
Ejercicios

1. Dado $|OP| = 5$ in.

   a. Si el segmento OP está dilatado por un factor de escala $r = 4$, ¿cuál es la longitud del segmento OP'?

   b. Si el segmento OP está dilatado por un factor de escala $r = \frac{1}{2}$, ¿cuál es la longitud del segmento OP'?

Utiliza el siguiente diagrama para responder a los Ejercicios 2-6. Hay una dilatación del centro U. Entonces, $Dilatación(P) = P'$ y $Dilatació(Q) = Q'$. En el siguiente diagrama $|OP| = 3$ cm y $|OQ| = 4$ cm, tal como se muestra.



2. Si el factor de escala es $r = 3$, ¿cuál es la longitud del segmento OP'?

3. Utiliza la definición de la dilatación para demostrar que tu respuesta al Ejercicio 2 es correcta.

4. Si el factor de escala es $r = 3$, ¿cuál es la longitud del segmento OQ'?

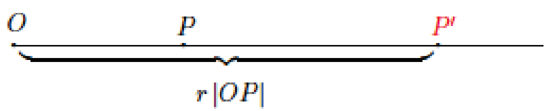
5. Utiliza la definición de la dilatación para demostrar que tu respuesta al Ejercicio 4 es correcta.

6. Si sabes que $|OP| = 3$, $|OP'| = 9$, ¿cómo puedes utilizar esa información para determinar el factor de escala?

Resumen de la lección

Definición: Para un número positivo r, una *dilatación con centro O y factor de escala r* es la transformación del plano que aplica O a sí mismo y aplica cada punto que queda P del plano a su imagen P' en el rayo $\overrightarrow{OP}$ de manera que $|OP'| = r|OP|$. Es decir, que es la transformación que asigna a cada punto del plano P a un punto $Dilatación(P)$ de manera que

1. $Dilatación(O) = O$ (es decir, una dilatación no mueve el centro de dilatación).

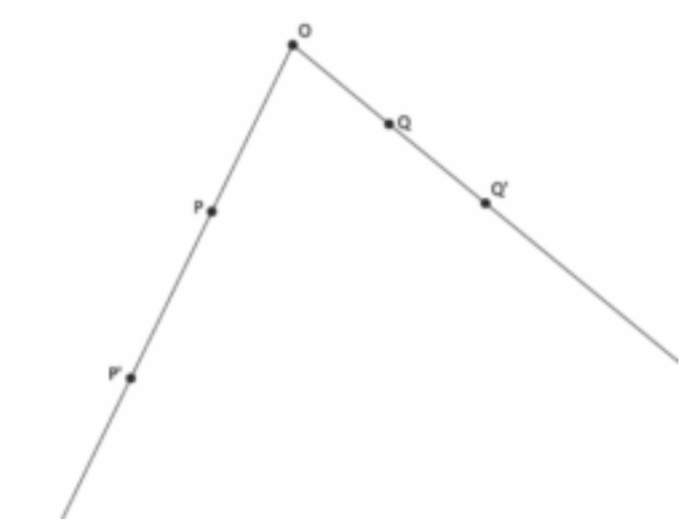


2. Si $P \neq O$, entonces el punto $Dilatación(P)$ (que se denota simplemente por P') es el punto en el rayo $\overrightarrow{OP}$ de manera que $|OP'| = r|OP|$.

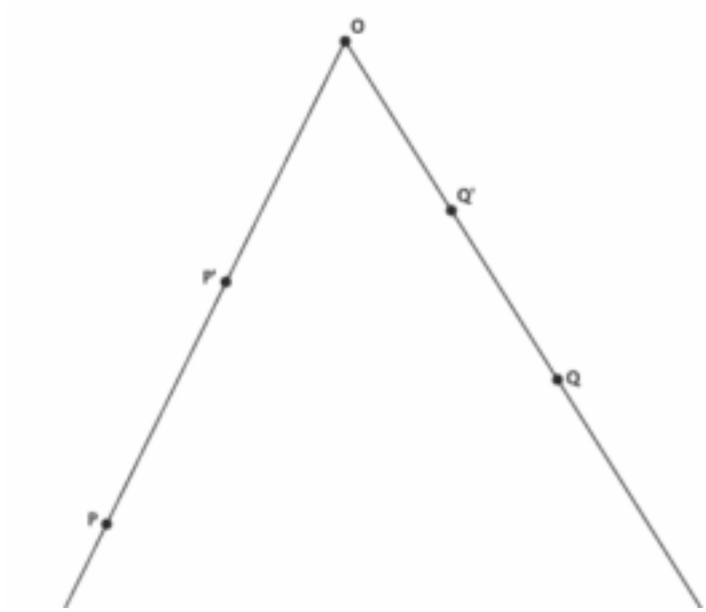
En otras palabras, una dilatación es una regla que mueve cada punto P a lo largo del rayo emanado desde el centro O hacia un nuevo punto P' en ese rayo de tal manera que la distancia $|OP'|$ es r veces la distancia $|OP|$.

Grupo de problemas

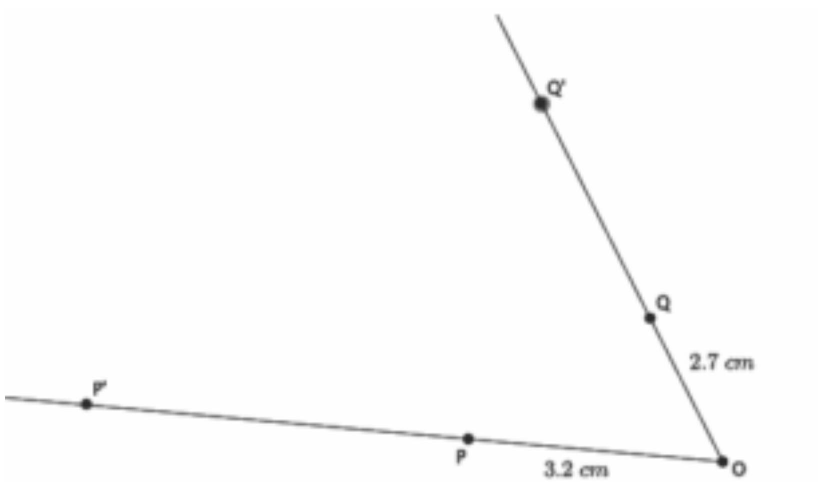
1. Sea una dilatación del centro O. Entonces, $Dilatación(P) = P'$ y $Dilatación(Q) = Q'$. Examina el dibujo de abajo. ¿Qué se puede determinar acerca del factor de escala de la dilatación?



2. Sea una dilatación del centro O. Entonces, $Dilatación(P) = P'$ y $Dilatación(Q) = Q'$. Examina el dibujo de abajo. ¿Qué se puede determinar acerca del factor de escala de la dilatación?



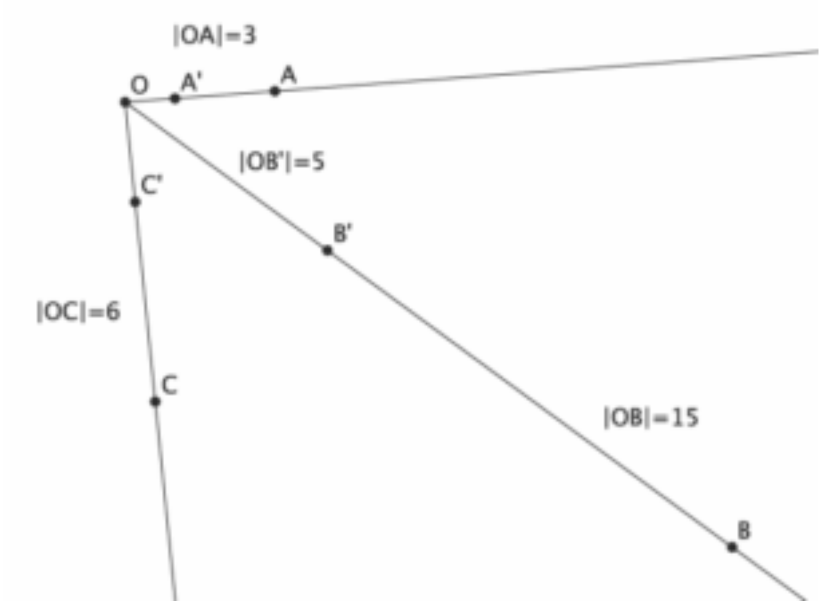
3. Sea una dilatación del centro O con el factor de escala $r = 4$. Entonces, $Dilatación(P) = P'$ y $Dilatación(Q) = Q'$. $|OP| = 3.2$ cm y $|OQ| = 2.7$ cm, como se muestra. Usa el siguiente dibujo para contestar las partes (a) y (b). El dibujo no está a escala.



a. Utiliza la definición de dilatación para determinar $|OP'|$.

b. Utiliza la definición de dilatación para determinar $|OQ'|$.

4. Sea una dilatación del centro O con el factor de escala r. Entonces, $Dilatación(A) = A'$, $Dilatación(B) = B'$ y $Dilatación\ (C) = C'$. $|OA| = 3$, $|OB| = 15$, $|OC| = 6$ y $|OB'| = 5$, como se muestra. Usa el siguiente dibujo para contestar las partes (a) a (c).



a. Usando la definición de dilatación con longitudes OB y OB', determina el factor de escala de la dilatación.

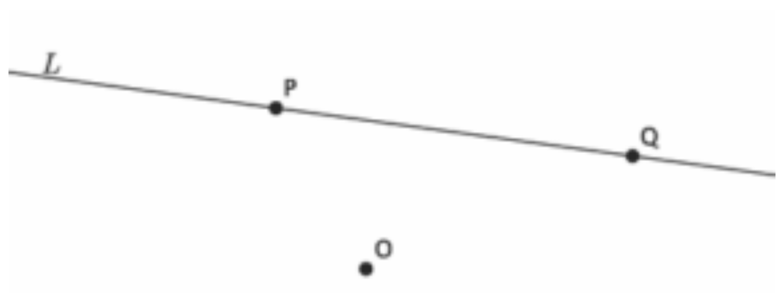
b. Utiliza la definición de la dilatación para determinar $|OA'|$.

c. Utiliza la definición de la dilatación para determinar $|OC'|$.

Lección 2: Propiedades de las dilataciones

Trabajo en clase

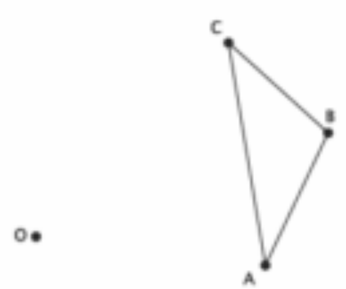
Ejemplos 1–2: Dilataciones que aplican rectas en rectas



Ejemplo 3: Dilataciones que aplican rectas en rectas

Ejercicio

Dado el centro O y el triángulo ABC, dilata el triángulo del centro O con un factor de escala $r = 3$.



a. Ten en cuenta que el triángulo ABC se compone de los segmentos AB, BC y CA. ¿Las imágenes de estos segmentos dilatados todavía son segmentos?

b. Mide la longitud de los segmentos AB y $A'B'$. ¿Qué notas? (Piensa en la definición de la dilatación).

c. Verifica la afirmación que hiciste en la parte (b) midiendo y comparando las longitudes de los segmentos BC y $B'C'$ y los segmentos CA y $C'A'$. ¿Qué significa esto en términos de los segmentos formados entre los puntos dilatados?

d. Mide $\angle ABC$ y $\angle A'B'C'$. ¿Qué notas?

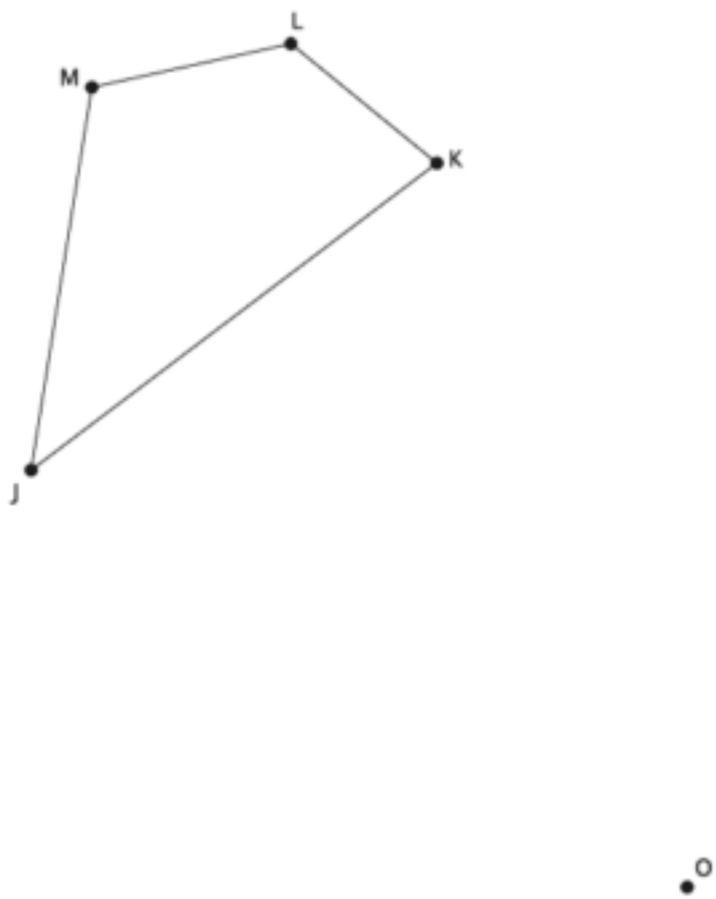
e. Verifica la afirmación que hiciste en la parte (d) midiendo y comparando los siguientes conjuntos de ángulos: (1) $\angle BCA$ y $\angle B'C'A'$ y (2) $\angle CAB$ y $\angle C'A'B'$. ¿Qué significa eso en términos de dilataciones con respecto a los ángulos y sus grados?

Resumen de la lección

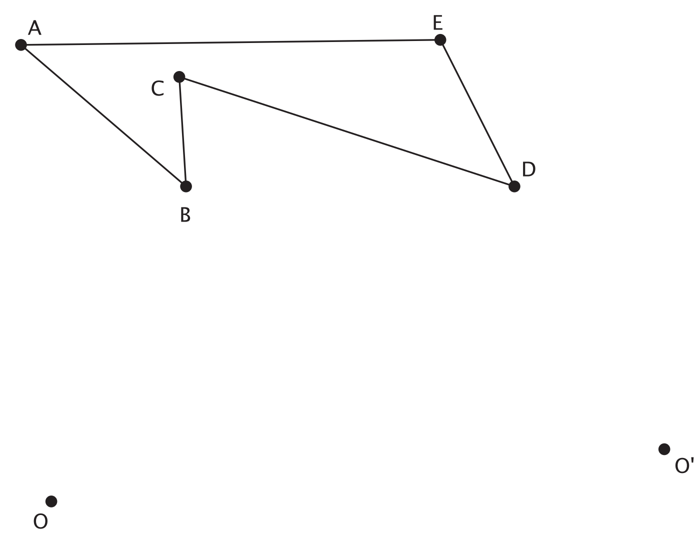
Las dilataciones aplican las rectas en rectas, rayos en rayos y segmentos en segmentos. Las dilataciones aplican ángulos en ángulos del mismo grado.

Grupo de problemas

1. Usa una regla para dilatar la siguiente figura del centro O, con el factor de escala $r = \frac{1}{2}$.



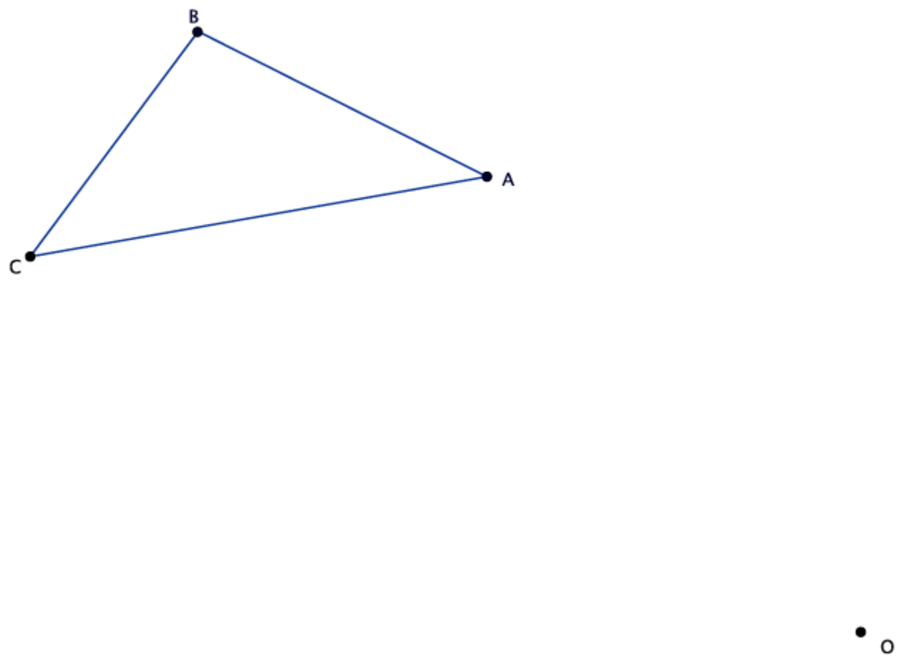
2. Utiliza un compás para dilatar la figura $ABCDE$ del centro O, con el factor de escala $r = 2$.



a. Dilata la misma figura, $ABCDE$, de un nuevo centro O', con factor de escala $r = 2$. Utiliza números primos dobles ($A''B''C''D''E''$) para distinguir esta imagen de la original.

b. ¿Qué movimiento rígido o secuencia de movimientos rígidos, aplicaría $A''B''C''D''E''$ en$A'B'C'D'E'$?

3. Dado el centro O y el triángulo ABC, dilata la figura del centro O por un factor de escala de $r = \frac{1}{4}$. Indica el triángulo dilatado $A'B'C'$.



4. El segmento de recta AB sufre una dilatación. Basándote en la lección de hoy, ¿cuál es la imagen del segmento?

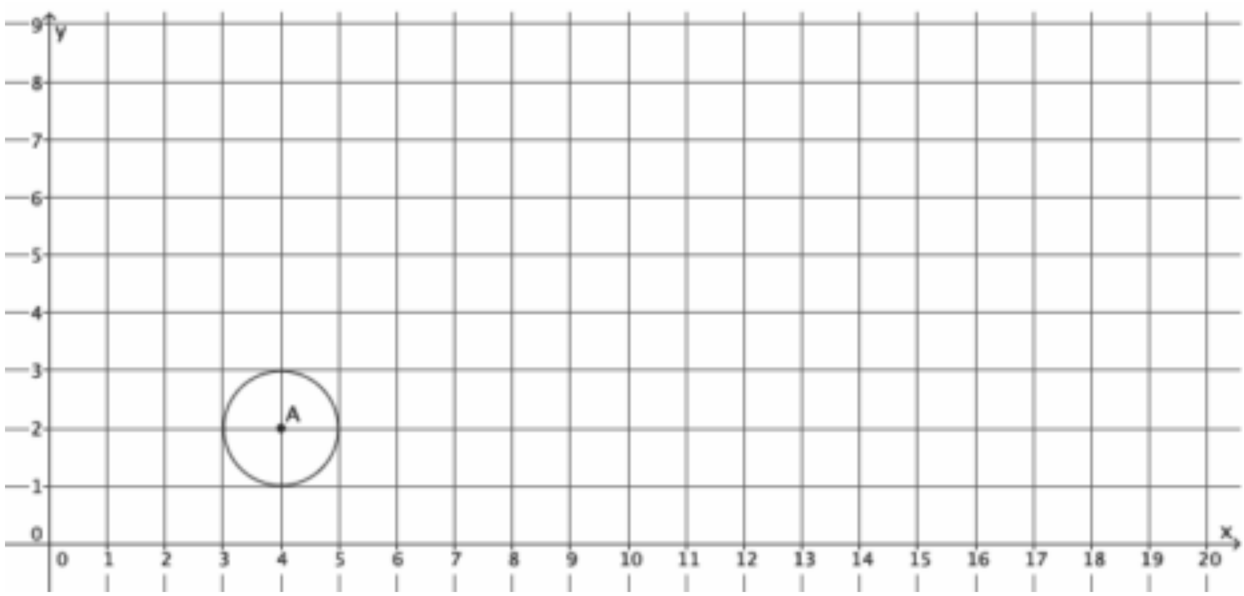
5. $\angle GHI$ mide $78°$. Después de una dilatación, ¿cuál es la medida de $\angle G'H'I'$? ¿Cómo lo sabes?

Lección 3: Ejemplos de Dilataciones

Trabajo en clase

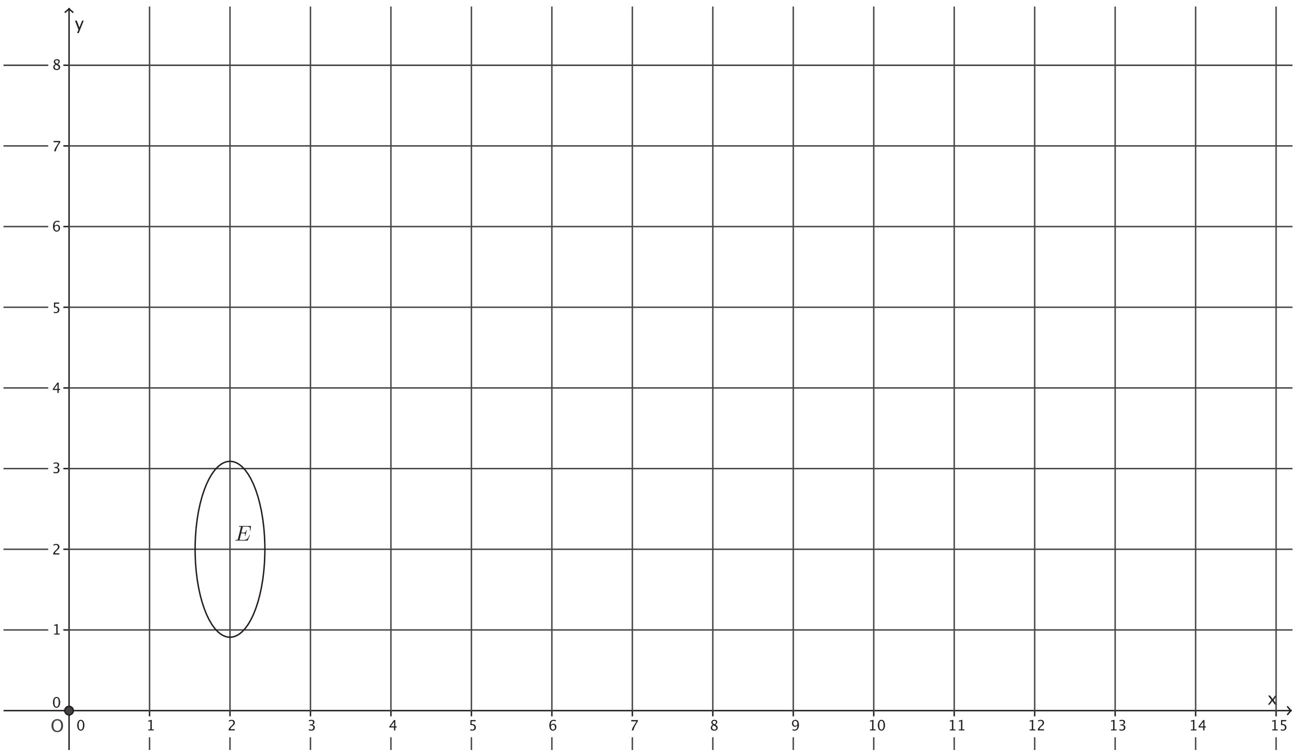
Ejemplo 1

Dilata el círculo A del centro O en el origen por el factor de escala $r = 3$.



Ejercicios 1–2

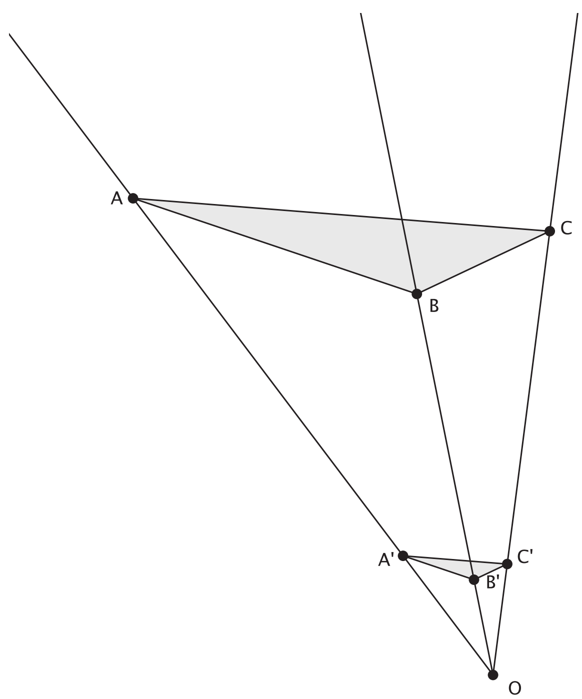
1. Dilata la elipse E, del centro O en el origen de la gráfica, con el factor de escala $r = 2$. Utiliza tantos puntos como sea necesario para desarrollar la imagen dilatada de la elipse E.



2. ¿Qué forma tenía la imagen dilatada?

Ejercicio 3

3. El triángulo ABC se ha dilatado desde el centro O por un factor de escala de $r = \frac{1}{4}$ denotado por el triángulo $A'B'C'$. Usando una regla de centímetros, comprueba que se necesitaría un factor de escala de $r = 4$ del centro O para aplicar el triángulo $A'B'C'$ en el triángulo ABC.



Resumen de la lección

Las dilataciones aplican círculos en círculos y elipses en elipses.

Si una figura se dilata por el factor de escala r , hay que dilatarlo por un factor de escala de $\frac{1}{r}$ para regresar la figura dilatada de nuevo a su tamaño original. Por ejemplo, si un factor de escala es $r = 4$, entonces para regresar la figura dilatada de nuevo a su tamaño original, debemos dilatarla por un factor de escala $r = \frac{1}{4}$.

Grupo de problemas

1. Dilata la figura del centro $\boldsymbol{O}$ por un factor de escala $\boldsymbol{r = 2}$. Asegúrate de utilizar los suficientes puntos para hacer una buena imagen de la figura original.

2. Describe el proceso de selección de puntos al dilatar la figura curva.

3. Una figura fue dilatada del centro $\boldsymbol{O}$ por un factor de escala de $\boldsymbol{r = 5}$. ¿Qué factor de escala reduciría la figura dilatada de nuevo a su tamaño original?

4. Una figura fue dilatada del centro $\boldsymbol{O}$ por un factor de escala de $\boldsymbol{r = \frac{7}{6}}$. ¿Qué factor de escala reduciría la figura dilatada de nuevo a su tamaño original?

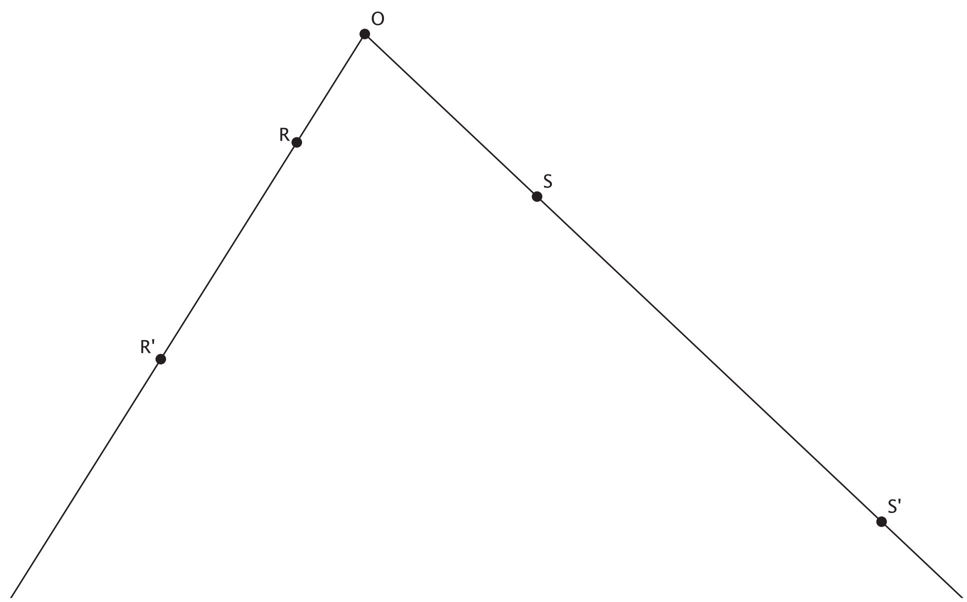
5. Una figura fue dilatada del centro $\boldsymbol{O}$ por un factor de escala de $\boldsymbol{r = \frac{3}{10}}$. ¿Qué factor de escala reduciría la figura dilatada de nuevo a su tamaño original?

Lección 4: Teorema fundamental de la semejanza (FTS)

Trabajo en clase

Ejercicio

En el siguiente diagrama, los puntos R y S se han dilatado del centro O por un factor de escala de $r = 3$.



a. Si $|O| = 2.3$ cm, ¿cuánto mide $|OR'|$?

b. Si $|OS| = 3.5$ cm, ¿cuánto mide $|OS'|$?

c. Conecta el punto R hasta el punto S y el punto R' hasta el punto S'. ¿Qué sabes acerca de las rectas que contienen los segmentos RS y $R'S'$?

d. ¿Cuál es la relación entre la longitud del segmento RS y la longitud del segmento $R'S'$?

e. Identifica los pares de ángulos que miden lo mismo. ¿Cómo sabes que son iguales?

Resumen de la lección

TEOREMA: Dada una dilatación con el centro O y el factor de escala r, entonces para cualquiera de los dos puntos P y Q en el plano de manera que O, P y Q no son colineales, las líneas PQ y $P'Q'$ son paralelas, donde $P' = Dilatación(P)$ y $Q' = Dilatación(Q)$ y además $|P'Q'| = r|PQ|$.

Grupo de problemas

1. Usa una hoja de papel de cuaderno para verificar el teorema fundamental de la semejanza para un factor de escala $\boldsymbol{r}$ que es $0 < r < 1$.
   - ✓ Marca un punto O en la primera línea de papel del cuaderno.
   - ✓ Marca el punto $\boldsymbol{P}$ en una línea varias líneas hacia abajo desde el centro $\boldsymbol{O}$. Dibuja un rayo, $\overrightarrow{\boldsymbol{OP}}$. Marca el punto $\boldsymbol{P'}$ en el rayo y en una línea de la hoja de cuaderno más cerca de $\boldsymbol{O}$ que lo que colocaste el punto $\boldsymbol{P}$. Esto asegura que tienes un factor de escala que es $\boldsymbol{0 < r < 1}$. Escribe tu factor de escala en la parte superior de la hoja de cuaderno.
   - ✓ Dibuja otro rayo $\overrightarrow{OQ}$ y marca los puntos Q y Q' de acuerdo con tu factor de escala.
   - ✓ Conecta los puntos P y Q. Después, conecta los puntos P' y Q'.
   - ✓ Coloca un punto A, en la recta que contiene el segmento PQ entre los puntos P y Q. Dibuja una flecha $\overrightarrow{OA}$. Marcar el punto A' en la intersección de la recta que contiene el segmento $P'Q'$ y el rayo $\overrightarrow{OA}$.

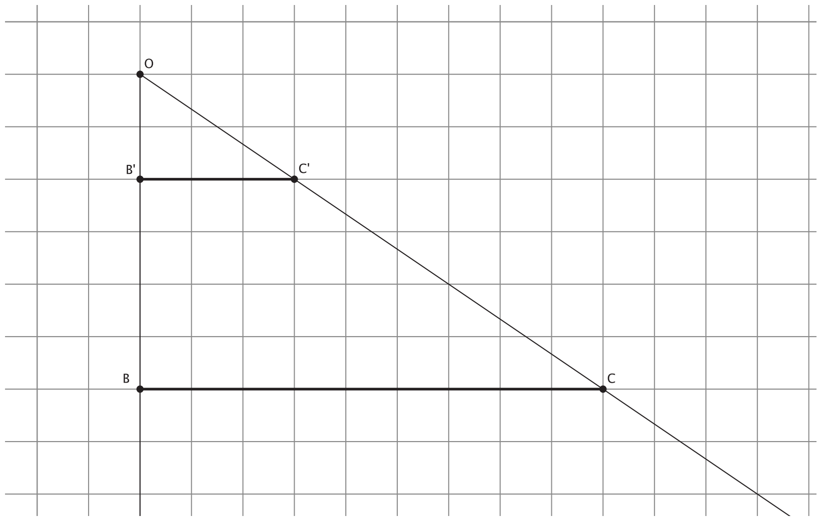
   a. ¿Las rectas que contienen los segmentos PQy $P'Q'$ son rectas paralelas? ¿Cómo lo sabes?

   b. Por lo tanto, ¿cualquiera de los siguientes pares de ángulos miden lo mismo? Explica.
      i. $\angle OPQ$ y $\angle OP'Q'$
      ii. $\angle OAQ$ y $\angle OA'Q'$
      iii. $\angle OAP$ y $\angle OA'P'$
      iv. $\angle OQP$ y $\angle OQ'P'$

   c. Por lo tanto, ¿cualquiera de las siguientes afirmaciones son ciertas? Muestra tu trabajo para verificar o aclarar cada afirmación.
      i. $|OP| = r|OP|$
      ii. $|OQ'| = r|OQ|$
      iii. $|P'A'| = r|PA|$
      iv. $|A'Q'| = r|AQ|$

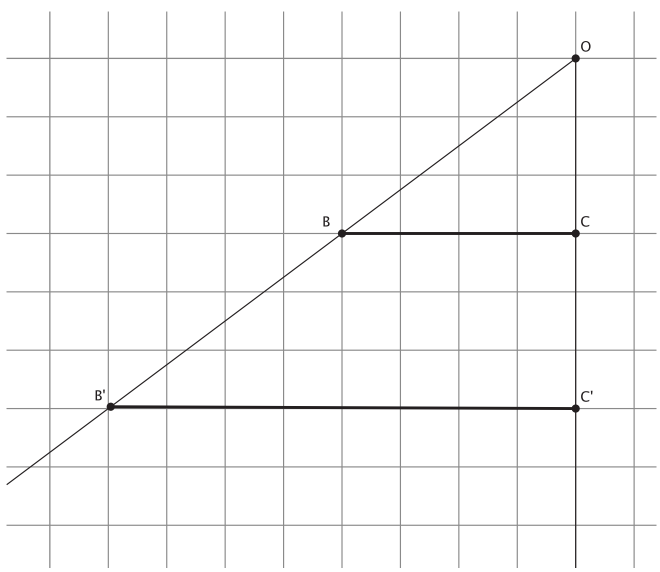
   d. ¿Crees que el teorema fundamental de semejanza (FTS) es cierto incluso cuando el factor de escala es $0 < r < 1$? Explica.

2. Caleb dibujó el siguiente diagrama en papel cuadriculado. Dilata los puntos B y C desde el punto O.



a. ¿Cuál es el factor de escala r? Muestra tu trabajo.
b. Verifica el factor de escala con un conjunto de segmentos diferentes.
c. ¿Qué segmentos son paralelos? ¿Cómo lo sabes?
d. ¿Qué ángulos miden lo mismo? ¿Cómo lo sabes?

3. Los puntos B y C fueron dilatados del centro O.



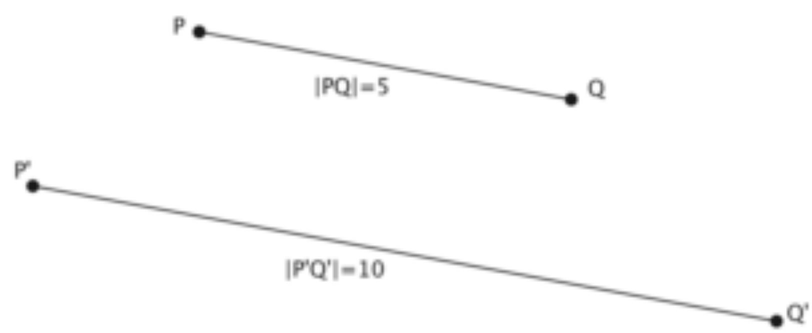
a. ¿Cuál es el factor de escala r? Muestra tu trabajo.
b. Si $|OB| = 5$, ¿cuánto mide $|OB'|$?
c. ¿Cómo se compara el perímetro del triángulo OBC con el perímetro del triángulo $OB'C'$?
d. ¿El perímetro del triángulo $OB'C' = r\times$(perímetro del triángulo OBC)? Explica.

Lección 5: Primeras consecuencias del teorema fundamental de la semejanza (FTS)

Trabajo en clase

Ejercicio 1

En el siguiente diagrama, los puntos P y Q se han dilatado del centro O por un factor de escala de r. $\overline{PQ} \parallel \overline{P'Q'}$, $|PQ| = 5 \text{ cm}$ y $|P'Q'| = 10 \text{ cm}$.

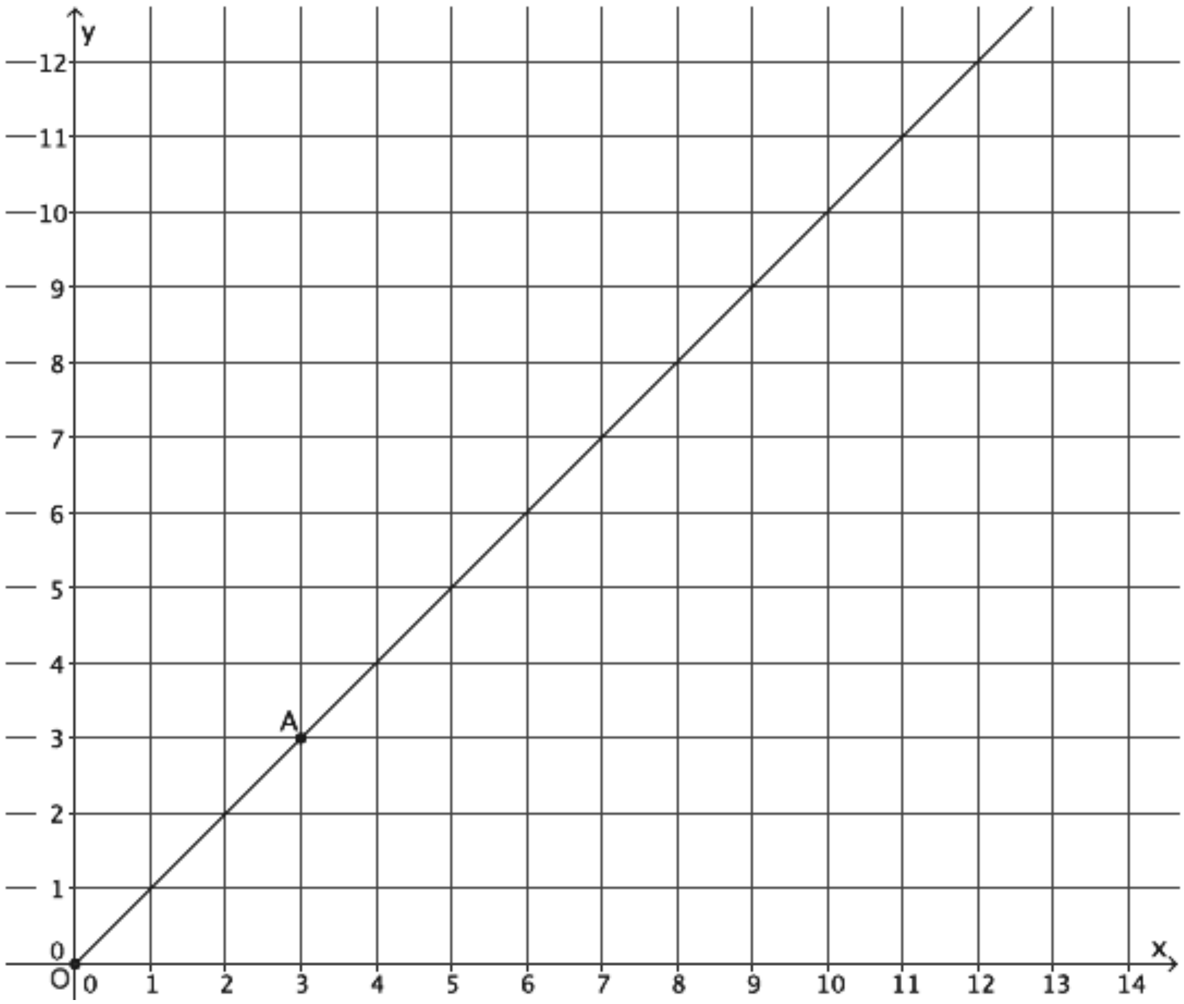


a. Determina el factor de escala r.

b. Localiza el centro O de la dilatación. Mide los segmentos para verificar que $|OP| = r|OP|$ y $|OQ'| = r|OQ|$. Muestra tu trabajo en el siguiente espacio.

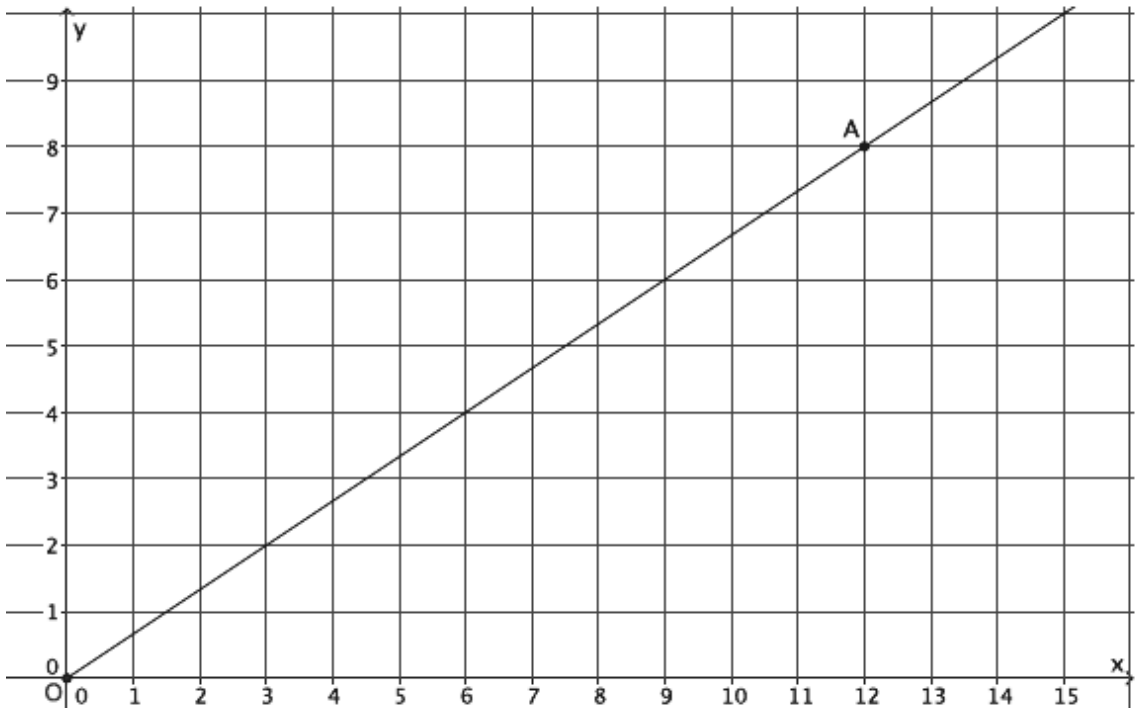
Ejercicio 2

En el siguiente diagrama, se da el centro O y el rayo $\overrightarrow{OA}$. El punto A se dilata por un factor de escala $r = 4$. Usa lo que sabes acerca del teorema fundamental de la semejanza para encontrar la ubicación del punto A'.



Ejercicio 3

En el siguiente diagrama, se da el centro O y el rayo $\overrightarrow{OA}$. El punto A se dilata por un factor de escala $r = \frac{5}{12}$. Usa lo que sabes acerca del FTS para encontrar la ubicación del punto A'.



Resumen de la lección

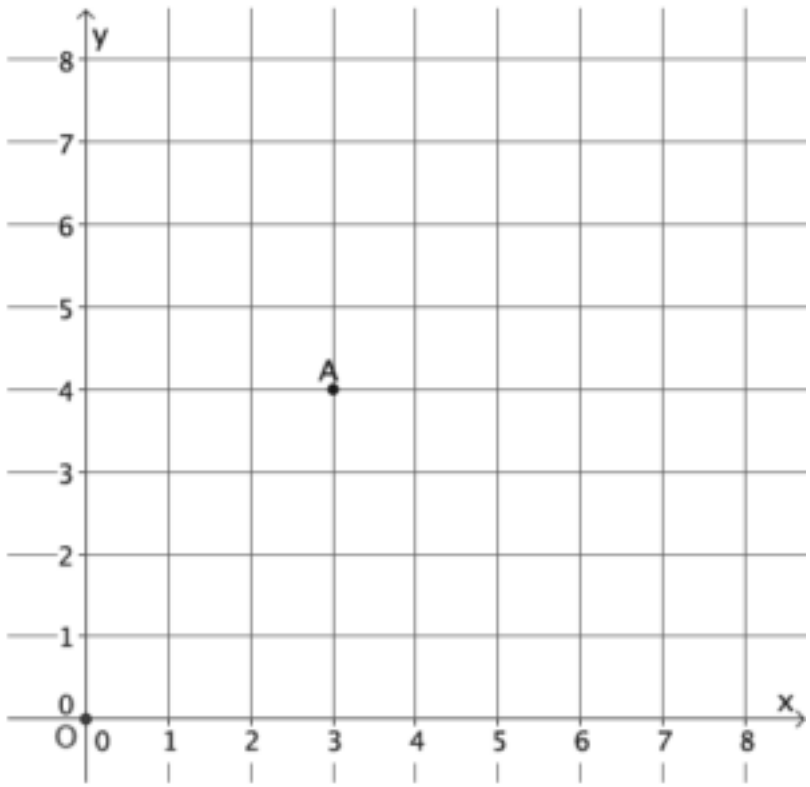
El recíproco del teorema fundamental de la semejanza:

Si las rectas PQ *y* $P'Q'$ *son paralelas y* $|P'Q'| = r|PQ|$, *entonces a partir de un centro* O, $P' = Dilatación(P)$, $Q' = Dilatación(Q)$, $|OP'| = r|OP|$, *y* $|OQ'| = r|OQ|$.

Para encontrar las coordenadas de un punto dilatado, debemos usar lo que sabemos acerca del FTS, la dilatación y el factor de escala.

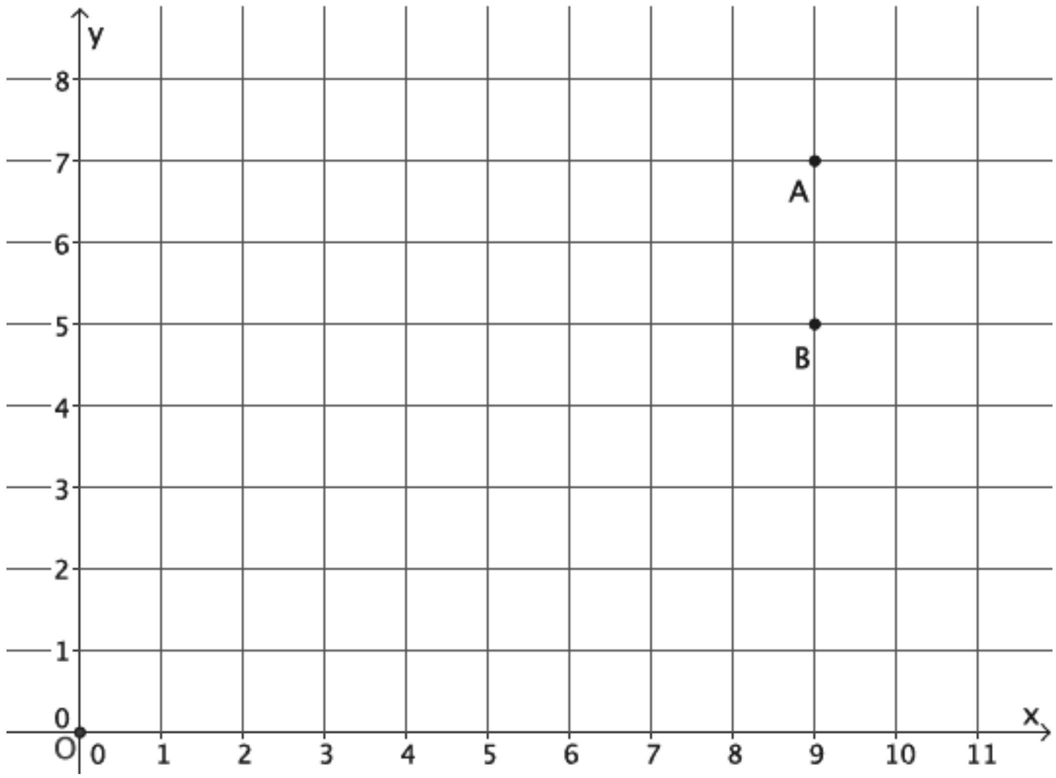
Grupo de problemas

1. Dilata el punto A, situado en $(3, 4)$ del centro O, por un factor de escala $r = \frac{5}{3}$.



¿Cuál es la ubicación precisa del punto A'?

2. Dilata el punto A, situado en $(9, 7)$ del centro O, por un factor de escala $r = \frac{4}{9}$. Después, dilata el punto B, situado en $(9, 5)$ del centro O por un factor de escala $r = \frac{4}{9}$. ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos A' y B'? Explica.



3. Explica cómo se utiliza el teorema fundamental de la semejanza en los Problemas 1 y 2.

Lección 6: Dilataciones en el plano de coordenadas

Trabajo en clase

Ejercicios 1–5

1. El punto $A(7,9)$ se dilata desde el origen por el factor de escala $r=6$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto A'?

2. El punto $B(-8,5)$ se dilata desde el origen por el factor de escala $r=\frac{1}{2}$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto B'?

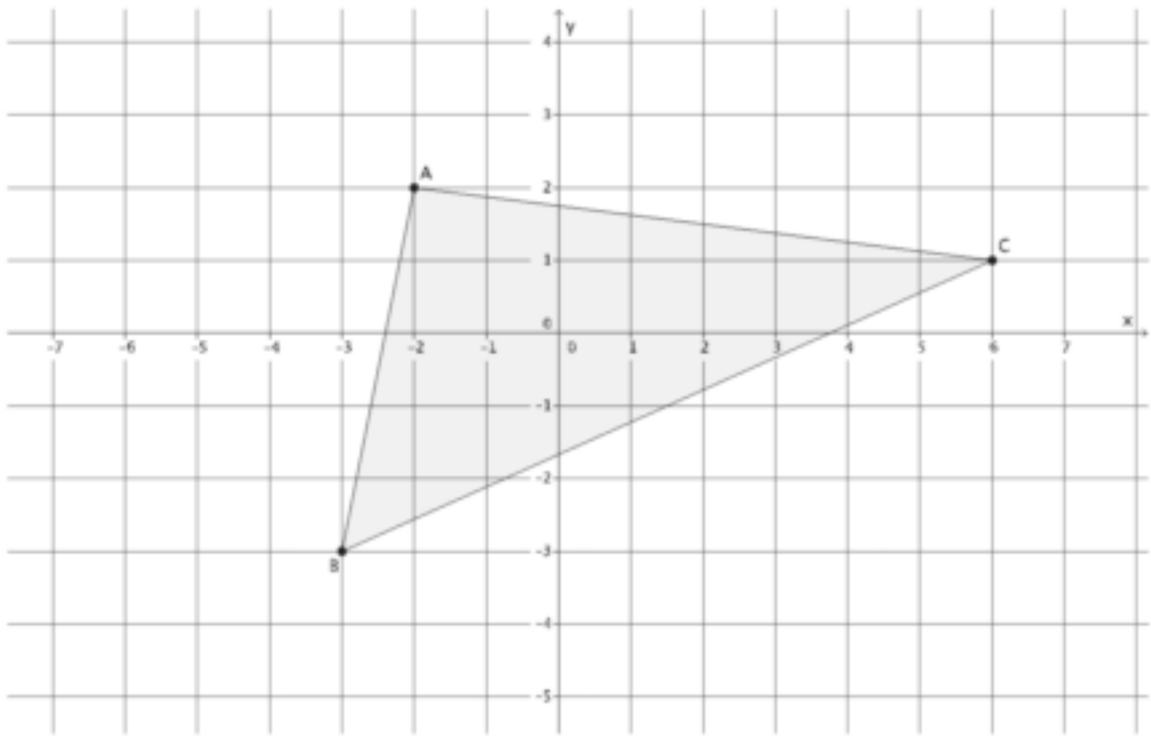
3. El punto $C(6,-2)$ se dilata desde el origen por el factor de escala $r=\frac{3}{4}$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto C'?

4. El punto $D(0,11)$ se dilata desde el origen por el factor de escala $r=4$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto D'?

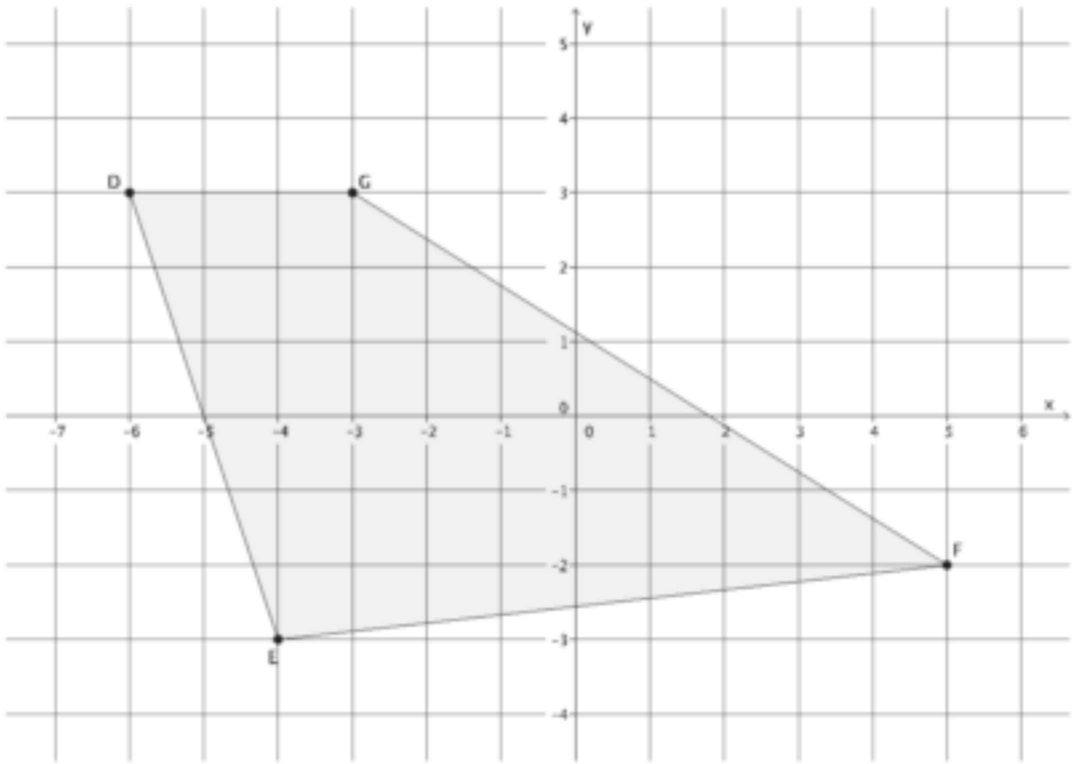
5. El punto $E(-2,-5)$ se dilata desde el origen por el factor de escala $r=\frac{3}{2}$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto E'?

Ejercicios 6–8

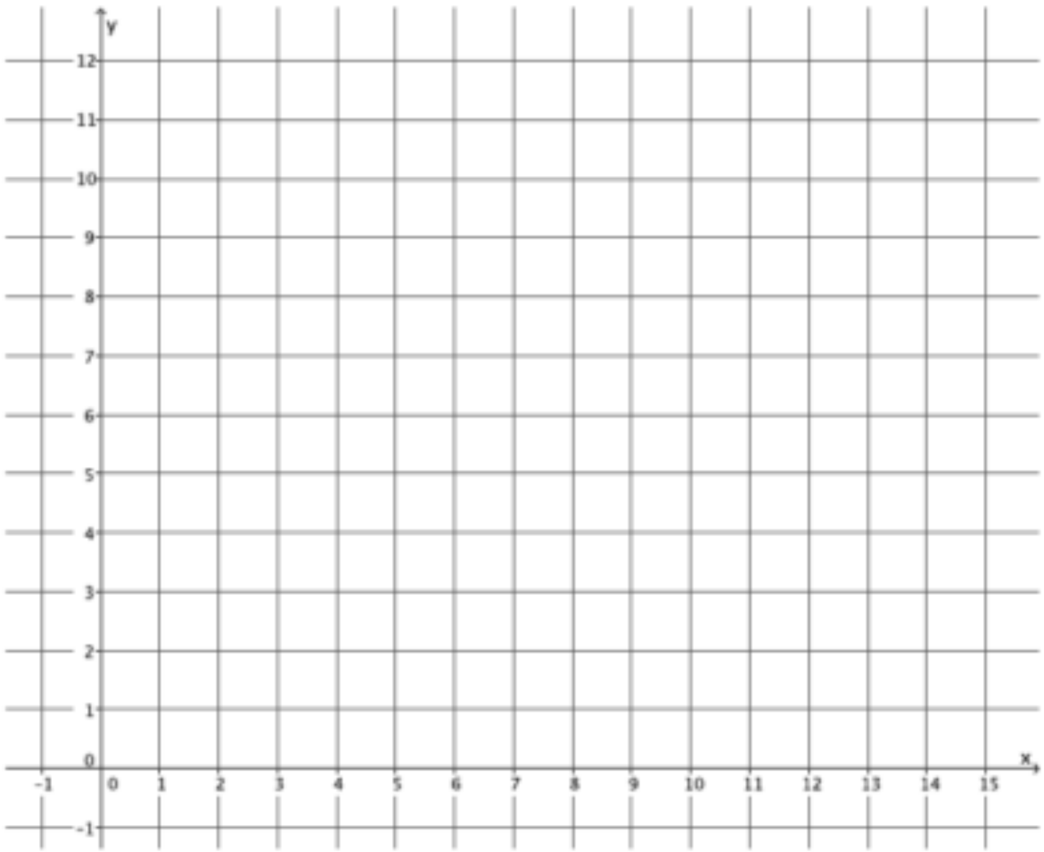
6. Las coordenadas del triángulo ABC se muestran en el plano cartesiano a continuación. El triángulo se dilata desde el origen por el factor de escala $r = 12$. Identifica las coordenadas del triángulo $A'B'C'$ dilatado.



7. La figura $DEFG$ se muestra en el plano cartesiano a continuación. La figura se dilata desde el origen por el factor de escala $r = \frac{2}{3}$. Identifica las coordenadas de la figura dilatada $D'E'F'G'$ y después dibuja y marca la figura $D'E'F'G'$ en el plano cartesiano.



8. El triángulo ABC tiene coordenadas $A(3, 2)$, $B(12, 3)$ y $C(9, 12)$. Dibuja y marca el triángulo ABC en el plano cartesiano. El triángulo se dilata desde el origen por el factor de escala $r = \frac{1}{3}$. Identifica las coordenadas del triángulo $A'B'C'$ dilatado y, después dibuja y marca el triángulo $A'B'C'$ en el plano cartesiano.



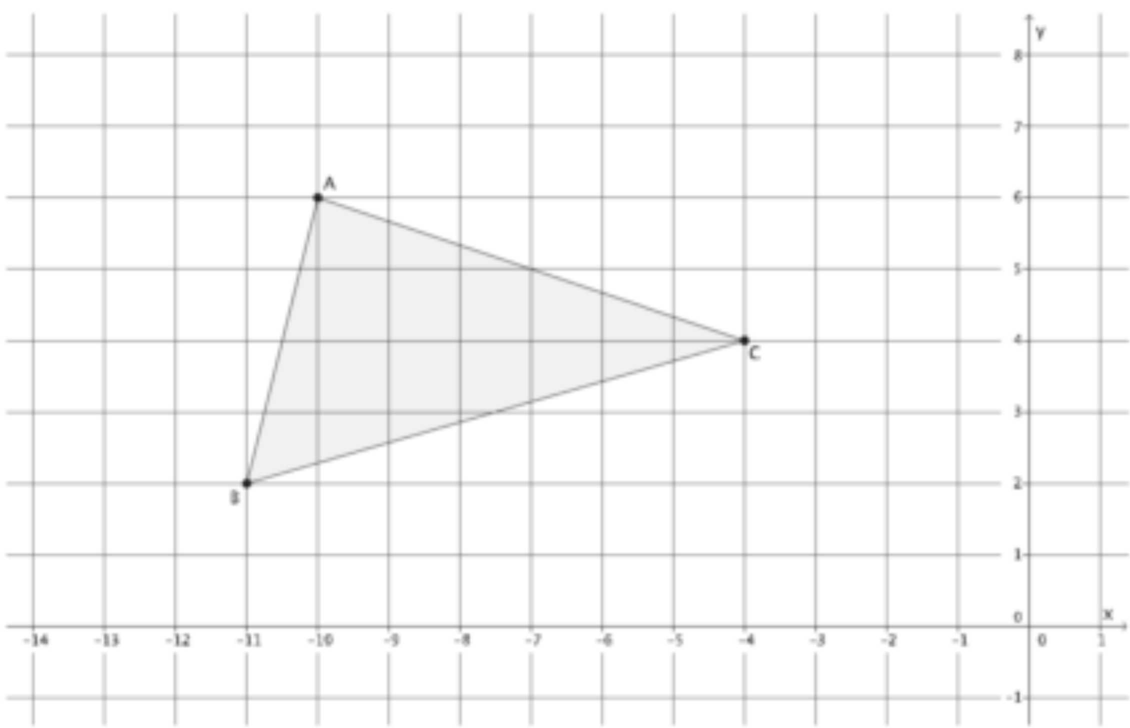
Resumen de la lección

La dilatación tiene un efecto multiplicativo sobre las coordenadas de un punto en el plano. Dado un punto (x, y) en el plano, una dilatación desde el origen con el factor de escala r se mueve del punto (x, y) a (rx, ry).

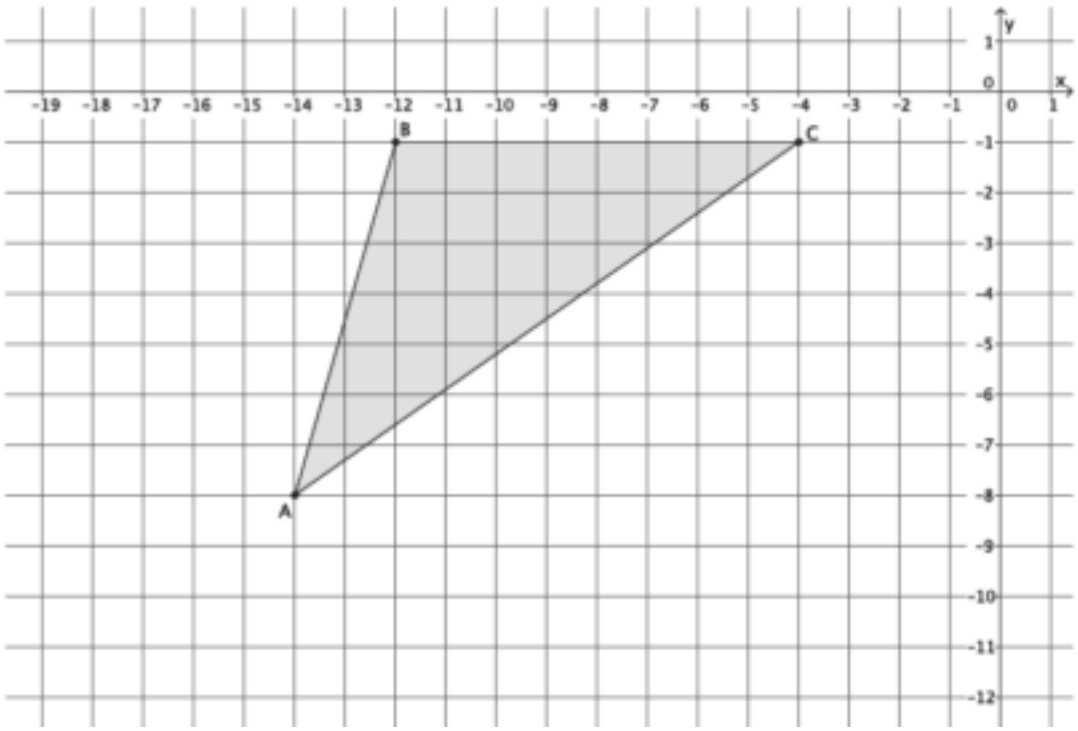
Por ejemplo, si un punto $(3, -5)$ en el plano se dilata desde el origen por un factor de escala de $r = 4$, entonces las coordenadas del punto dilatado son $\left(4 \cdot 3, 4 \cdot (-5)\right) = (12, -20)$.

Grupo de problemas

1. El triángulo ABC se muestra en el plano cartesiano a continuación. El triángulo se dilata desde el origen por el factor de escala $r = 4$. Identifica las coordenadas del triángulo dilatado $A'B'C'$.

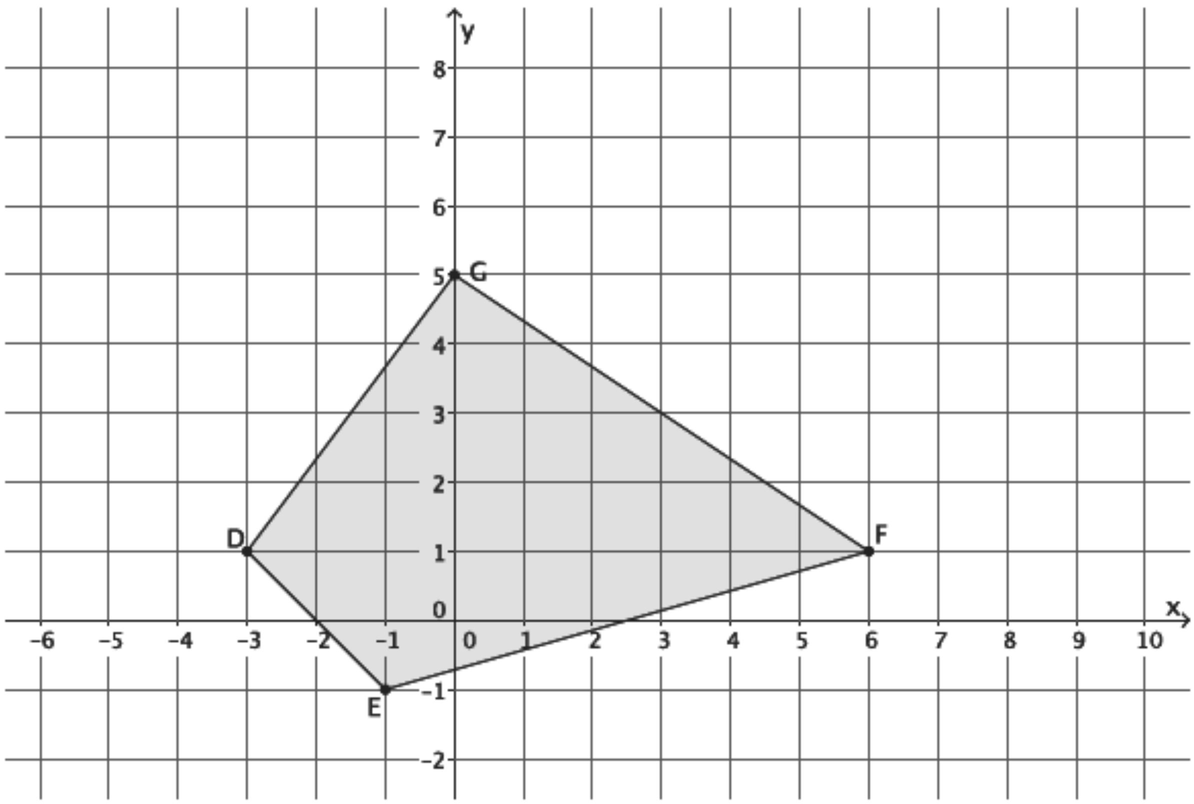


2. El triángulo ABC se muestra en el plano cartesiano a continuación. El triángulo se dilata desde el origen por el factor de escala $r = \frac{5}{4}$. Identifica las coordenadas del triángulo dilatado $A'B'C'$.



3. El triángulo ABC tiene coordenadas $A(6, 1)$, $B(12, 4)$ y $C(-6, 2)$. El triángulo se dilata desde el origen por un factor de escala $r = \frac{1}{2}$. Identifica las coordenadas del triángulo dilatado $A'B'C'$.

4. La figura $DEFG$ se muestra en el plano cartesiano a continuación. La figura se dilata desde el origen por el factor de escala $r = \frac{3}{2}$. Identifica las coordenadas de la figura dilatada $D'E'F'G'$ y después dibuja y marca la figura $D'E'F'G'$ en el plano cartesiano.



5. La figura $DEFG$ tiene coordenadas $D(1,1)$, $E(7,3)$, $F(5,-4)$ y $G(-1,-4)$. La figura se dilata desde el origen por el factor de escala $r = 7$. Identifica las coordenadas de la figura dilatada $D'E'F'G'$.

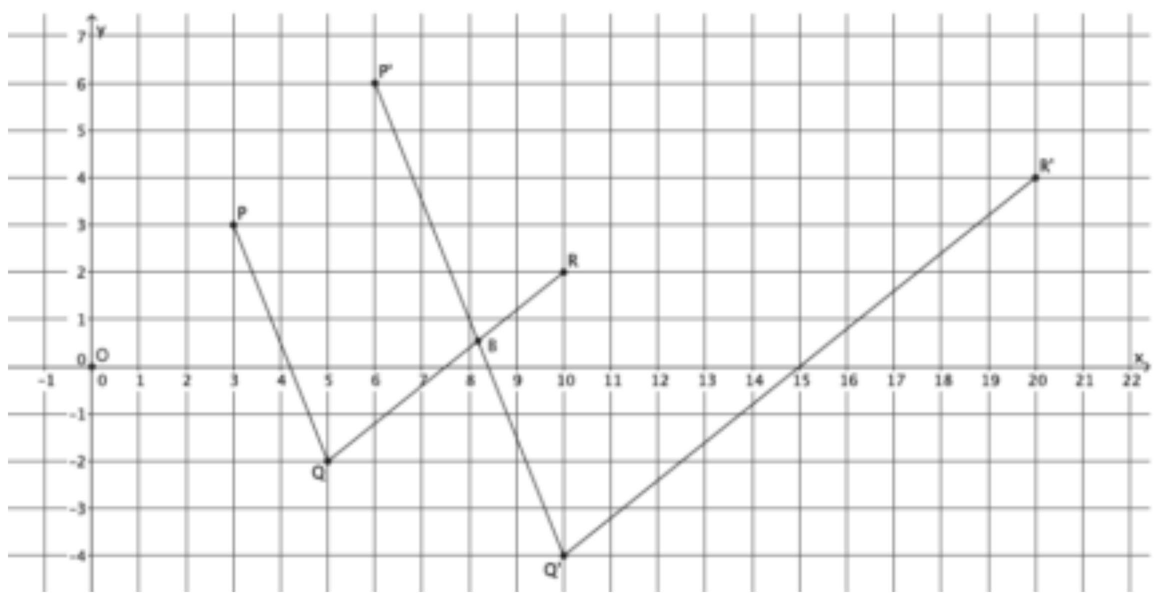
Lección 7: Pruebas informales de las propiedades de dilataciones

Trabajo en clase

Ejercicio

Utiliza el siguiente diagrama para demostrar el teorema: *Las dilataciones preservan las medidas de los ángulos.*

Hay una dilatación del centro O con el factor de escala r. Dado que $\angle PQR$, muestra que entonces $P' = Dilatación\ (P)$, $Q' = Dilatación\ (Q)$, y $R' = Dilatación\ (R)$, entonces $|\angle PQR| = |\angle P'Q'R'|$. Es decir, muestra que la imagen del ángulo después de una dilatación tiene la misma medida, en grados, que la original.



Grupo de problemas

1. ¿Una dilatación del centro O por el factor de escala r de una recta a qué se aplica? Verifica tu conjetura en el plano cartesiano.

2. ¿Una dilatación del centro O por el factor de escala r de un segmento a qué se aplica? Verifica tu conjetura en el plano cartesiano.

3. ¿Una dilatación del centro O por el factor de escala r de un rayo a qué se aplica? Verifica tu conjetura en el plano cartesiano.

4. Problema de desafío:

   Prueba el teorema. *Una dilatación aplica rectas en rectas.*

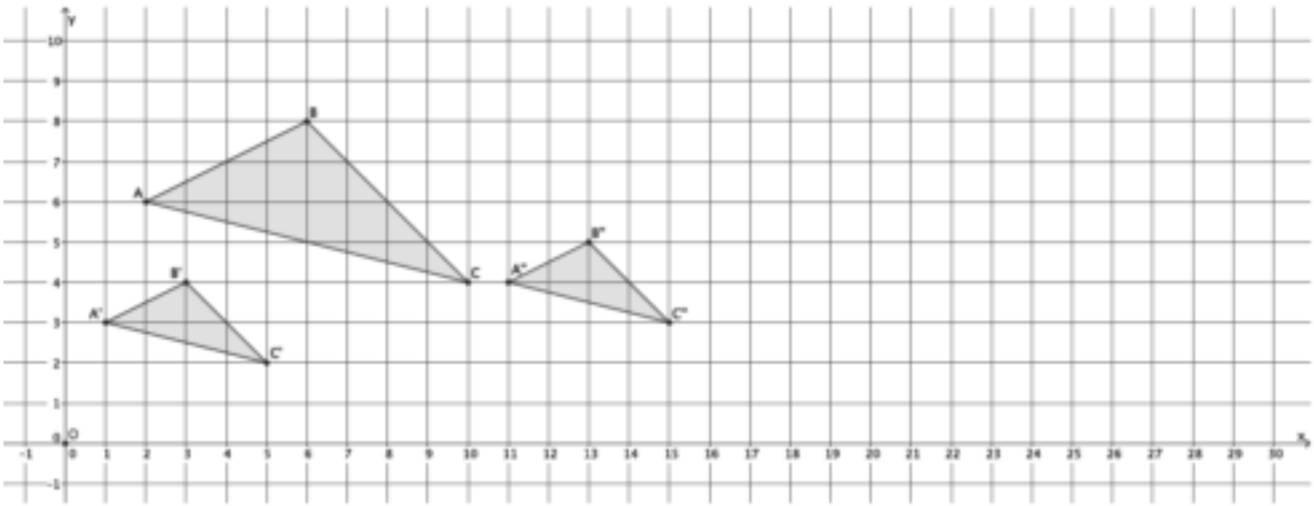
   Sea una dilatación del centro O con el factor de r por lo que $P' = Dilatación\ (P)$ y $Q' = Dilatación\ (Q)$. Demuestra que la recta PQ se aplica a la recta $P'Q'$ (es decir, que las dilataciones aplican rectas en rectas). Dibuja un diagrama y después escribe tu prueba informal del teorema. (Pista: Esta prueba es muy similar a la prueba de los segmentos. Esta vez, sea U un punto de la recta PQ que no está entre los puntos P y Q).

Lección 8: Semejanza

Trabajo en clase

Ejemplo 1

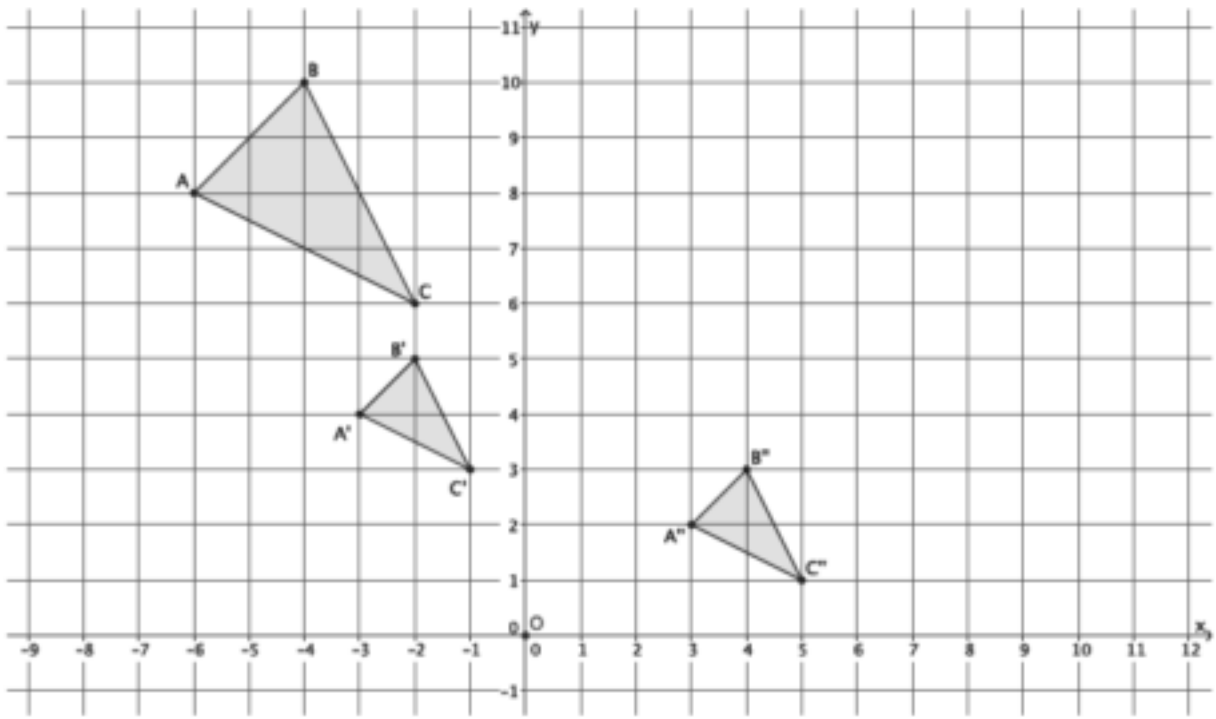
En la imagen de abajo, tenemos el triángulo ABC que se ha dilatado desde el centro O por un factor de escala de $r = \frac{1}{2}$. Se denota por $A'B'C'$. También tenemos el triángulo $A''B''C''$, el cual es congruente con el triángulo $A'B'C'$ (es decir, $\triangle A'B'C' \cong \triangle A''B''C''$).



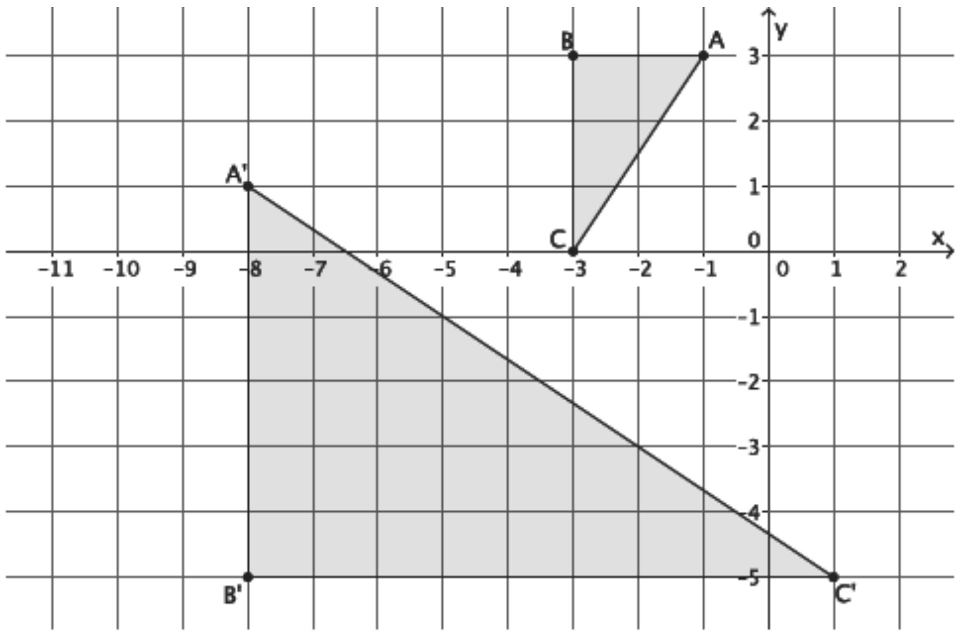
Describe la secuencia que aplicaría un triángulo $A''B''C''$ en un triángulo ABC.

Ejercicios

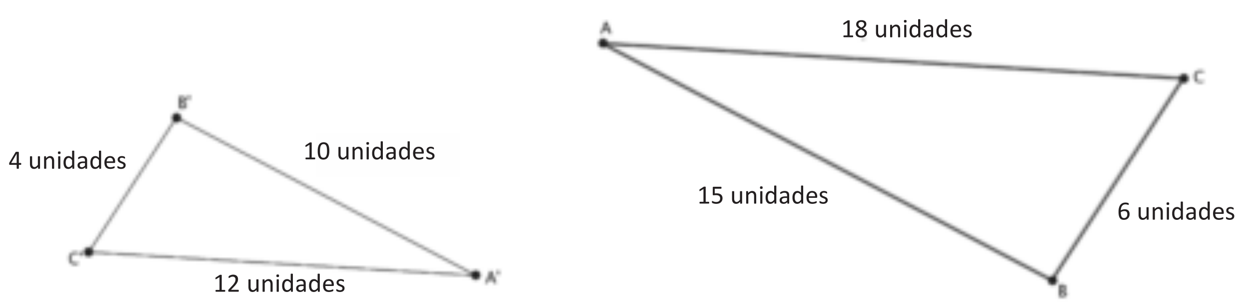
1. El triángulo ABC fue dilatado del centro O por el factor de escala $r = \frac{1}{2}$. El triángulo dilatado es indicado por $A'B'C'$. Otro triángulo $A''B''C''$ es congruente con el triángulo $A'B'C'$ (es decir, $\triangle A''B''C'' \cong \triangle A'B'C'$). Describe una dilatación seguida por el movimiento rígido básico que aplica el triángulo $A''B''C''$ en el triángulo ABC.



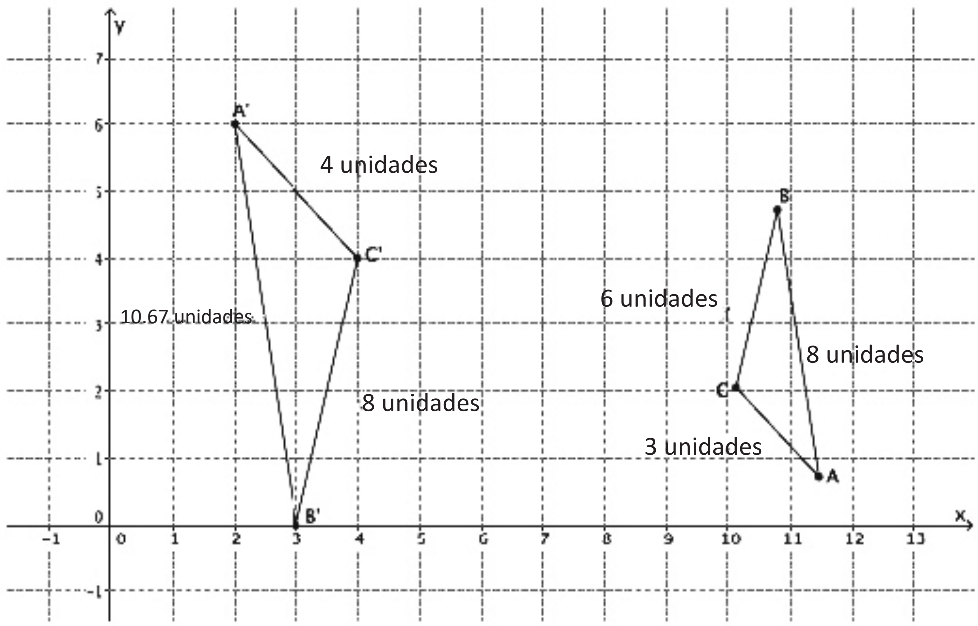
2. Describe una secuencia que muestre $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.



3. ¿Los dos triángulos mostrados a continuación son semejantes? Si es así, describe una secuencia que pruebe que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. Si no es así, indica cómo sabes que no son semejantes.



4. ¿Los dos triángulos mostrados a continuación son semejantes? Si es así, describe una secuencia que pruebe que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. Si no es así, indica cómo sabes que no son semejantes.



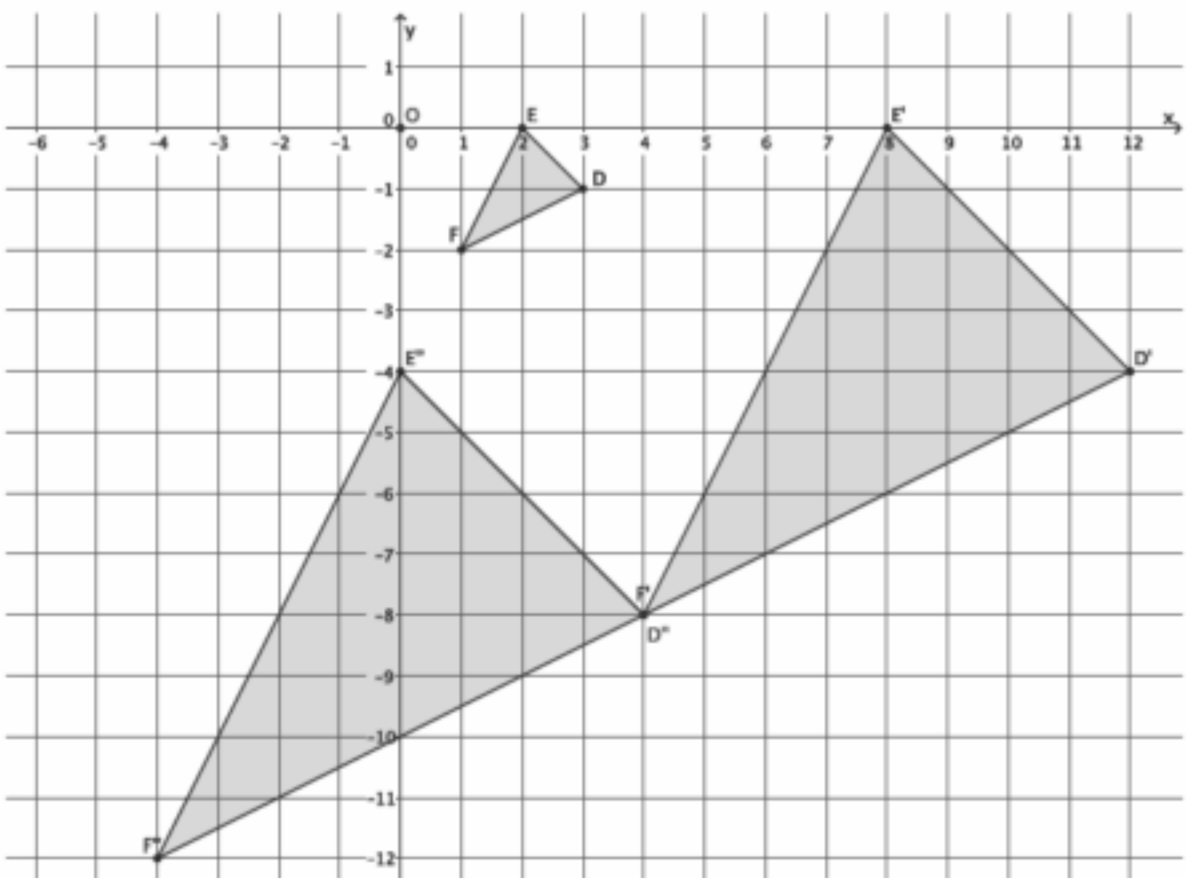
Resumen de la lección

Una transformación de semejanza (o una semejanza) es una secuencia de un número finito de dilataciones o movimientos rígidos básicos. Dos figuras son semejantes si existe una transformación de semejanza poniendo una figura en otra figura. Cada semejanza se puede representar como una dilatación seguida de una congruencia.

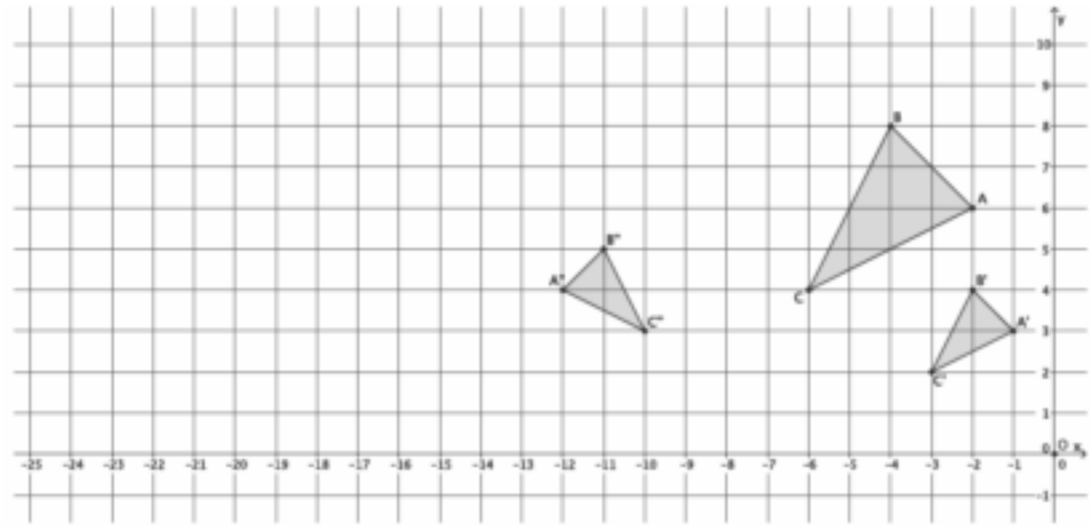
La notación $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ significa que $\triangle ABC$ es semejante a $\triangle A'B'C'$.

Grupo de problemas

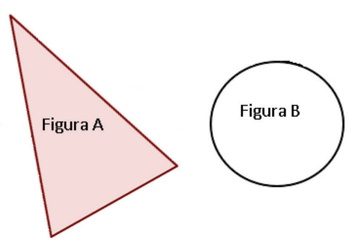
1. En la imagen a continuación, tenemos el triángulo DEF que se ha dilatado desde el centro O por el factor de escala $r = 4$. Se denota por $D'E'F'$. También tenemos el triángulo $D''E''F''$, el cual es congruente con el triángulo $D'E'F'$ (es decir,$\triangle D'E'F' \cong \triangle D''E''F''$). Describe la secuencia de una dilatación seguida de una congruencia (de uno o más movimientos rígidos) que aplica el triángulo $D''E''F''$ en el triángulo DEF.



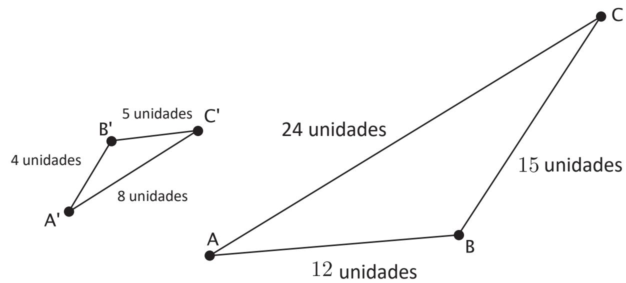
2. El triángulo ABC fue dilatado del centro O por el factor de escala $r = \frac{1}{2}$. El triángulo dilatado es indicado por $A'B'C'$. El triángulo $A''B''C''$ es congruente con el triángulo $A'B'C'$ (es decir, $\triangle A''B''C'' \cong \triangle A'B'C'$). Describe una dilatación seguida por los movimientos rígidos básicos que aplica el triángulo $A''B''C''$ en el triángulo ABC.



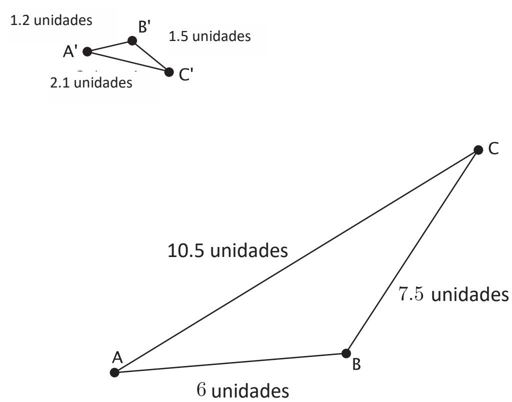
3. ¿Las dos figuras que se muestran a continuación son semejantes? Si es así, describe una secuencia que probaría la semejanza. Si no es así, indica cómo sabes que no son semejantes.



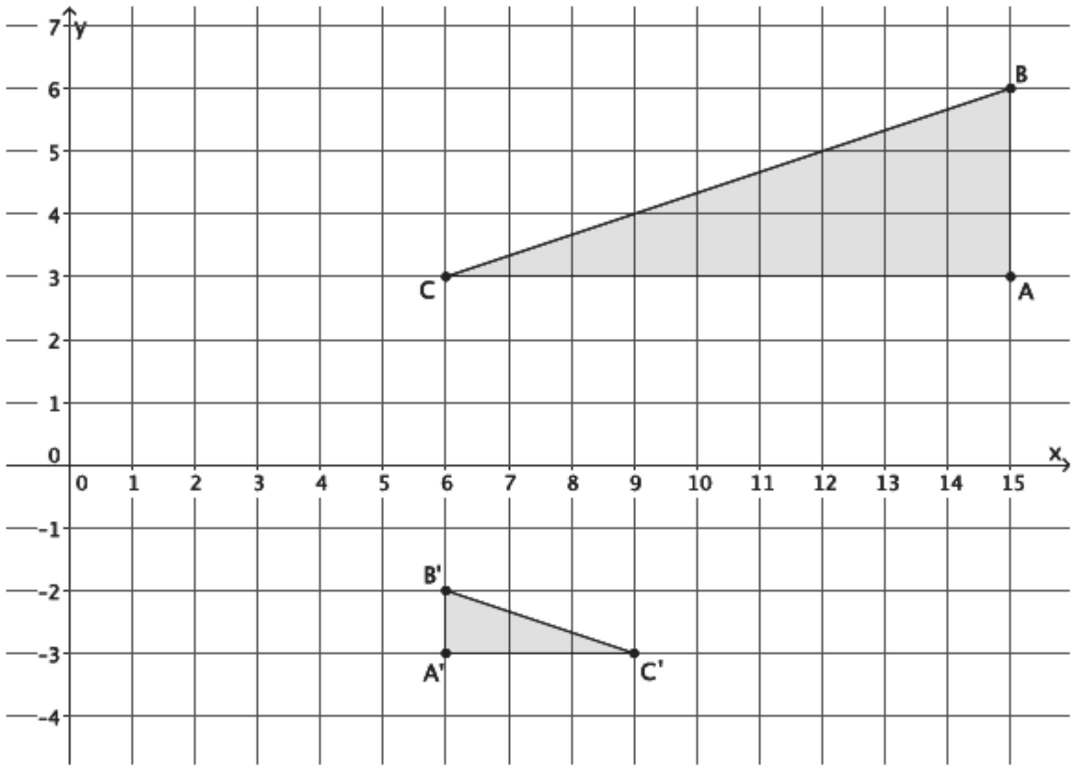
4. El triángulo ABC es semejante al triángulo $A'B'C'$ (es decir, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$). Demuestra la semejanza describiendo una secuencia que aplica el triángulo $A'B'C'$ en el triángulo ABC.



5. ¿Las dos figuras que se muestran a continuación son semejantes? Si es así, describe una secuencia que pruebe que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. Si no es así, indica cómo sabes que no son semejante.



6. Describe una secuencia que muestre $\triangle\, ABC \sim \triangle\, A'B'C'$.

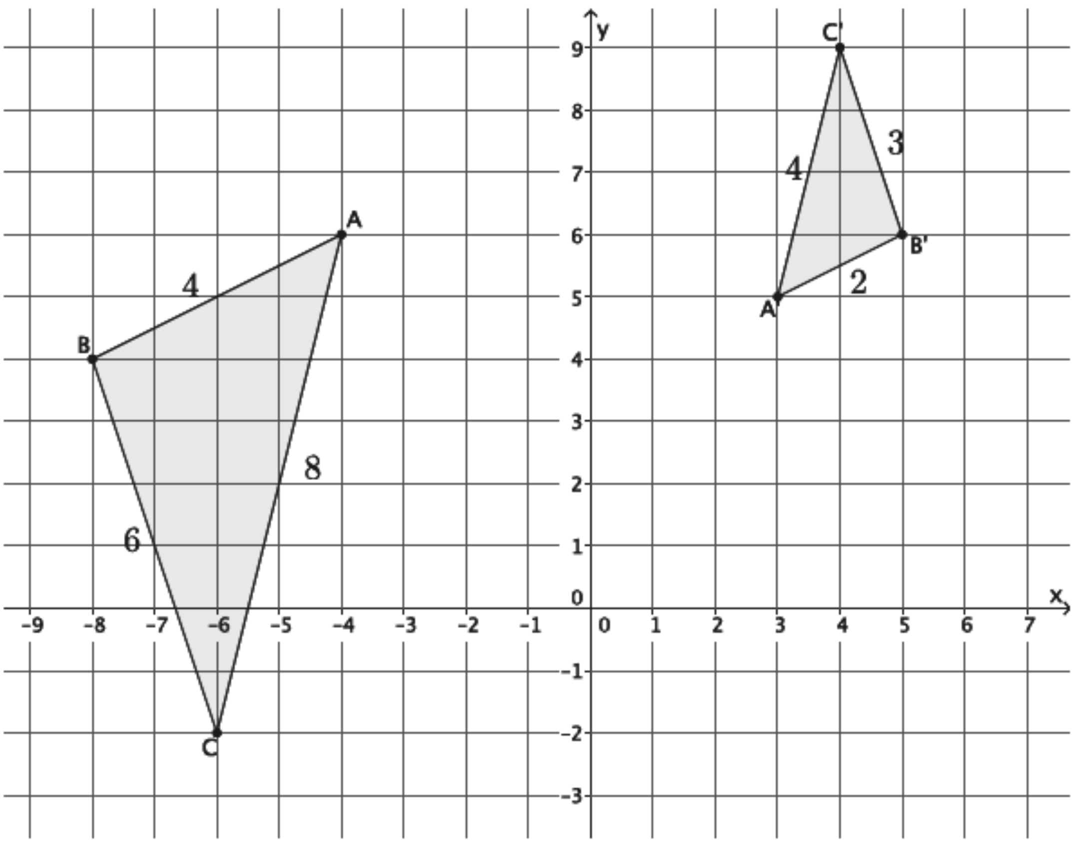


Lección 9: Propiedades básicas de la semejanza

Trabajo en clase

Desafío de exploratorio 1

El objetivo es mostrar que si $\triangle ABC$ es semejante a $\triangle A'B'C'$, entonces, $\triangle A'B'C'$ es semejante a $\triangle ABC$. Simbólicamente, si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, entonces $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.



a. Primero, determina si $\triangle ABC$ es o no es, en realidad, semejante a $\triangle A'B'C'$. (Si no lo es, entonces no hay más trabajo por hacer). Usa un transportador para verificar que los ángulos correspondientes son congruentes y que las proporciones de los lados correspondientes son iguales a algún factor de escala.

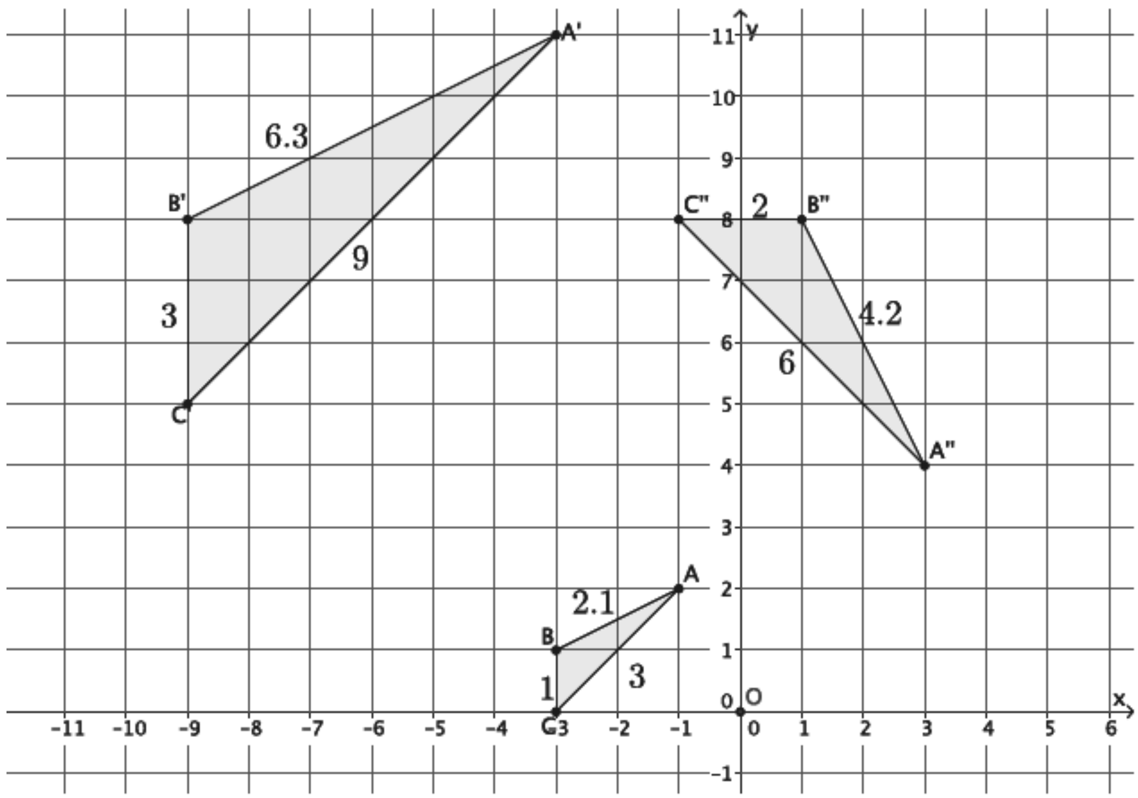
b. Describe la secuencia de dilatación seguida de una congruencia que prueba $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

c. Describe la secuencia de dilatación seguida de una congruencia que prueba $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.

d. ¿Es cierto que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$? ¿Por qué crees que esto es cierto?

Desafío de exploratorio 2

El objetivo es mostrar que si $\triangle ABC$ es semejante a $\triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C'$ es semejante a $\triangle A''B''C''$, entonces $\triangle ABC$, es semejante a $\triangle A''B''C''$. Simbólicamente, si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$, entonces $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$.



a. Describe la semejanza que prueba $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

b. Describe la semejanza que prueba $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$.

c. Verifica que, en realidad, $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$ comprobando los ángulos correspondientes y las longitudes laterales. Después, describe la secuencia que prueba la semejanza $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$.

d. ¿Es verdad que si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''\mathrm{C}''$, entonces$\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$? ¿Por qué crees que esto es cierto?

Resumen de la lección

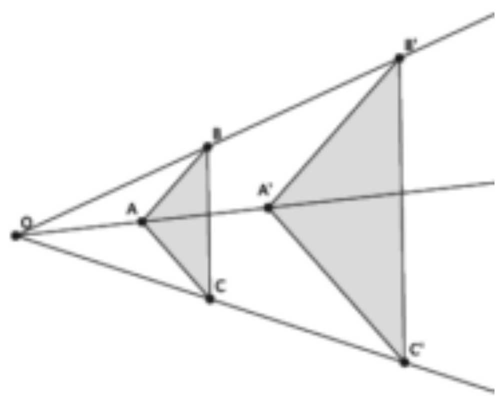
La semejanza es una relación simétrica. Eso significa que, si una figura es semejante a otra, $S \sim S'$, entonces podemos estar seguros de que $S' \sim S$.

La semejanza es una relación transitiva. Eso significa que, si nos dan dos figuras semejantes $S \sim T$ y otra declaración acerca de $T \sim U$, entonces nosotros también sabemos que $S \sim U$.

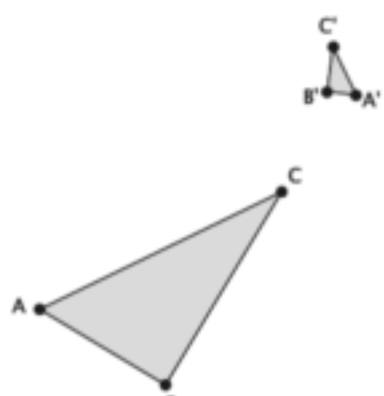
Grupo de problemas

1. ¿Una dilatación por sí sola sería suficiente para demostrar que la semejanza es simétrica? Es decir, ¿una dilatación por sí sola demostraría que si $\triangle \boldsymbol{ABC} \sim \triangle \boldsymbol{A'B'C'}$, entonces $\triangle \boldsymbol{A'B'C'} \sim \triangle \boldsymbol{ABC}$? Considera los dos ejemplos siguientes.

   a. Dado $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, ¿la dilatación es suficiente para demostrar que $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$? Explica.



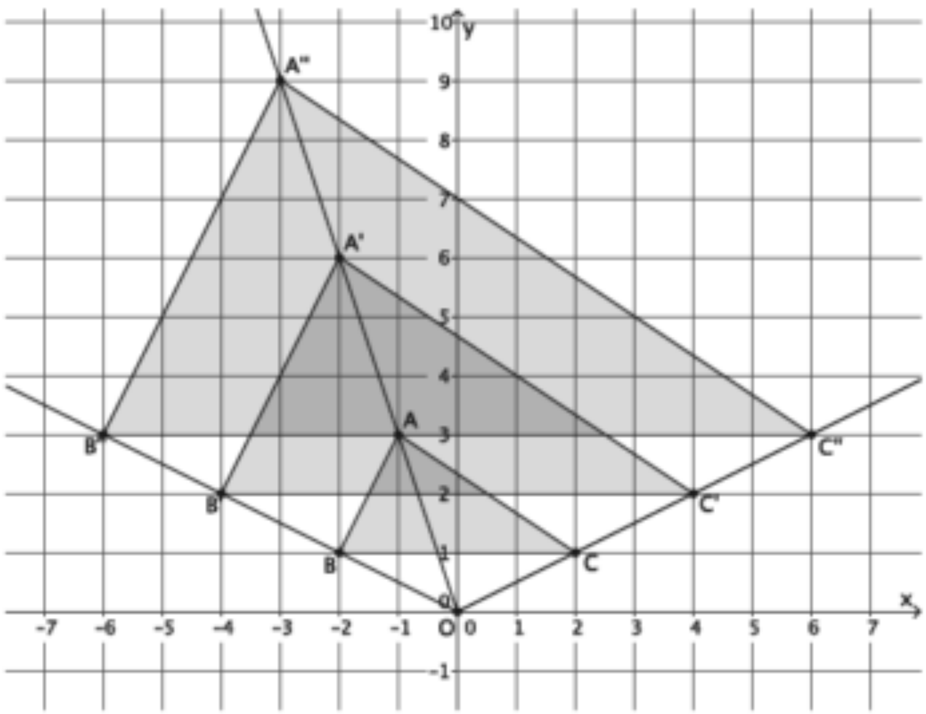
   b. Dado $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, ¿la dilatación es suficiente para demostrar que $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$? Explica.



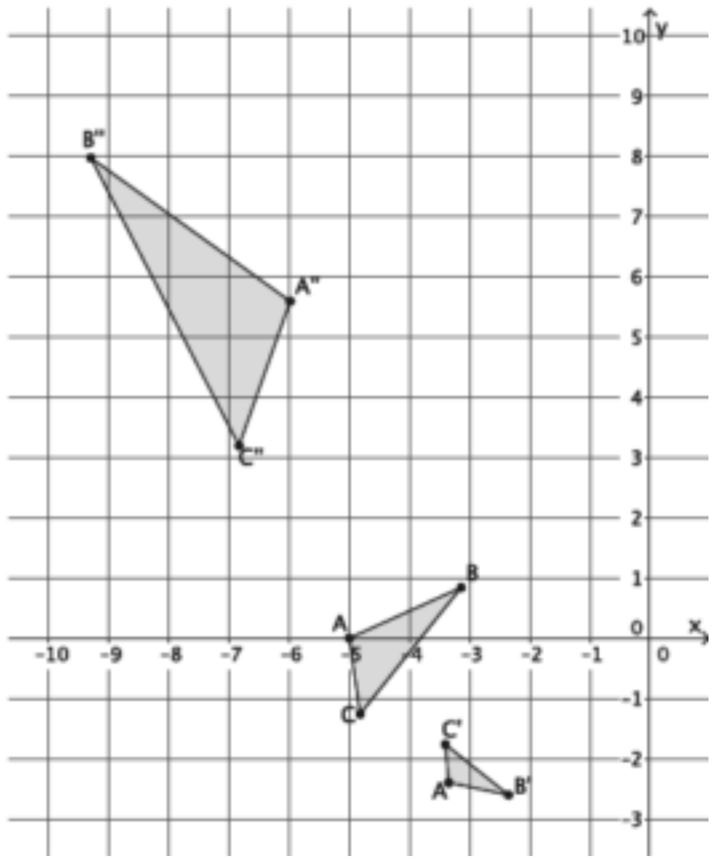
   c. En general, ¿la dilatación es suficiente para demostrar que la semejanza es una relación simétrica? Explica.

2. ¿Una dilatación por sí sola sería suficiente para demostrar que la semejanza es transitiva? Es decir, ¿una dilatación por sí sola demostraría que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, y $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$, entonces $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$? Considera los dos ejemplos siguientes.

   a. Dado $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$, ¿la dilatación es suficiente para demostrar que $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$? Explica.

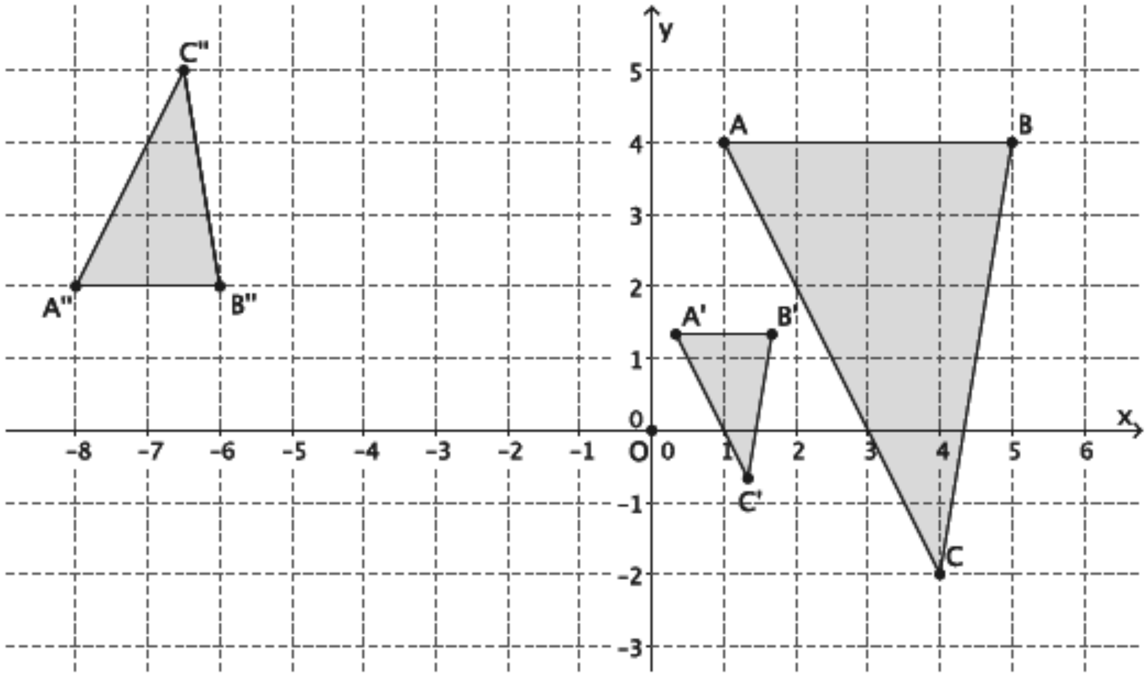


b. Dado $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$, ¿la dilatación es suficiente para demostrar que $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$? Explica.



c. En general, ¿la dilatación es suficiente para demostrar que la semejanza es una relación transitiva? Explica.

3. En el siguiente diagrama $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$. ¿Es $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$? Si es así, describe la dilatación seguida de la congruencia que demuestra la semejanza.



Lección 10: Prueba informal del criterio AA de la semejanza

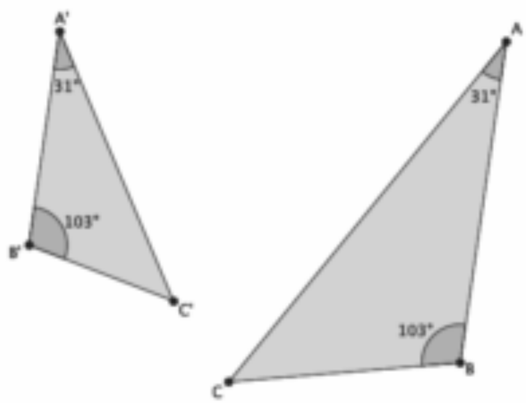
Trabajo en clase

Ejercicios 1–5

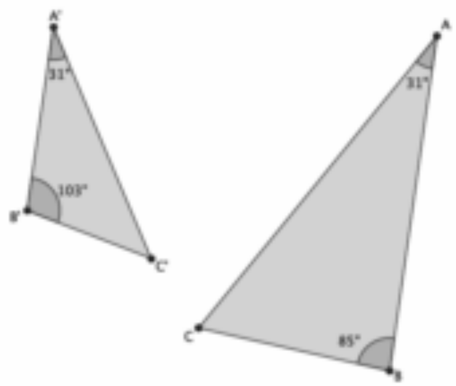
1. Usa un transportador para dibujar un par de triángulos con dos pares de ángulos que tienen la misma medida. Después, mide las longitudes de los lados y verifica que las longitudes de sus lados correspondientes son iguales en proporción.

2. Dibuja un nuevo par de triángulos con dos pares de ángulos que tengan la misma medida. Después, mide las longitudes de los lados y verifica que las longitudes de sus lados correspondientes sean iguales en proporción.

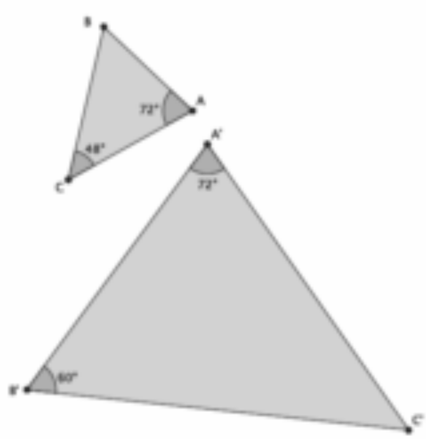
3. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



4. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



5. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.

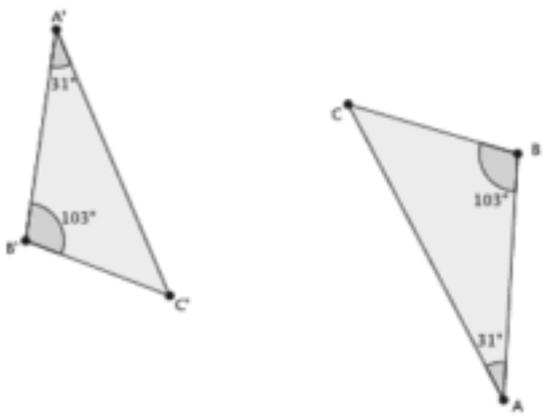


Resumen de la lección

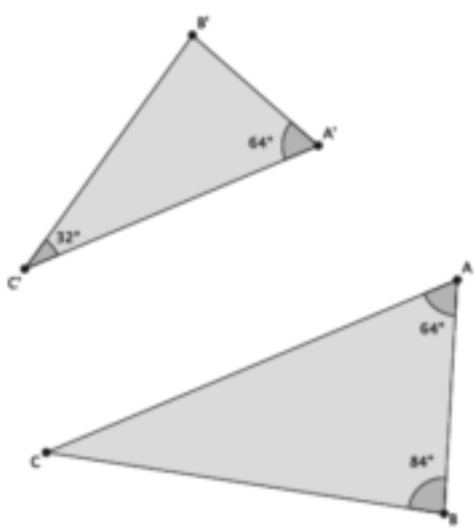
Se dice que dos triángulos son semejantes si tienen dos pares de ángulos correspondientes que son de la misma medida.

Grupo de problemas

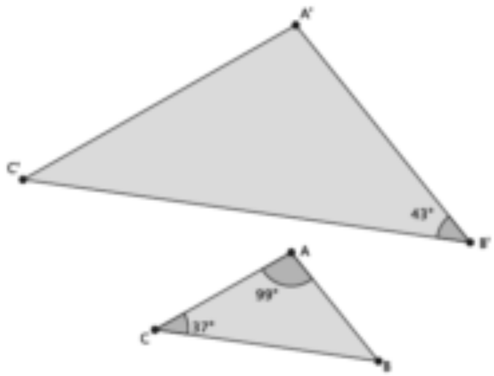
1. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



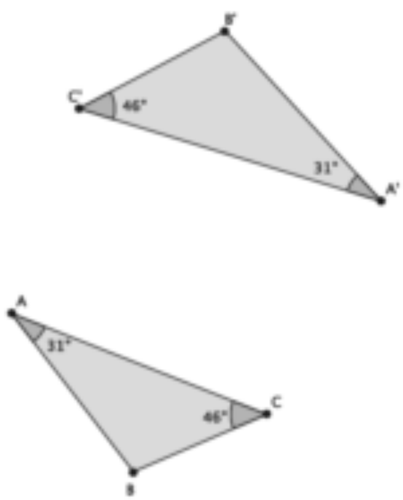
2. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



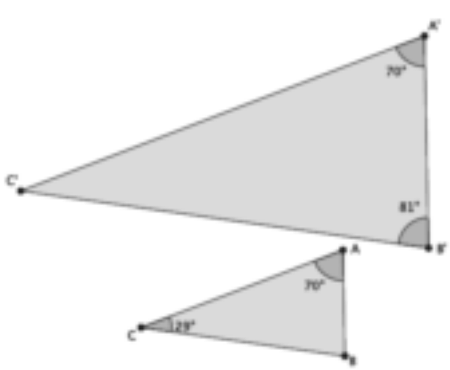
3. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



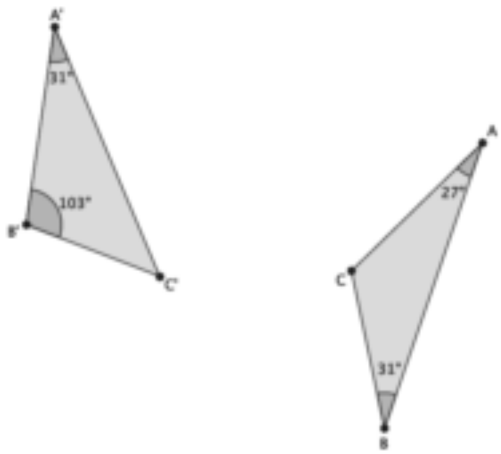
4. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



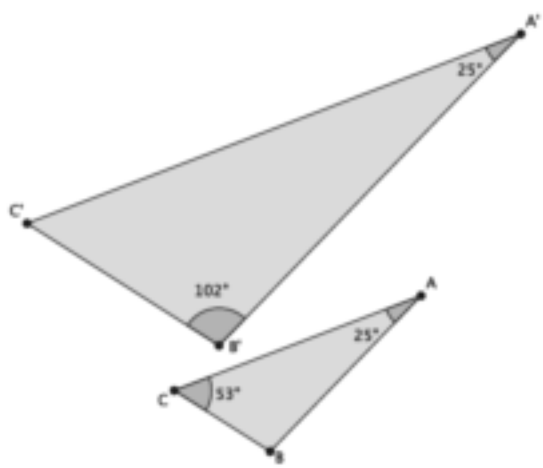
5. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



6. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



7. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.

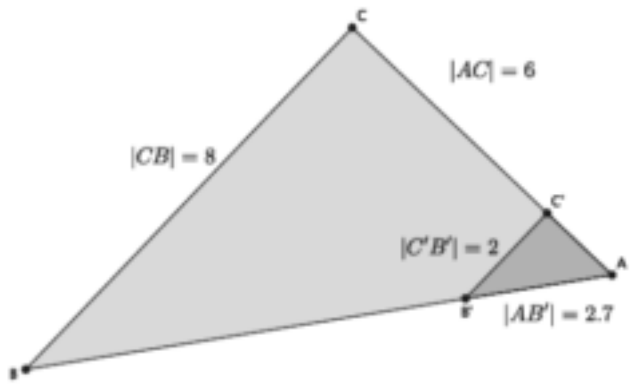


Lección 11: Más acerca de los triángulos semejantes

Trabajo en clase

Ejercicios

1. En el siguiente diagrama, tenemos $\triangle ABC$ y $\angle AB'C'$. Utiliza esta información para responder a las partes (a)-(d).



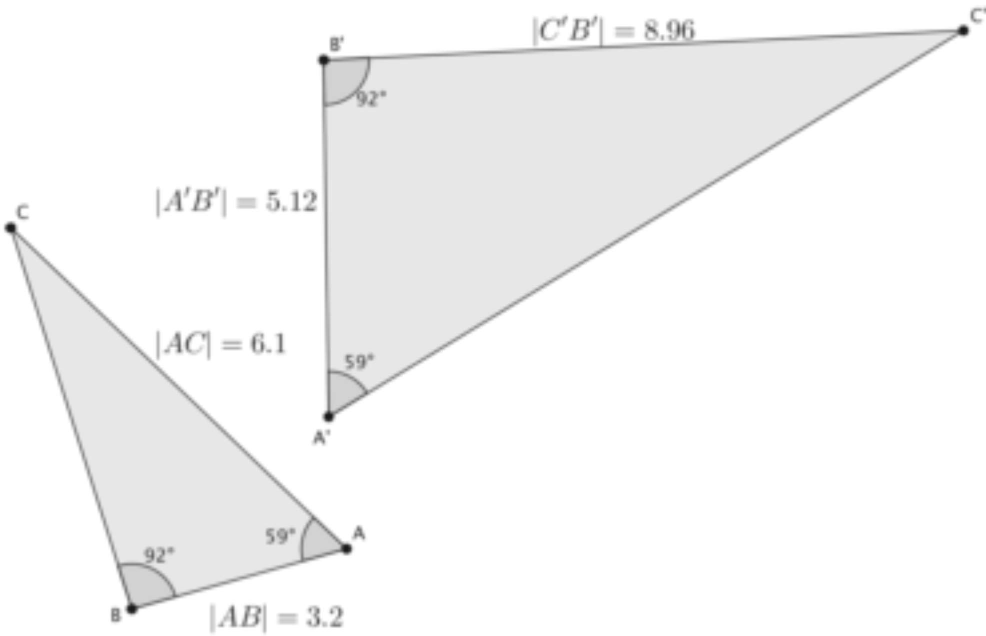
a. Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$? Explica.

b. Supongamos que la recta que contiene BC es paralela a la recta que contiene $B'C'$. Con esta información, ¿se puede decir que $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$? Explica.

c. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$, determina la longitud del lado $\overline{AC'}$.

d. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$, determina la longitud del lado $\overline{AB}$.

2. En el siguiente diagrama, tenemos $\triangle ABC$ y $\angle A'B'C'$. Utiliza esta información para responder a las partes (a) - (c).

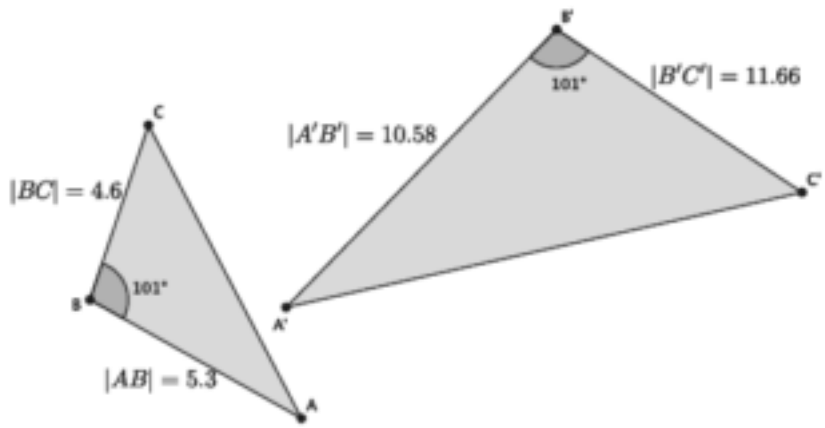


a. Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$? Explica.

b. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, determina la longitud del lado $\overline{A'C'}$.

c. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, determina la longitud del lado $\overline{BC}$.

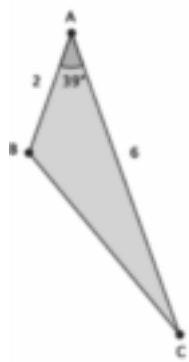
3. En el siguiente diagrama, se tiene $\triangle ABC$ y $\angle A'B'C'$. Utiliza esta información para responder a la pregunta a continuación.

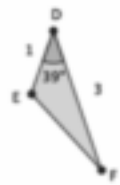


Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$? Explica.

Resumen de la lección

Dado un solo par de ángulos de un triángulo correspondiente de la misma medida, utiliza las longitudes de los lados a lo largo del ángulo dado para determinar si los triángulos son, de hecho, semejantes.



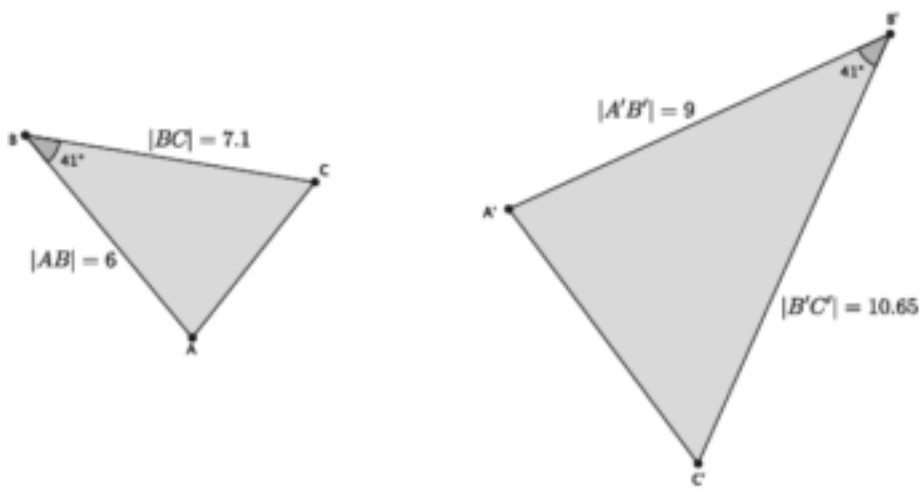


$|\angle A| = |\angle D|$ y $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = r$; por lo tanto, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Dados los triángulos semejantes, utiliza el hecho de que las relaciones de los lados correspondientes son iguales para encontrar cualquier medida que falte.

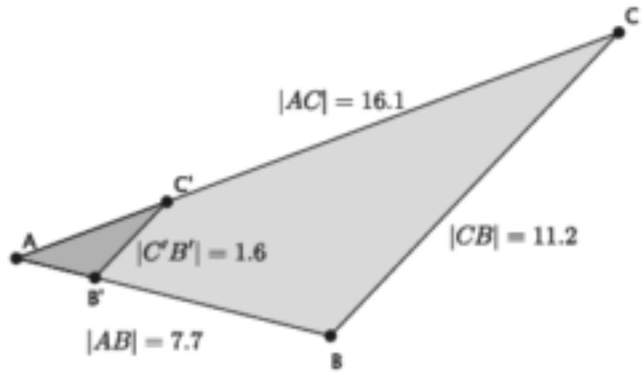
Grupo de problemas

1. En el siguiente diagrama, tenemos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$. Utiliza esta información para responder a las partes (a) - (b).



   a. Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$? Explica.
   b. Supón que la longitud del lado $\overline{AC}$ es 4.3. ¿Cuál es la longitud del lado $\overline{A'C'}$?

2. En el siguiente diagrama, tenemos $\triangle ABC$ y $\angle AB'C'$. Utiliza esta información para responder a las partes (a) - (d).



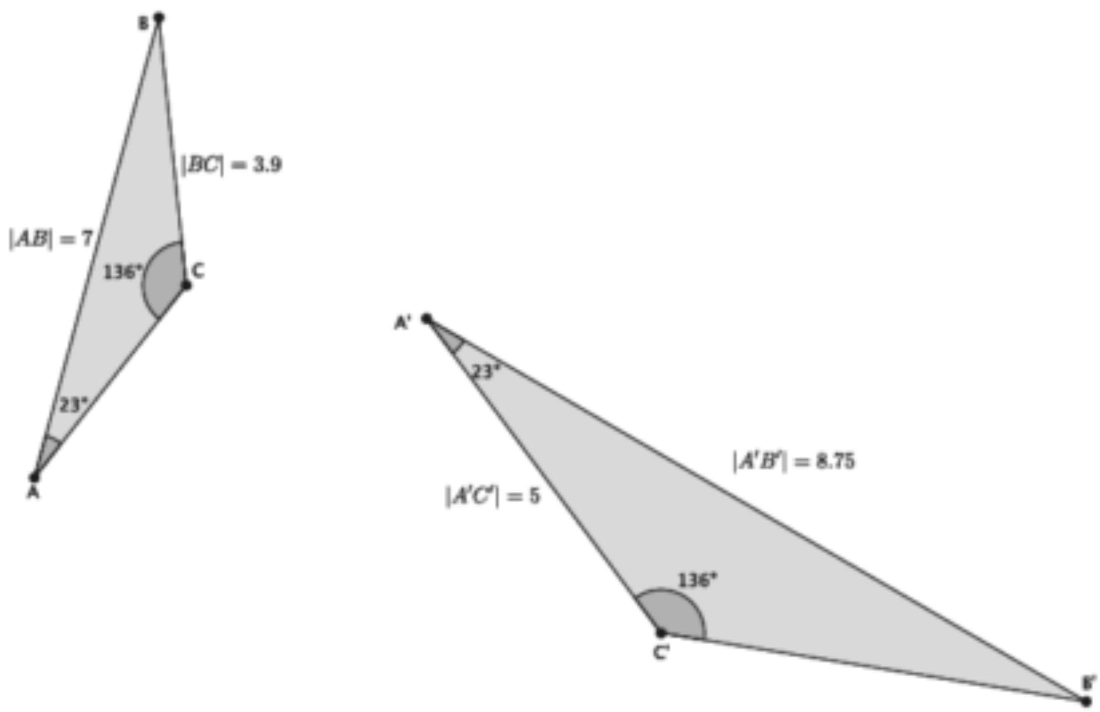
a. Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$? Explica.

b. Supongamos que la recta que contiene $\overline{BC}$ es paralela a la recta que contiene $\overline{B'C'}$. Con esta información, ¿se puede decir que $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$? Explica.

c. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$, determina la longitud del lado $\overline{AC'}$.

d. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$, determina la longitud del lado $\overline{AB'}$.

3. En el siguiente diagrama, tenemos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$. Utiliza esta información para responder a las partes (a) - (c).

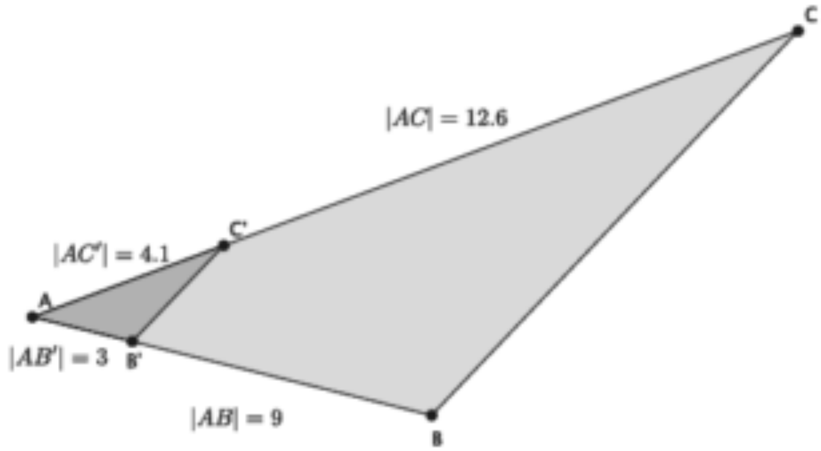


a. Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$? Explica.

b. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, determina la longitud del lado $\overline{B'C'}$.

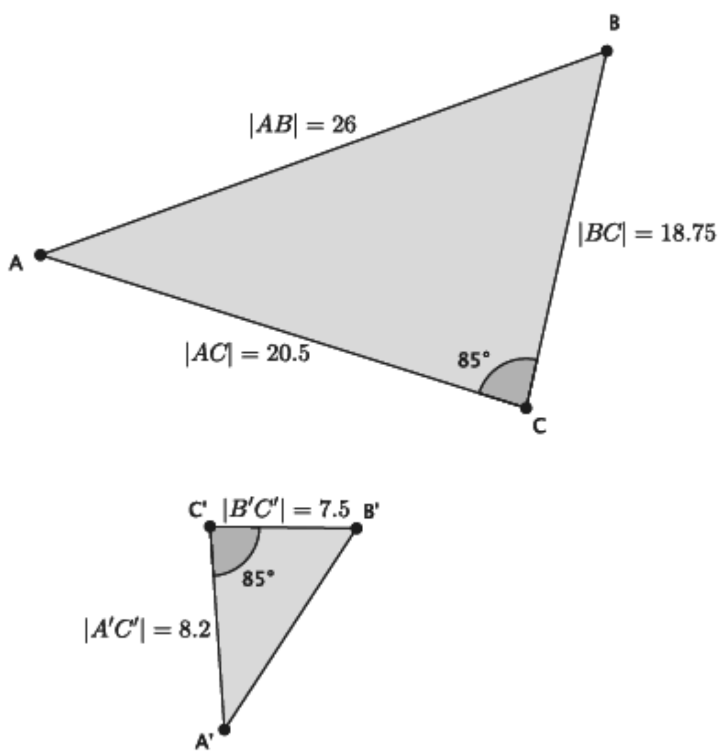
c. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, determina la longitud del lado $\overline{AC}$.

4. En el siguiente diagrama, tenemos $\triangle ABC$ y $\angle AB'C'$. Utiliza esta información para responder a la pregunta a continuación.



Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$? Explica.

5. En el siguiente diagrama, tenemos $\triangle ABC$ y $\angle A'B'C'$. Utiliza esta información para responder a las partes (a) - (b).



a. Basándonos en la información proporcionada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$? Explica.

b. Dado que $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, determina la longitud del lado $\overline{A'B'}$.

Lección 12: Representar utilizando la semejanza

Trabajo en clase

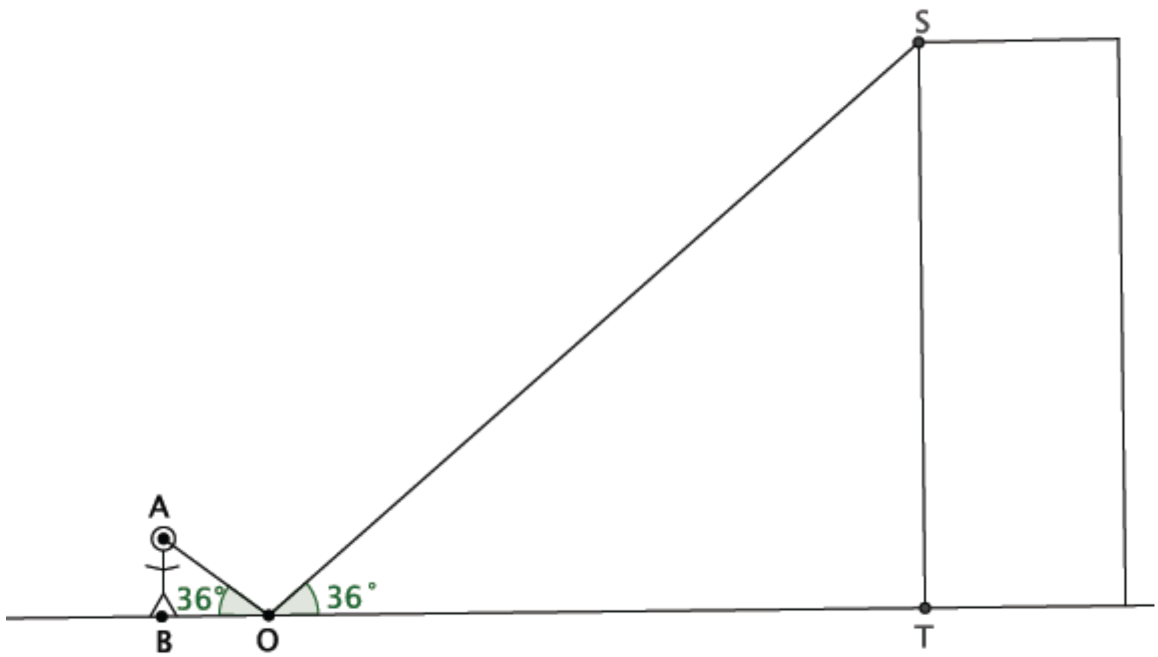
Ejemplo

No todos los mástiles son perfectamente *derechos* (es decir, perpendiculares al suelo). Algunos son oblicuos (es decir, ni paralelos ni en ángulo recto, sino inclinados). Imaginemos un mástil oblicuo delante de un edificio abandonado. La pregunta es, ¿podemos usar la luz del sol y las sombras para determinar la longitud del mástil de la bandera?

Vamos a suponer que conocemos la siguiente información: la longitud de la sombra del mástil de la bandera es 15 pies. Hay una marca en el mástil de la bandera a 3 pies de su base. La longitud de la sombra de esta porción de tres pies del mástil de la bandera es 1.7 pies.

Representación matemática de los Ejercicios 1–3

1. Deseas determinar la altura aproximada de uno de los edificios más altos de la ciudad. Te dijeron que si se coloca un espejo a cierta distancia de ustedes de modo que se pueda ver la parte superior del edificio en el espejo, entonces se puede medir indirectamente la altura usando triángulos semejantes. Sea el punto O la ubicación del espejo de modo que la persona que se muestra pueda ver la parte superior del edificio.



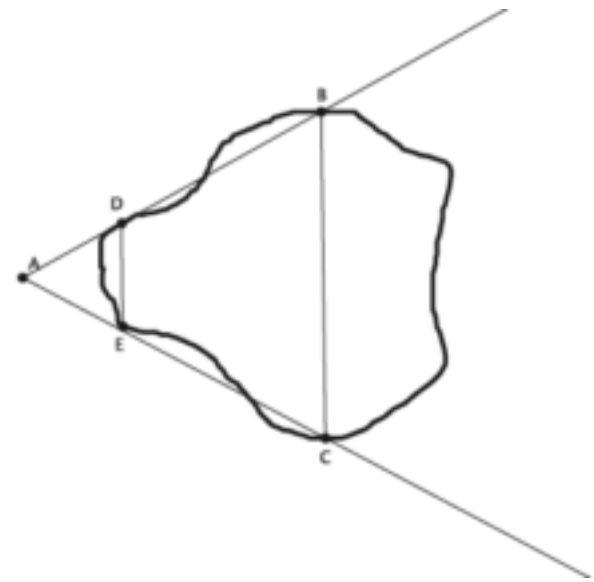
   a. Explica por qué $\triangle ABO \sim \triangle STO$.

   b. Etiqueta el diagrama con la siguiente información: la distancia desde el nivel del ojo hacia abajo hasta el suelo es 5.3 pies. La distancia de la persona hacia el espejo es 7.2 pies. La distancia de la persona a la base del edificio es $1{,}750$ pies. La altura del edificio está representada por x.

   c. ¿Cuál es la distancia desde el espejo al edificio?

d. ¿Tienes suficiente información para determinar la altura aproximada del edificio? Si es así, determina la altura aproximada del edificio. Si no es así, ¿qué información adicional necesitas?

2. Un geólogo quiere determinar la distancia a través de la parte más ancha de un lago cercano. El geólogo delimitó los puntos específicos alrededor del lago para que la recta que contiene $\overline{DE}$ fuera paralela a la recta que contiene $\overline{BC}$. El segmento BC se selecciona específicamente ya que es la parte más ancha del lago. El segmento DE se selecciona específicamente porque es una distancia lo suficientemente corta como para medir fácilmente. El geólogo dibujó la situación tal como se muestra a continuación.

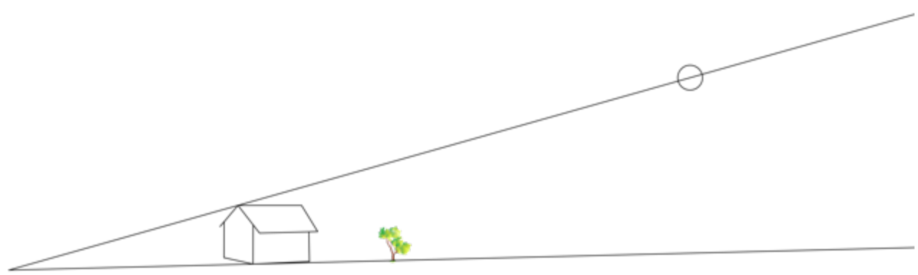


a. ¿El geólogo ha hecho suficiente trabajo hasta el momento para usar triángulos semejantes para ayudar a medir la parte más ancha del lago? Explica.

b. El geólogo ha hecho las siguientes mediciones: $|DE| = 5$ pies, $|AE| = 7$ pies y $|EC| = 15$ pies. ¿Tiene suficiente información para completar la tarea? Si es así, determina la longitud de la parte más ancha del lago. Si no es así, indica qué información adicional se necesita.

c. Asume que el geólogo solo podía medir una distancia máxima de 12 pies. ¿Podría todavía encontrar la distancia a través de la parte más ancha del lago? ¿Qué tendría que haber hecho de manera diferente?

3. Un árbol se planta en el patio trasero de una casa con la esperanza de que un día sea lo suficientemente alto como para dar sombra para refrescar la casa. Un dibujo de la casa, el árbol y el sol se muestran a continuación.



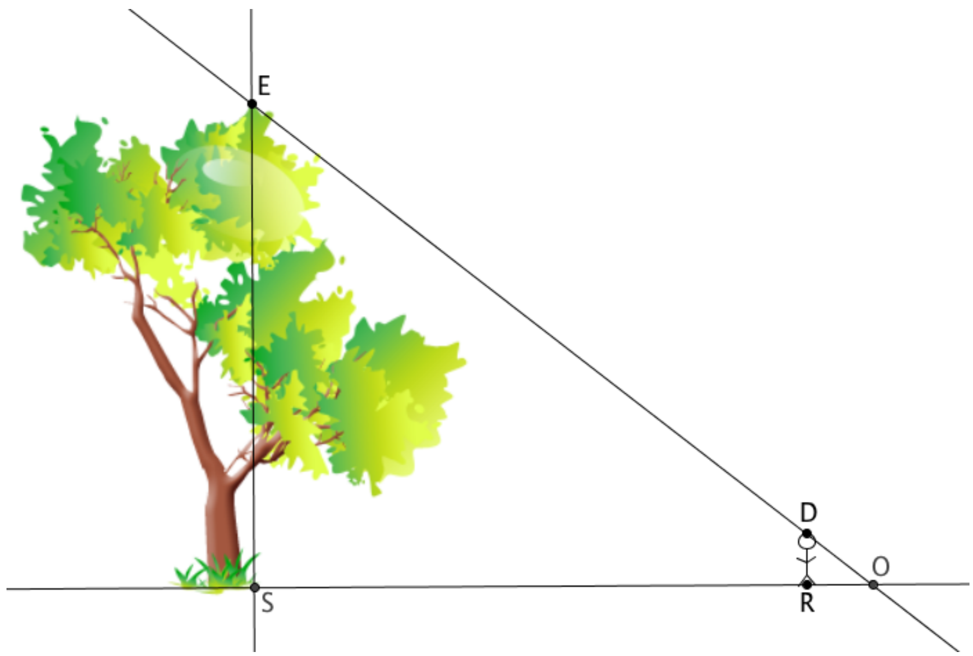
a. ¿Qué información se necesita para determinar la altura que el árbol debe tener para proporcionar la sombra deseada?

b. Supongamos que el sol proyecta una sombra de 32 pies de largo desde un punto en la parte superior de la casa a un punto en el frente de la casa. La distancia desde el extremo de la sombra de la casa a la base del árbol es de 53 pies. Si la casa tiene 16 pies de altura, ¿cuán alto debe ser el árbol para dar sombra a la casa?

c. Supongamos que el árbol crece a un ritmo de 2.5 pies por año. Si el árbol tiene ahora 7 pies de altura, ¿aproximadamente cuántos años tomará para que el árbol alcance la altura deseada?

Grupo de problemas

1. El árbol vivo más alto del mundo es una secuoya en California. Mide aproximadamente 370 pies de altura. En un parque local, hay un árbol muy alto. Quieres saber si el árbol en el parque local está al menos un poco cerca de la altura de la famosa secoya.



   a. Describe los triángulos en el diagrama y explica cómo se sabe que son semejantes o no.

   b. Supongamos que $\triangle ESO \sim \triangle DRO$. Un amigo se encuentra a la sombra del árbol. Él mide exactamente 5.5 pies de altura y proyecta una sombra de 12 pies. ¿Hay suficiente información para determinar la altura del árbol? Si es así, determina la altura. Si no es así, indica qué información adicional se necesita.

   c. Tu amigo se encuentra exactamente a 477 pies de la base del árbol. Teniendo en cuenta esta nueva información, determina cuántos pies más alto es el árbol más alto del mundo en comparación con el del parque local.

   d. Supón que tu amigo se encuentra en la sombra de la secoya más alta del mundo y la longitud de su sombra es solo $\mathbf{8}$ pies de largo. ¿Qué tan larga es la sombra proyectada por el árbol?

2. Una rampa de patinaje razonable forma un ángulo $25°$ con el suelo. Una rampa de dos pies de altura requiere alrededor de 4.3 pies de madera a lo largo de la base y unos 4.7 pies de madera desde el suelo hasta la parte superior con una altura de dos pies para hacer la rampa.

   a. Dibuja un diagrama para representar la situación.

   b. Tu amigo es un temerario y ha decidido construir una rampa que mida $\mathbf{5}$ pies de altura. ¿Qué longitud de madera se necesita para hacer la base de la rampa? Explica tu respuesta utilizando las propiedades de los triángulos semejantes.

   c. ¿Qué longitud de madera para hacer la rampa se requiere para ir desde el suelo hasta la parte superior con una altura de $\mathbf{5}$ pies? Explica tu respuesta utilizando las propiedades de los triángulos semejantes.

Lección 13: Prueba del Teorema de Pitágoras

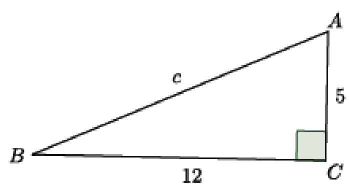
Trabajo en clase

Ejercicios

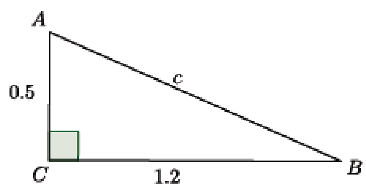
Utiliza el Teorema de Pitágoras para determinar la longitud desconocida del triángulo rectángulo.

1. Determina la longitud del lado c de cada uno de los triángulos a continuación.

   a.

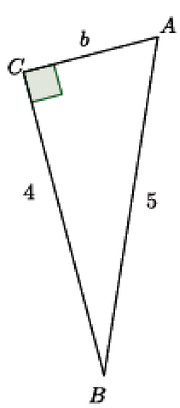


   b.

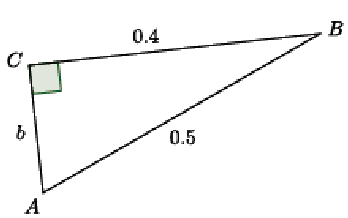


2. Determina la longitud del lado b de cada uno de los triángulos a continuación.

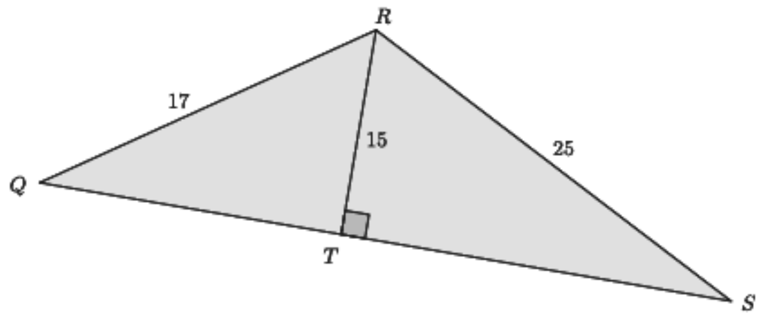
   a.



   b.



3. Determina la longitud de $\overline{QS}$. (Pista: Usa el teorema de Pitágoras dos veces).

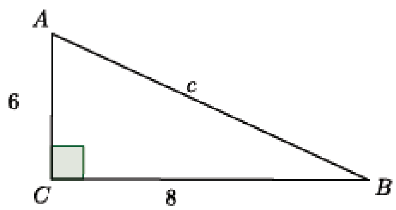


Grupo de problemas

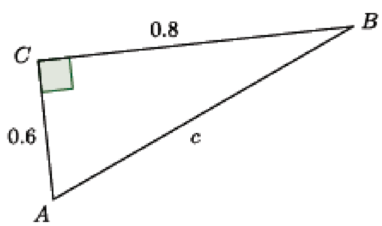
Utiliza el teorema de Pitágoras para determinar la longitud desconocida del triángulo rectángulo.

1. Determina la longitud del lado c de cada uno de los triángulos a continuación.

   a.

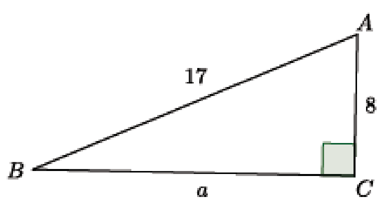


   b.

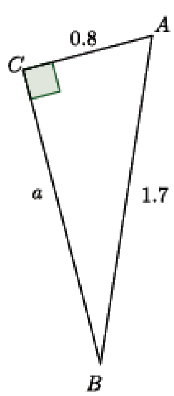


2. Determina la longitud del lado a de cada uno de los triángulos a continuación.

   a.

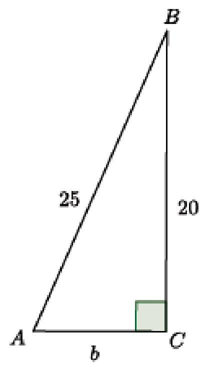


   b.

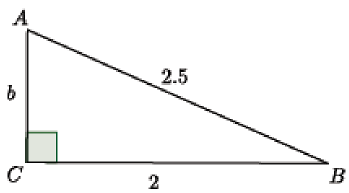


3. Determina la longitud del lado b de cada uno de los triángulos a continuación.

a.

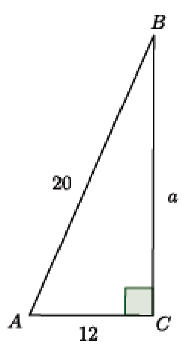


b.

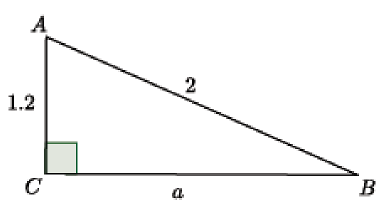


4. Determina la longitud del lado a de cada uno de los triángulos a continuación.

a.



b.



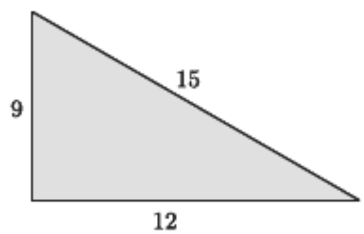
5. ¿Qué notas en cada uno de los pares de Problemas 1-4? ¿Qué notaste que podría ser útil en la solución de problemas como estos?

Lección 14: El recíproco del teorema de Pitágoras

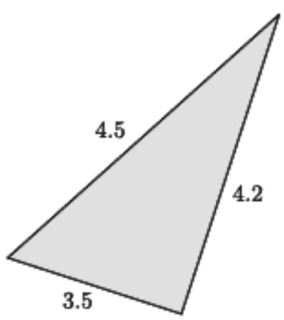
Trabajo en clase

Ejercicios

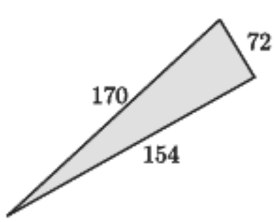
1. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



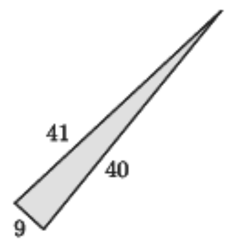
2. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



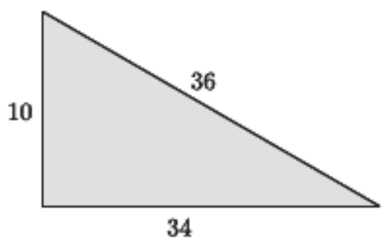
3. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



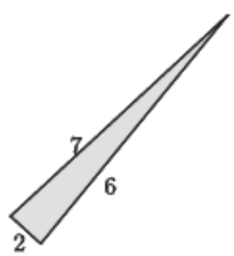
4. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



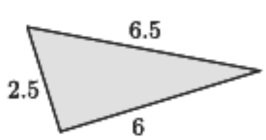
5. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



6. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



7. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



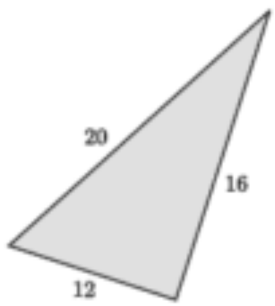
Resumen de la lección

El recíproco del teorema de Pitágoras establece que si las longitudes de los lados de un triángulo a, b, c, satisfacen $a^2 + b^2 = c^2$, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo.

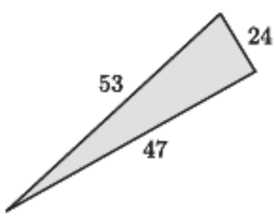
Si las longitudes laterales de un triángulo a , b, c no satisfacen $a^2 + b^2 = c^2$, entonces el triángulo no es un triángulo rectángulo.

Conjunto de problemas

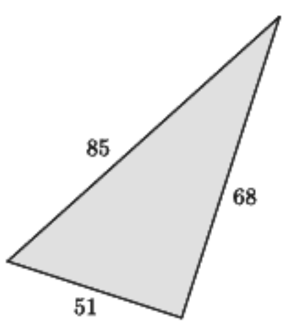
1. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



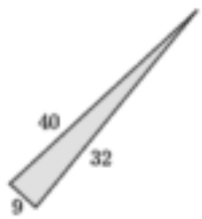
2. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



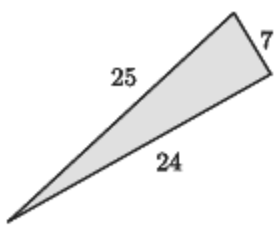
3. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



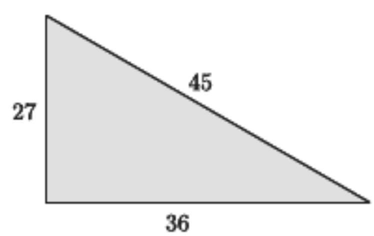
4. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. Sam dijo que el siguiente triángulo es un triángulo rectángulo porque $9 + 32 = 40$. Explica a Sam lo que hizo mal para llegar a esta conclusión y cuál es la solución correcta.



5. Los números en el diagrama de abajo indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿El triángulo que se muestra abajo es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con un enunciado completo.



6. Jocelyn dijo que el siguiente el triángulo no es un triángulo rectángulo. Su trabajo se muestra a continuación. Explica qué hizo mal y muestra a Jocelyn la solución correcta.



Tenemos que comprobar si $\mathbf{27^2 + 45^2 = 36^2}$ es una afirmación verdadera. El lado izquierdo de la ecuación es igual a $\mathbf{2,754}$ **.** El lado derecho de la ecuación es igual a $\mathbf{1,296}$ **.** Eso significa que $\mathbf{27^2 + 45^2 = 36^2}$ no es cierto y el triángulo que se muestra no es un triángulo rectángulo.