Una historia de proporciones®

Eureka Math™

7.º grado Módulo 2

Archivo del estudiante_A

Contiene Trabajo en clase y Tareas reproducibles, así como plantillas (que incluyen recortables)

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Impreso en EE. UU.
Este libro puede comprarse directamente en la editorial en eureka-math.org
10 9 8 7 6 5 4 3 2

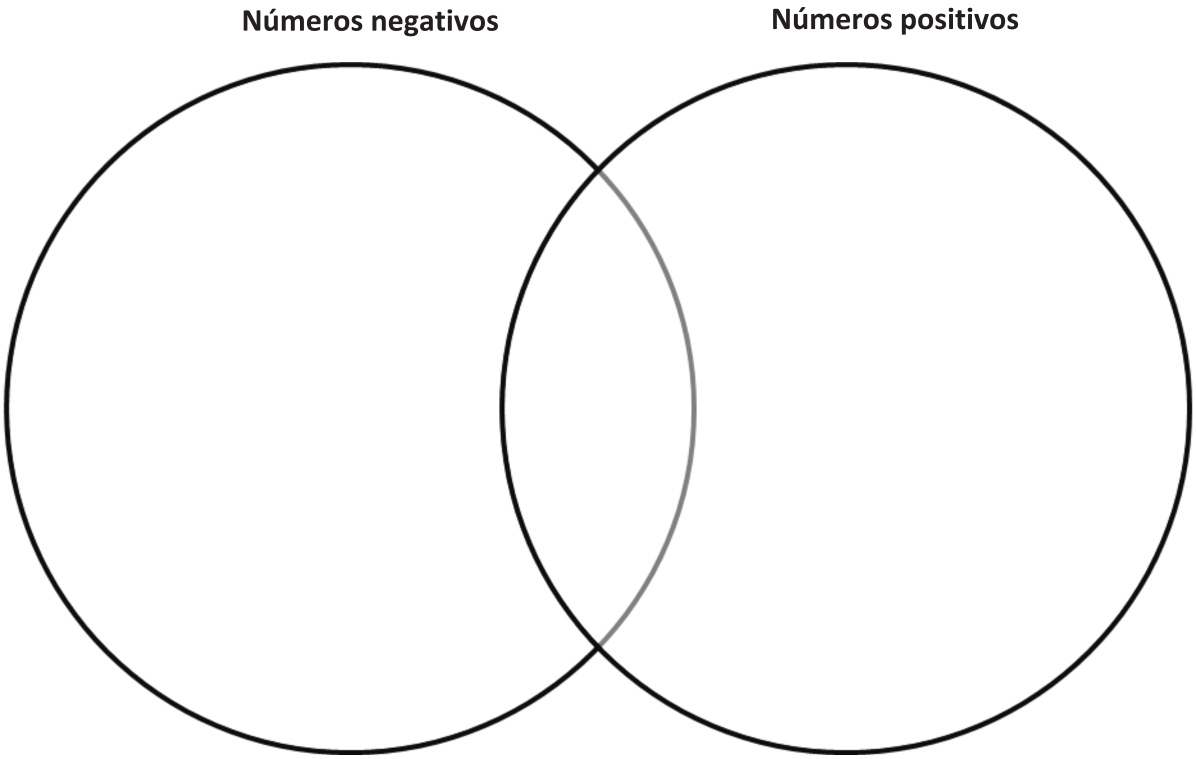
G7-M2-SFA-1.1.0-07.2017

Lección 1: Cantidades opuestas se combinan para dar cero

Trabajo en clase

Ejercicio 1: Revisión de números positivos y negativos

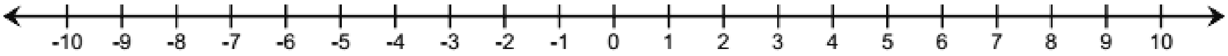
Con tu compañero, usa el siguiente organizador gráfico para registrar lo que sabes sobre números positivos y negativos. Agrega o quita afirmaciones durante la discusión de toda la clase.



Ejemplo 2: Contar hacia delante y hacia atrás en la recta numérica

Usa la siguiente recta numérica para practicar el conteo hacia delante y hacia atrás.

- *Contar hacia delante* comenzando en 0 corresponde a ______________________ números.
- *Contar hacia atrás* comenzando en 0 corresponde a ______________________ números.



a. ¿Dónde comienzas al localizar un número en la recta numérica?

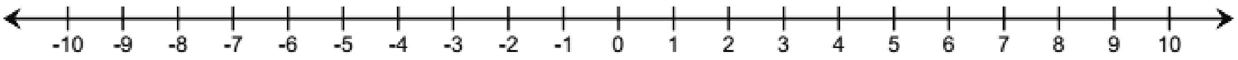
b. ¿Cómo se llama a la distancia entre un número y 0 en una recta numérica?

c. ¿Cuál es la relación entre 7 y -7?

Ejemplo 3: Usar el juego de enteros y la recta numérica

¿Cuál es la suma de los valores de las cartas que se muestran? Usa el método del conteo en la recta numérica proporcionada para justificar tu respuesta.

$\boxed{5}$ $\boxed{-5}$ $\boxed{-4}$ $\boxed{8}$

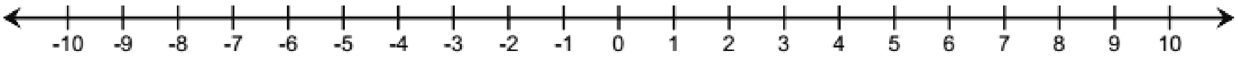


a. ¿Cuál es la posición final en la recta numérica? ______________________________

b. ¿Qué carta o combinación de cartas necesitarías para regresar a 0? ______________________________

Ejercicio 2: El inverso aditivo

Usa la recta numérica para responder cada una de las siguientes preguntas.



a. ¿A qué distancia está 7 desde 0 y en qué dirección? ______________________________

b. ¿Cuál es el opuesto de 7? ______________________________

c. ¿A qué distancia está −7 desde 0 y en qué dirección? ______________________________

d. Pensando en nuestro trabajo anterior, explica cómo usarías el método del conteo para representar lo siguiente: Mientras juegas el juego de enteros, la primera carta seleccionada es 7, y la segunda carta seleccionada es -7.

e. ¿Qué nos dice esto sobre la suma de 7 y su opuesto, -7?

f. Observa las flechas curvas que dibujaste para 7 y -7. ¿Qué relación existe entre estas dos flechas que apoyaría tu afirmación acerca de la suma de 7 y -7?

g. ¿Crees que esto seguirá siendo cierto para la suma de cualquier número y su opuesto? ¿Por qué?

Propiedad: Por cada número a, hay un número $-a$ de modo que $a + (-a) = 0$ y $(-a) + a = 0$.

El inverso aditivo de un número es un número tal que la suma de los dos números es 0. El opuesto de un número satisface esta definición: Por ejemplo, el opuesto de 3 es -3, y $3 + (-3) = 0$. Por eso, -3 es el inverso aditivo de 3.

La propiedad anterior por lo general se denomina la existencia de inversos aditivos.

Ejercicio 3: Jugar el juego de enteros

Juega el juego de números enteros con tu grupo. Usa una recta numérica para practicar el conteo

Resumen de la lección

- Suma un número positivo a un número contando hacia delante desde ese número, y suma un número negativo a un número contando hacia atrás desde ese número.
- Un entero más su opuesto suman cero.
- El opuesto de un número se llama el inverso aditivo porque la suma de los dos números es cero.

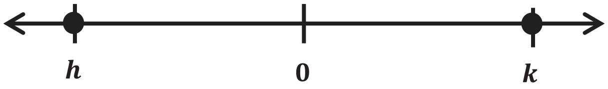
Grupo de problemas

Para los Problemas 1 y 2, consulta el juego de enteros.

1. Tienes dos cartas con una suma de (-12) en tu mano.
   a. ¿Qué dos cartas podrías tener?
   b. Agregas dos cartas más a tu mano, pero la suma total de las cartas sigue siendo la misma, (-12). Proporciona algunos ejemplos diferentes de dos cartas que podrías elegir.

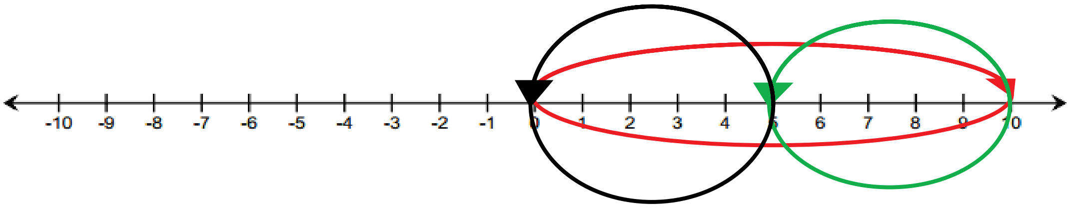
2. Elige un valor de carta y su inverso aditivo. Elige de la siguiente lista para escribir un problema con historia del mundo real que representaría su suma.
   a. Elevación: por encima y por debajo del nivel del mar.
   b. Dinero: créditos y débitos, depósitos y retiros
   c. Temperatura: grados por encima y 0 por debajo
   d. Fútbol: pérdida y ganancia de yardas.

3. En la siguiente recta numérica, los números h y k están a la misma distancia de 0. Escribe una ecuación para expresar el valor de $h + k$. Explica.



4. Durante un juego de fútbol americano, Kevin ganó cinco yardas en la primera jugada. Luego, él perdió siete yardas en la segunda jugada. ¿Cuántas yardas necesita Kevin en la siguiente jugada para que el equipo regrese a donde estaban antes de comenzar? Muestra tu trabajo.

5. Escribe un enunciado numérico que corresponda con las siguientes flechas.



Lección 2: Usar la recta numérica para representar la suma de números enteros

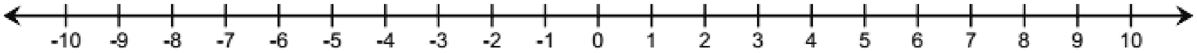
Trabajo en clase

Ejercicio 1: Presentación de la suma de números enteros al mundo real

Responde las siguientes preguntas.

a. Supongamos que recibiste $\$10$ de tu abuela en tu cumpleaños. Gastaste $\$4$ en bocadillos. Usando la suma, ¿cómo escribirías una ecuación para representar esta situación?

b. ¿Cómo representarías tu ecuación en una recta numérica para mostrar tu respuesta?



Ejemplo 1: Representar la suma en la recta numérica.

Completa los pasos para encontrar la suma de $-2 + 3$ llenando los espacios en blanco. Representa la ecuación usando flechas rectas denominadas *vectores* en la siguiente recta numérica.

a. Coloca la cola de la flecha en ________.

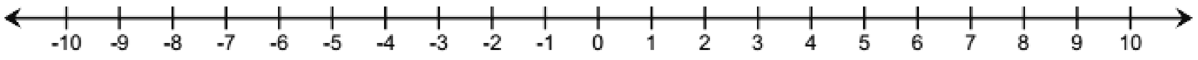
b. Dibuja la flecha 2 unidades a la izquierda de 0 y detente en ________. La dirección de la flecha está a la ________ ya que estás contando hacia atrás desde 0.

c. Inicia la siguiente flecha al final de la primera flecha, o en ________.

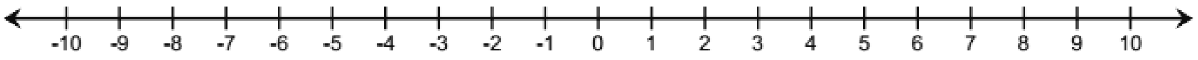
d. Dibuja la segunda flecha ________ unidades a la derecha ya que estás contando hacia adelante desde -2.

e. Detente en ________.

f. Encierra en un circulo el número en el que termina la segunda flecha para indicar el valor final.



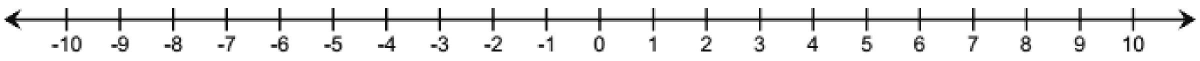
g. Repite el proceso de las partes (a) a (f) para la expresión $3 + (-2)$.



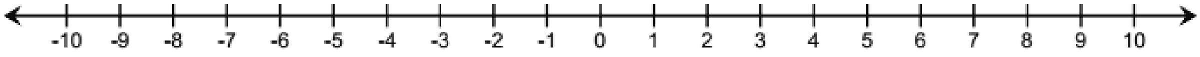
h. ¿Qué puedes decir sobre la suma de $-2 + 3$ y $3 + (-2)$? ¿Importa el orden al sumar números? ¿Por qué sí o por qué no?

Ejemplo 2: Expresar el valor absoluto como la longitud de una flecha en la recta numérica de números reales

a. ¿Cómo determina el valor absoluto la longitud de la flecha en -2? Usa una recta numérica para respaldar tu respuesta.



b. ¿Cómo determina el valor absoluto la longitud de la flecha en 3? Usa una recta numérica para respaldar tu respuesta.

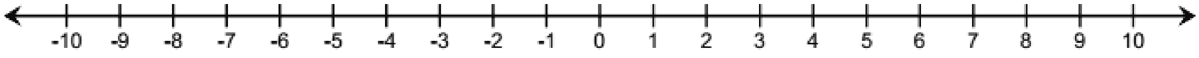


c. Describe cómo el valor absoluto te ayuda a representar -10 en la recta numérica.

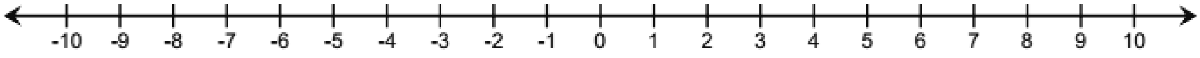
Ejercicio 2

Crea la representación en la recta numérica para representar cada una de las siguientes expresiones.

a. $-6+4$

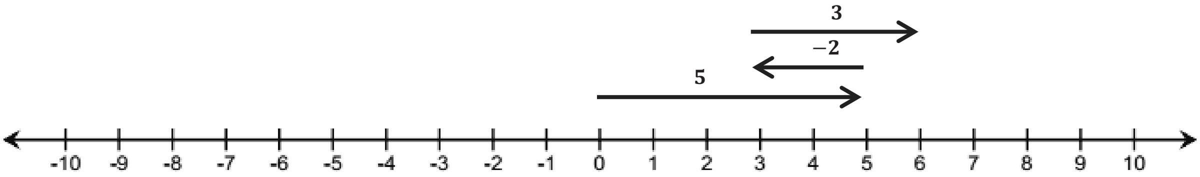


b. $3+(-8)$



Ejemplo 3: Encontrar las sumas representadas en la recta numérica de números reales

Encuentra la suma de los números enteros representados en el diagrama a continuación.



a. Escribe una ecuación para expresar el valor de la suma.

b. ¿Cuáles tres cartas están representadas en este modelo? ¿Cómo lo supieron?

c. ¿De qué manera difiere esta representación de las que usamos en la Lección 1?

d. ¿Puedes hacer una conexión entre la suma de 6 y donde la tercera flecha termina en la recta numérica?

e. ¿Cambiaría la suma si cambiamos el orden en el que se suman los números, por ejemplo, $(-2) + 3 + 5$?

f. ¿Cambiaría el diagrama? De ser así, ¿cómo?

Ejercicio 3

Juega el juego de números enteros con tu grupo. Usa una recta numérica para practicar el conteo.

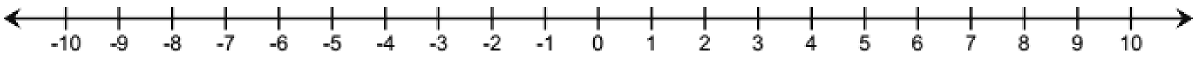
Resumen de la lección

- En una recta numérica, las flechas se usan para representar los números enteros; que muestran la longitud y dirección.
- La longitud de una flecha en la recta numérica es el valor absoluto de un número entero.
- Sumar varias flechas es lo mismo que combinar números enteros en el juego de números enteros.
- La suma de varias flechas es la ubicación final de la última flecha.

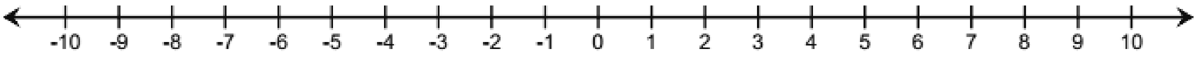
Grupo de problemas

Representa los Problemas 1-3 utilizando el diagrama de la recta numérica y una ecuación.

1. David y Victoria están jugando el juego de cartas de números enteros. David sacó tres cartas, -6, 12 y -4. ¿Cuál es la suma de las cartas que se muestran? Representa tu respuesta en la recta numérica a continuación.

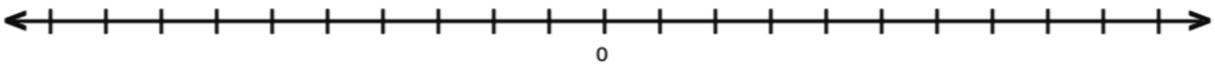


2. En el juego de cartas de números enteros, dibujaste las cartas, 2, 8 y -11. Tu compañero te dio un 7 de su mano.
   a. ¿Cuál es tu total? Representa tu respuesta en la recta numérica a continuación.



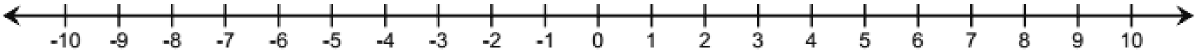
   b. ¿Qué cartas necesitarías para obtener la puntuación inicial de cero? Explica. Utiliza y explica el termino *inverso aditivo* en tu respuesta.

3. Si un jugador de fútbol americano gana 40 yardas en un juego, pero en la siguiente jugada, perdió 10 yardas, ¿cuántas serian sus yardas totales en el juego si corrió otras 60 yardas? ¿Cómo contaste y escribiste las unidades en tu recta numérica?



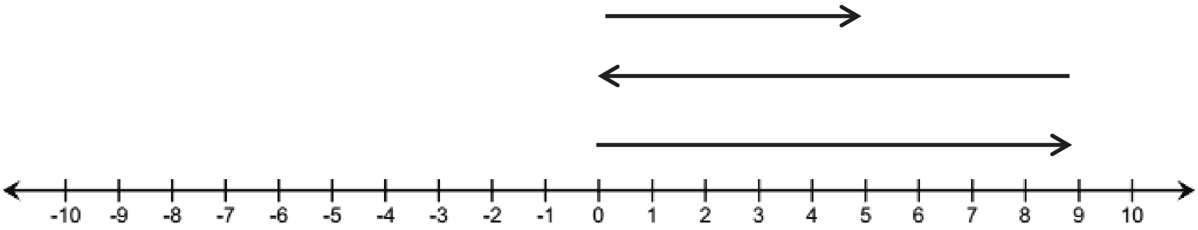
4. Encuentra las sumas.
   - a. $-2+9$
   - b. $-8+-8$
   - c. $-4+(-6)+10$
   - d. $5+7+(-11)$

5. Escribe un número entero entre 1 y 5 en una recta numérica y nómbralo punto Z. Después, localiza y escribe cada uno de los siguientes puntos al encontrar las sumas.

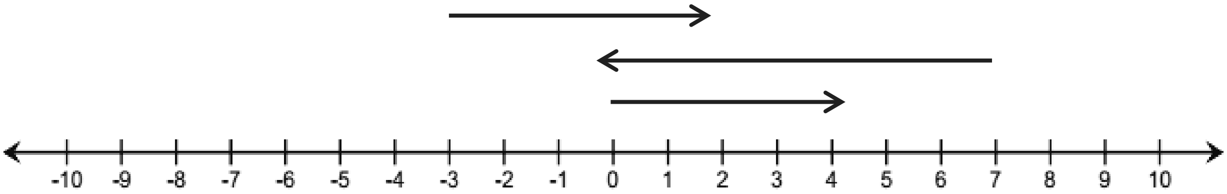


   - a. Punto A: $Z+5$
   - b. Punto B: $Z+(-3)$
   - c. Punto C: $(-4)+(-2)+Z$
   - d. Punto D: $-3+Z+1$

6. Escribe un problema con historia que represente la suma de las flechas en el diagrama numérico siguiente.



7. ¿Las flechas representan correctamente la ecuación $4+(-7)+5=2$? Si no es así, dibuja una representación correcta a continuación.



Lección 3: Comprender la suma de números enteros

Trabajo en clase

Ejercicio 1: Sumar usando el juego de enteros

Juega el juego de enteros con tu grupo sin usar una recta numérica.

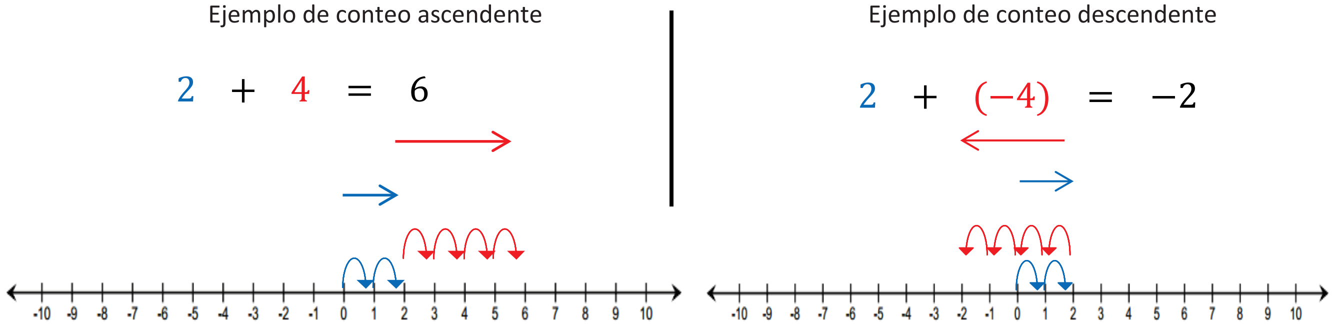
Ejemplo 1: Contar para expresar la suma como valor absoluto en una recta numérica

Ejemplo de conteo ascendente

Ejemplo de conteo descendente

$2 + 4 = 6$

$2 + (-4) = -2$



Contar -4 hacia adelante es lo mismo que *lo opuesto de contar* 4 *hacia adelante* y también significa contar 4 hacia atrás.

a. Por cada uno de los ejemplos anteriores, ¿cuál es la distancia entre 2 y la suma?

b. ¿La suma se encuentra a la derecha o a la izquierda de 2 en una recta numérica horizontal? ¿Arriba o abajo en una recta numérica vertical?

c. Dada la expresión $54 + 81$, determina la distancia entre 54 y la suma en la expresión, sin completar la suma. Explica.

d. ¿La suma está a la derecha o a la izquierda de 54 en la recta numérica horizontal? ¿Arriba o abajo en una recta numérica vertical?

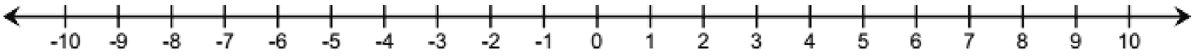
e. Dada la expresión $14 + (-3)$, determina la distancia entre 14 y la suma en la expresión, sin completar la suma. Explica.

f. ¿La suma está a la derecha o a la izquierda de 14 en la recta numérica? ¿Arriba o abajo en una recta numérica vertical?

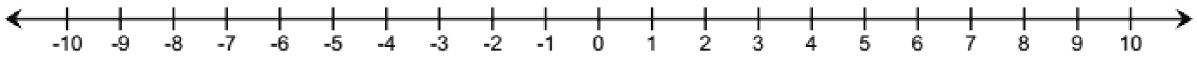
Ejercicio 2

Trabaja con un compañero para crear un modelo de recta numérica para representar cada una de las siguientes expresiones. ¿Cuál es la suma?

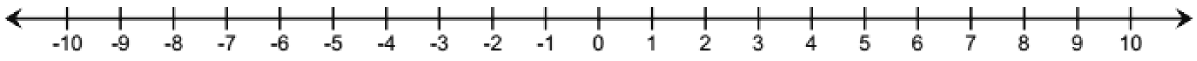
a. $-5 + 3$



b. $-6 + (-2)$



c. $7 + (-8)$

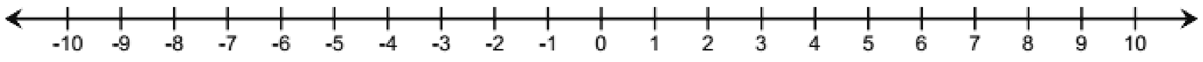


Ejercicio 3: Escribir una ecuación usando descripciones orales

Escribe una ecuación y crea un *diagrama de flecha* usando la recta numérica con la siguiente información:

La suma de 6 y un número está 15 unidades a la izquierda de 6 en la recta numérica.

Ecuación:

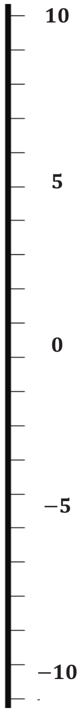


Resumen de la lección

- Sumar un entero a un número puede representarse en una recta numérica como contar hacia adelante cuando el entero es positivo (como en el caso de números enteros) y contar hacia abajo cuando el entero es negativo.
- La suma de dos enteros en una recta numérica puede representarse con flechas.

Grupo de problemas

1. La tabla a continuación muestra el cambio de temperatura de la mañana a la tarde durante una semana.
   a. Usa la recta numérica vertical para ayudarte a completar la tabla. Parte de la primera fila se ha completado como ejemplo.



Cambio de temperatura de la mañana a la tarde

Temperatura por la mañana	Cambio	Temperatura por la tarde	Ecuación
1°C	Incremento de 3°C	4°C	$1 + 3 = 4$
2°C	Incremento de 8°C		
-2°C	Descenso de 6°C		
-4°C	Incremento de 7°C		
6°C	Descenso de 9°C		
-5°C	Descenso de 5°C		
7°C	Descenso de 7°C		

   b. ¿Estás de acuerdo o en desacuerdo con la siguiente afirmación? "Un incremento de -7 °C" significa "un descenso de 7 °C". Explica. (Nota: Nadie diría: "Un incremento de -7 grados"; sin embargo, en términos matemáticos, es una frase equivalente).

Para los problemas 2 y 3, consulta el juego de enteros.

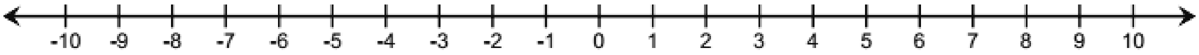
2. Terry seleccionó dos cartas. La suma de sus cartas es -10.
   a. ¿Pueden ser positivas ambas cartas? Explica por qué sí o por qué no.
   b. ¿Puede una de las cartas ser positiva y la otra negativa? Explica por qué sí o por qué no.
   c. ¿Pueden ser negativas ambas cartas? Explica por qué sí o por qué no.

3. Al jugar el juego de enteros, las primeras dos cartas que seleccionaste fueron -8 y -10.
   a. ¿Cuál es el valor de tu mano? Escribe una ecuación para justificar tu respuesta.
   b. Para la parte (a), ¿cuál es la distancia de la suma a partir de -8? ¿La suma se encuentra a la derecha o a la izquierda de -8 en la recta numérica?
   c. Si descartaras el -10 y luego seleccionaras un 10, ¿cuál sería el valor de tu mano? Escribe una ecuación para justificar tu respuesta.

4. Dada la expresión $67 + (-35)$, ¿puedes determinar la distancia entre 67 y la suma, sin completar la suma? ¿La suma está a la derecha o a la izquierda de en la recta numérica?

5. Usa la información proporcionada a continuación para escribir una ecuación. Luego crea un *diagrama de flecha* de esta ecuación en la recta numérica proporcionada abajo.

   La suma de -4 y un número está 12 unidades a la derecha de -4 en una recta numérica.

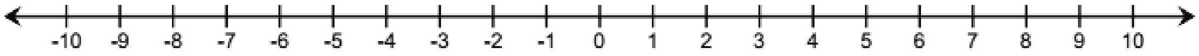


Lección 4: Sumar eficientemente números enteros y otros números racionales

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Regla para sumar números enteros con el mismo signo

a. Representa la suma de $3 + 5$ usando las flechas en la recta numérica.



i. ¿Cuál es la longitud de la flecha que representa 3?

ii. ¿A qué dirección apunta?

iii. ¿Cuál es la longitud de la flecha que representa 5?

iv. ¿A qué dirección apunta?

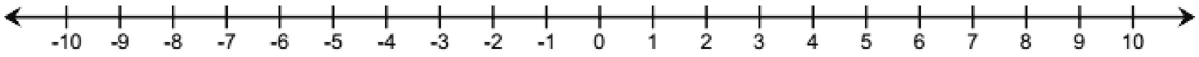
v. ¿Cuál es la suma?

vi. Si fueras a representar la suma mediante una flecha, ¿cuál sería la longitud de la flecha y a qué dirección apuntaría?

vii. ¿Cuál es la relación entre la flecha que representa el número en la recta numérica y el valor absoluto del número?

viii. ¿Crees que sumar dos números positivos siempre dará como resultado un número positivo mayor? ¿Por qué?

b. Representa la suma de $-3 + (-5)$ usando flechas que representan-3 y -5 en la recta numérica.



i. ¿Cuál es la longitud de la flecha que representa -3?

ii. ¿A qué dirección apunta?

iii. ¿Cuál es la longitud de la flecha que representa -5?

iv. ¿A qué dirección apunta?

v. ¿Cuál es la suma?

vi. Si fueras a representar la suma mediante una flecha, ¿cuál sería la longitud de la flecha y a qué dirección apuntaría?

vii. ¿Crees que sumar dos números negativos siempre dará como resultado un número negativo menor? ¿Por qué?

c. ¿Qué tienen los dos ejemplos en común?

REGLA: Suma de números racionales con el mismo signo sumando los valores absolutos y usando el signo común.

Ejercicio 2

a. Decide si la suma será positiva o negativa sin calcular la suma en realidad.

i. $-4 + (-2)$ ____________________

ii. $5 + 9$ ____________________

iii. $-6 + (-3)$ ____________________

iv. $-1 + (-11)$ ____________________

v. $3 + 5 + 7$ ____________________

vi. $-20 + (-15)$ ____________________

b. Encuentra la suma.

   i. $15 + 7$

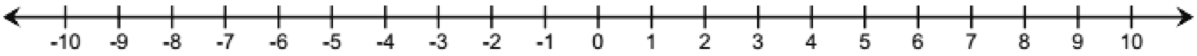
   ii. $-4 + (-16)$

   iii. $-18 + (-64)$

   iv. $-205 + (-123)$

Ejemplo 2: Regla para sumar signos opuestos

a. Representa el $5 + (-3)$ mediante flechas en la recta numérica.



   i. ¿Cuál es la longitud de la flecha que representa 5?

   ii. ¿A qué dirección apunta?

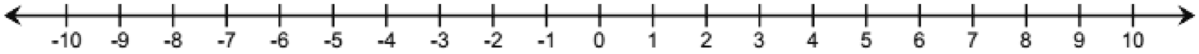
   iii. ¿Cuál es la longitud de la flecha que representa -3?

   iv. ¿A qué dirección apunta?

   v. ¿Qué flecha es más larga?

vi. ¿Cuál es la suma? Si fueras a representar la suma mediante una flecha, ¿cuál sería la longitud de la flecha y a qué dirección apuntaría?

b. Representa el $4 + (-7)$ mediante flechas en la recta numérica.



i. En los dos ejemplos de arriba, ¿cuál es la relación entre la longitud de la flecha que representa la suma y las longitudes de las flechas que representan los dos sumandos?

ii. ¿Cuál es la relación entre la dirección de la flecha que representa la suma y la dirección de las flechas que representan los dos sumandos?

iii. Escribe una regla que le dará la longitud y la dirección de la flecha que representa la suma de dos valores que tienen signos opuestos.

REGLA: Suma números racionales con signos opuestos restando los valores absolutos y usando el signo del número entero con el valor absoluto mayor.

Ejercicio 3

a. Encierra en un círculo el número entero con el valor absoluto mayor. Decide si la suma será positiva o negativa sin calcular la suma en realidad.

i. $-1 + 2$ ___________________________________

ii. $5 + (-9)$ ___________________________________

iii. $-6 + 3$ ___________________________________

iv. $-11 + 1$ ___________________________________

b. Encuentra la suma.

i. $-10 + 7$

ii. $8 + (-16)$

iii. $-12 + (65)$

iv. $105 + (-126)$

Ejemplo 3: Aplicación de la regla de la suma de números en teros a los números racionales

Encuentra la suma de $6 + \left(-2\frac{1}{4}\right)$. La suma de los números racionales sigue las mismas reglas que la suma de los números enteros.

a. Encuentra los valores absolutos de los números.

b. Resta los valores absolutos.

c. La respuesta tendrá el signo del número que tiene el valor absoluto mayor.

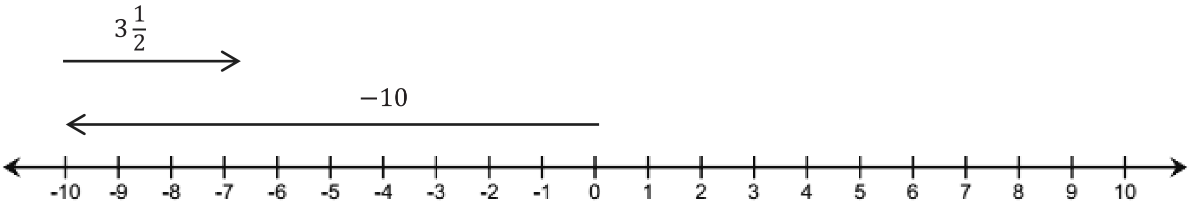
Ejercicio 4

Resuelve los siguientes problemas. Muestra tu trabajo.

a. Encuentra la suma de $-18 + 7$.

b. Si la temperatura afuera era de 73 grados a las 5:00 p.m., pero descendió 19 grados a las 10:00 p.m., ¿cuál es la temperatura a las 10:00 p.m.? Escribe una ecuación y resuélvela.

c. Escribe un enunciado de suma, y calcula la suma usando el diagrama de abajo.



Resumen de la lección

- Suma de números enteros con el mismo signo sumando los valores absolutos y usando el signo común.
- Pasos para sumar números enteros con signos opuestos:
  1. Encuentra los valores absolutos de los números enteros.
  2. Resta los valores absolutos.
  3. La respuesta tendrá el signo del número entero que tiene el valor absoluto mayor.
- Para sumar números racionales, sigue las mismas reglas usadas para sumar números enteros.

Grupo de problemas

1. Encuentra la suma. Muestra tu trabajo para justificar tu respuesta.
   a. $4 + 17$
   b. $-6 + (-12)$
   c. $2.2 + (-3.7)$
   d. $-3 + (-5) + 8$
   e. $\frac{1}{3} + \left(-2\frac{1}{4}\right)$

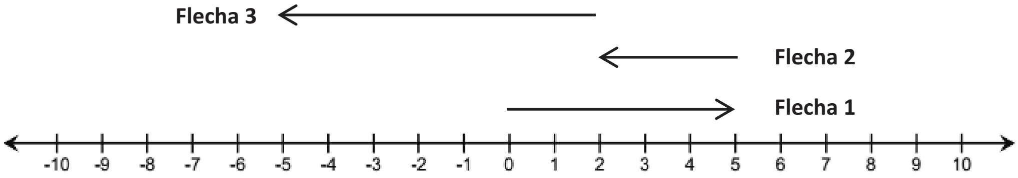
2. ¿Cuál de estos problemas con historia describen la suma$19 + (-12)$? Marca todas las que apliquen. Muestra tu trabajo para justificar tu respuesta.

______ El papá de Jared le pagó $19 por rastrillar las hojas del patio el miércoles. Jared gastó $12 en el cine el viernes. ¿Cuánto dinero le queda a Jared?

______ Jared le debía a su hermano $19 por rastrillar las hojas cuando Jared estuvo enfermo. El papá de Jared le dio $12 por hacer sus tareas de la semana. ¿Cuánto dinero tiene Jared ahora?

______ La abuela de Jared le dio $19 por su cumpleaños. Él compró $8 de caramelos y gastó otros $4 en un libro de historietas nuevo. ¿Cuánto dinero le sobra a Jared?

3. Usa el diagrama de abajo para completar cada parte.



a. Nombra a cada una de las flechas con el número que la flecha representa.

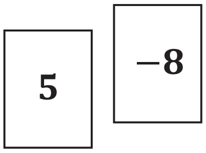
b. ¿Cuál es la longitud de cada flecha? ¿A qué dirección apunta esta flecha?

Flecha	Longitud	Dirección
1		
2		
3		

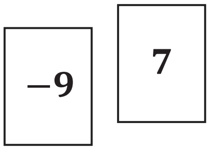
c. Escribe una ecuación para representar la suma de los números. Encuentra la suma.

4. Jennifer y Katie estaban jugando el juego de enteros en clase. Sus manos se representan a continuación.

La mano de Jennifer



La mano de Katie



a. ¿Cuál es el valor de cada una de sus manos? Muestra tu trabajo para respaldar tu respuesta.

b. Si Jennifer saca dos cartas más, ¿es posible que el valor para su mano no cambié? Explica por qué sí o por qué no.

c. Si Katie quiere ganar el juego al obtener una puntuación de 0, ¿qué carta necesita? Explica.

d. Si Jennifer dibujó -1 y -2, ¿cuál sería su nueva puntuación? Muestra tu trabajo para respaldar tu respuesta.

Lección 5: Comprender la resta de números enteros y otros números racionales

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Explorar la resta con el juego de enteros

Juega el juego de enteros en tu grupo. Inicia la Ronda 1 seleccionando cuatro cartas. Sigue los pasos para cada ronda de juego.

1. Escribe el valor de tu mano en la columna Total.
2. Luego, registra los valores de las cartas que seleccionaste en la columna Acción 1 y las que descartaste en la columna Acción 2.
3. Después de cada acción, calcula tu nuevo total y regístralo en la columna correspondiente de Resultados.
4. Con base en los resultados, describe qué le pasó al valor de tu mano en la columna correspondiente de Descripción. Por ejemplo, "La puntuación aumentó en 3".

Ronda	Total	Acción 1	Resultado 1	Descripción	Acción 2	Resultado 2	Descripción
1							
2							
3							
4							
5							

Discusión Hacer conexiones a la resta de enteros

1. ¿ Cómo cambió el valor de tu mano cuando seleccionaste cartas con valores positivos?

2. ¿Cómo cambió el valor de tu mano cuando seleccionaste cartas con valores negativos?

3. ¿Cómo cambió el valor de tu mano cuando descartaste cartas con valores positivos?

4. ¿Cómo cambió el valor de tu mano cuando descartaste cartas con valores negativos?

5. ¿Qué operación refleja seleccionar una carta?

6. ¿Qué operación refleja descartar una carta?

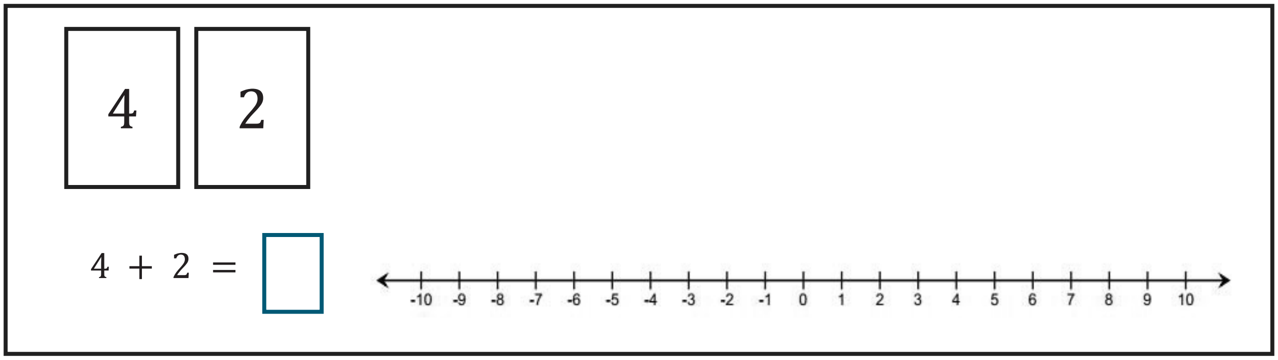
7. Con base en el juego, ¿puedes hacer una predicción acerca de lo que le pasará al resultado cuando
   a. restas un entero positivo?

   b. restas un entero negativo?

Al final de la lección, la clase revisará sus predicciones.

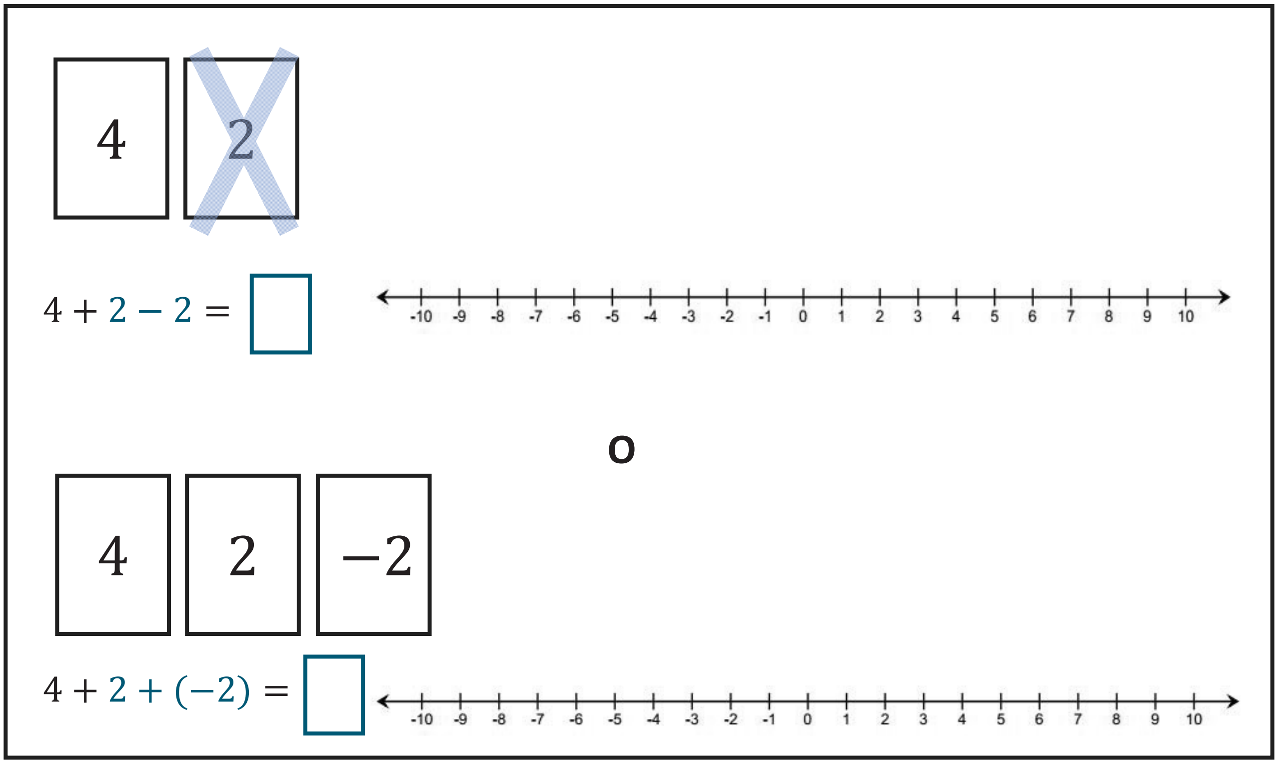
Ejemplo 2: Restar un número positivo

Sigue al maestro para completar los siguientes diagramas.



$4 + 2 = \boxed{}$

Demuestra que el eliminar (restar) una carta positiva, que es lo mismo que restar un número positivo, disminuye el valor de la mano.



$4 + 2 - 2 = \boxed{}$

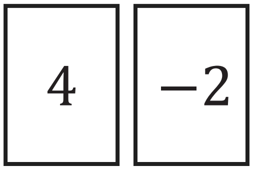
o

$4 + 2 + (-2) = \boxed{}$

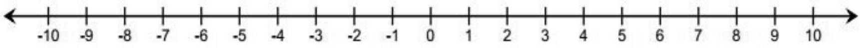
Eliminar (________________) una carta positiva cambia la puntuación de la misma manera que _____________ una carta cuyo valor es el ________________________ ______________________ (u opuesto). En este caso, sumar el ____.

Ejemplo 3: Restar un número negativo

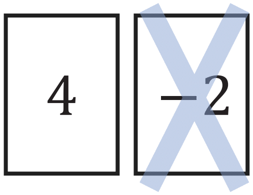
Sigue al maestro para completar los siguientes diagramas.



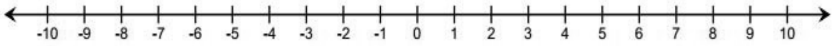
$4 + (-2) = \square$



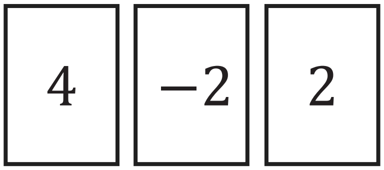
¿Cuánto cambia la puntuación, o el valor, al quitar una carta negativa?



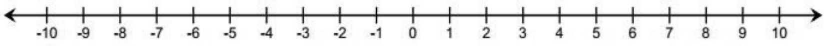
$4 + (-2) - (-2) = \square$



O



$4 + (-2) + 2 = \square$



Eliminar (________________) una carta negativa cambia la puntuación de la misma manera que _____________ una carta cuyo valor es el ________________________ _______________________ (u opuesto). En este caso, sumar el ____.

La regla de la resta: *Restar un número es lo mismo que sumar su inverso aditivo (u opuesto).*

Ejercicios 1–3 Restar enteros positivos y negativos

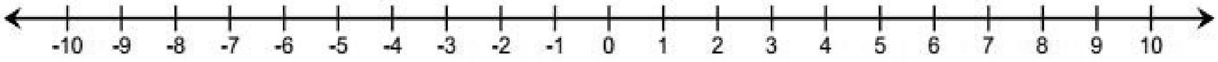
1. Usa la regla de la resta para reescribir los siguientes enunciados de resta como enunciados de suma y resuelve. Usa la recta numérica de abajo si es necesario.

   a. $8 - 2$

   b. $4 - 9$

   c. $-3 - 7$

   d. $-9 - (-2)$



2. Encuentra las diferencias.

   a. $-2 - (-5)$

   b. $11 - (-8)$

   c. $-10 - (-4)$

3. Escribe dos expresiones equivalentes que representen la situación. ¿Cuál es la diferencia en sus elevaciones?

   Un avión vuela a una altitud de 25.000 pies. Un submarino se sumerge a una profundidad de 600 pies bajo el nivel del mar.

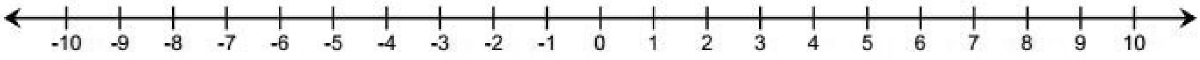
Resumen de la lección

- **LA REGLA DE LA RESTA:** Restar un número es lo mismo que sumar su opuesto.
- Quitar (restar) una carta positiva cambia la puntuación de la misma manera que sumar una carta negativa correspondiente.
- Quitar (restar) una carta negativa provoca el mismo cambio que sumar la carta positiva correspondiente.
- Para todos los números racionales, restar un número y sumarlo de nuevo te regresa al punto de partida: $(m - n) + n = m$.

Grupo de problemas

1. En una recta numérica, encuentra la diferencia de cada número y 4. Completa la tabla para respaldar tus respuestas. Se proporciona el primer ejemplo.

Número	Expresión de restas	Expresión de sumas	Respuesta real
10	$10 - 4$	$10 + (-4)$	6
2			
-4			
-6			
1			



2. Tu compañero y tú jugaron el juego de enteros en clase. Estas son las cartas de ambas manos.

Tu mano				*La mano de tu compañero*			
-8	6	1	-2	9	-5	2	-7

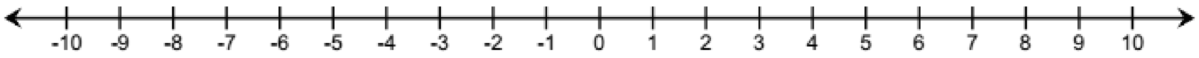
   a. Calcula el valor de cada mano. ¿Quién ganaría en base a las puntuaciones actuales? (La puntuación más cercana a 0 gana).
   b. Calcula el valor de cada mano si eliminaste el -2 y seleccionaste 5, y tu compañero eliminó el -5 y seleccionó un 5. Muestra tu trabajo para fundamentar tu respuesta.
   c. Usa los valores de tu puntuación de la parte (b) para determinar quién ganaría el juego ahora.

3. Escribe las siguientes expresiones como un solo entero.
   a. $-2 + 16$
   b. $-2 - (-16)$
   c. $18 - 26$
   d. $-14 - 23$
   e. $30 - (-45)$

4. Explica qué significa lo siguiente, e ilústralo con un ejemplo:

   “Para cualquier número real, p y q, $p - q = p + (-q)$”.

5. Selecciona un entero entre -1 y -5 en la recta numérica, y nómbralo como punto P. Encuentra y nombra los siguientes puntos en la recta numérica. Muestra tu trabajo.



   a. Punto A: $P - 5$
   b. Punto B: $(P - 4) + 4$
   c. Punto C: $-P - (-7)$

Problema de desafío:

6. Escribe dos expresiones equivalentes que representen la situación. ¿Cuál es la diferencia en sus elevaciones?

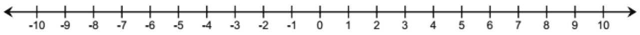
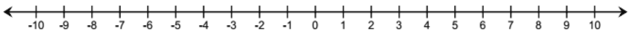
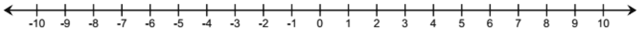
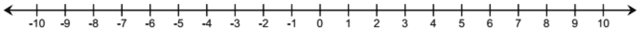
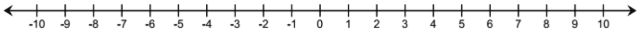
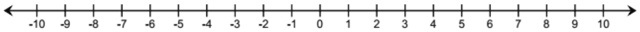
   Un avión vuela a una altitud de 26.000 pies. Un submarino se sumerge a una profundidad de 700 pies bajo el nivel del mar.

Lección 6: La distancia entre dos números racionales

Trabajo en clase

Ejercicio 1

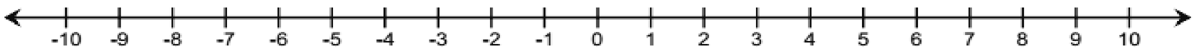
Usa la recta numérica para responder cada una de las siguientes preguntas.

Persona A	**Persona B**
¿Cuál es la distancia entre -4 y 5?  	¿Cuál es la distancia entre 5 y -4? 
¿Cuál es la distancia entre -5 y -3?  	¿Cuál es la distancia entre -3 y -5? 
¿Cuál es la distancia entre 7 y -1?  	¿Cuál es la distancia entre -1 y 7? 

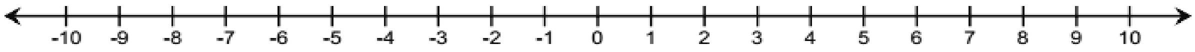
Ejercicio 2

Usa la recta numérica para responder cada una de las siguientes preguntas.

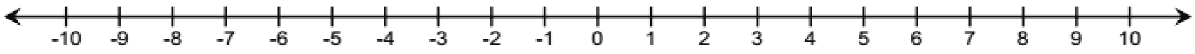
a. ¿Cuál es la distancia entre 0 y -8?



b. ¿Cuál es la distancia entre-2 y $-1\frac{1}{2}$?



c. ¿Cuál es la distancia entre -6 y -10?

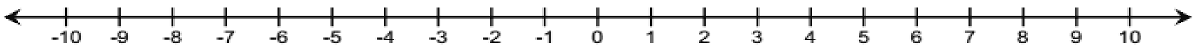


Ejemplo 1: Fórmula para la distancia entre dos números racionales

Encuentra la distancia entre 3 y 2.

Paso 1: Comienza en un extremo.

Paso 2: Cuenta el número de unidades desde el extremo en que comenzaste hasta el otro extremo.



Usando una fórmula, ____

Para dos números racionales p y q, la distancia entre p y q es $|p-q|$.

Ejemplo 2: Cambio en elevación vs. distancia

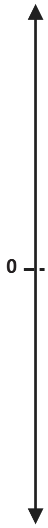
La distancia es positiva. El cambio en elevación o temperatura puede ser positivo o negativo dependiendo de si está aumentando o disminuyendo (subiendo o bajando)

a. Una excursionista comienza su recorrido al comienzo de un camino en un punto que está 200 pies por debajo del nivel del mar. Ella camina hacia un lugar en el camino que está 580 pies sobre el nivel del mar y se detiene para almorzar.

   i. ¿Cuál es la distancia vertical entre 200 pies debajo del nivel del mar y 580 pies sobre el nivel del mar?

   ii. ¿Cómo deberíamos interpretar 780 pies en el contexto de este problema?

b. Después del almuerzo, la excursionista bajó caminando por el camino desde el punto de elevación, que está a 580 pies sobre el nivel del mar, hasta el comienzo del camino, que está a 200 pies debajo del nivel del mar.



   i. ¿Cuál es la distancia vertical entre 580 pies sobre el nivel del mar y 200 pies debajo del nivel del mar?

ii. ¿Cuál es el cambio en elevación?

Ejercicio 3

La distancia entre un número negativo y un número positivo es $12\frac{1}{2}$. ¿Cuáles son los números?

Ejercicio 4

Usa la fórmula de distancia para encontrar cada respuesta. Respalda tu respuesta usando un diagrama de recta numérica.

a. Encuentra la distancia entre -7 y -4.

b. Encuentra el cambio en temperatura si la temperatura sube desde -18°F hasta 15°F (usa una recta numérica vertical).

c. ¿Sería diferente su respuesta para la parte (b) si la temperatura cayese desde 15°F hasta -18°F? Explica.

d. Beryl es la primera persona en finalizar una carrera de 5K y está 15 pies más allá de la línea de meta. Otro corredor, Jeremy, está tratando actualmente de finalizar la carrera y está aproximadamente 14 pies antes de cruzar la línea de meta. ¿Cuál es la distancia mínima posible entre Beryl y Jeremy?

e. ¿Cuál es el cambio en elevación desde 140 pies sobre el nivel del mar hasta 40 pies debajo del nivel del mar? Explica.

Resumen de la lección

- Para encontrar la distancia entre dos números racionales en una recta numérica, se puede contar el número de unidades entre los números.
- Usando una fórmula, la distancia entre números racionales, p y q, es $|p - q|$.
- La distancia siempre es positiva.
- El cambio puede ser positivo o negativo. Por ejemplo, hay un $-4°$ cambio cuando la temperatura va desde $7°$ hasta $3°$.

Grupo de problemas

1. $|-19 - 12|$
2. $|19 - (-12)|$
3. $|10 - (-43)|$
4. $|-10 - 43|$
5. $|-1 - (-16)|$
6. $|1 - 16|$
7. $|0 - (-9)|$
8. $|0 - 9|$
9. $|-14.5 - 13|$
10. $|14.5 - (-13)|$
11. Describe cualquier patrón que veas en las respuestas a los problemas en las columnas izquierda y derecha. ¿Por qué crees que existe este patrón?

Lección 7: Suma y resta de números racionales

Trabajo en clase

Ejercicio 1: Conexión de las sumas y restas de números racionales con el mundo real

Supongamos que hoy es el cumpleaños de una alumna de séptimo grado, y ella tiene 12 años. ¿Cuántos años tenía hace $3\frac{1}{2}$ años? Escribe una ecuación y usa una recta numérica para modelar tu respuesta.

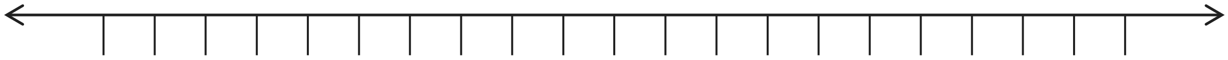
Ejemplo 1: Representar sumas de números racionales en una recta numérica

a. Coloca la cola de la flecha en 12.

b. La longitud de la flecha es el valor absoluto de $-3\frac{1}{2}$, $\left|-3\frac{1}{2}\right| = 3\frac{1}{2}$.

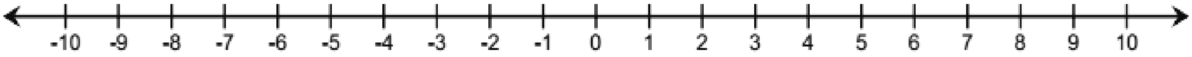
c. La dirección de la flecha es hacia la *izquierda*, ya que estás sumando un número negativo a 12.

Dibuja el modelo de la recta numérica en el siguiente espacio.



Ejercicio 2

Encuentra la siguiente suma usando un diagrama de recta numérica: $-2\frac{1}{2} + 5$.



Ejemplo 2: Representar diferencias de números racionales en una recta numérica

Encuentra la siguiente diferencia y represéntala en una recta numérica: $1 - 2\frac{1}{4}$.

a.

Ahora sigue los pasos para representar la suma:

b.

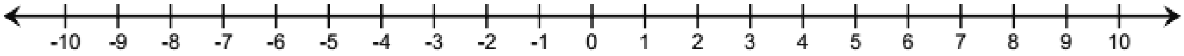
c.

d.

Dibuja el modelo de la recta numérica en el siguiente espacio.

Ejercicio 3

Encuentra la siguiente diferencia y represéntala en una recta numérica: $-5\frac{1}{2}-(-8)$.



Ejercicio 4

Encuentra las siguientes sumas y diferencias usando un modelo de recta numérica.

a. $-6+5\frac{1}{4}$

b. $7-(-0.9)$

c. $2.5+\left(-\frac{1}{2}\right)$

d. $-\frac{1}{4}+4$

e. $\frac{1}{2} - (-3)$

Ejercicio 5

Crea una ecuación y un diagrama de recta numérica para modelar cada respuesta.

a. Samantha le debe a su papá $\$7$. Le acaban de pagar $\$5.50$ por su trabajo como niñea. Si le da ese dinero a su papá, ¿cuánto le seguirá debiendo?

b. Al inicio de un viaje, el tanque de gasolina de un auto contiene 12 galones de gasolina. Durante el viaje, el auto consume $10\frac{1}{8}$ galones de gasolina. ¿Cuánta gasolina queda en el tanque?

c. Un pez estaba nadando a $3\frac{1}{2}$ pies por debajo de la superficie del agua a las 7:00 a.m., cuatro horas después, el pez estaba a una profundidad que es $5\frac{1}{4}$ pies por debajo de donde estaba a las 7:00 a.m. ¿Qué número racional representa la posición del pez en relación al nivel del agua a las 11:00 a.m.?

Resumen de la lección

Las reglas para sumar y restar enteros aplican a todos los números racionales.

La suma de dos números racionales (por ejemplo, $-1 + 4.3$) puede encontrarse colocando la cola de una flecha en -1 y ubicando la punta de la flecha 4.3 unidades hacia la derecha para llegar a la suma, que es 3.3.

Para modelar la diferencia de dos números racionales en una recta numérica (por ejemplo, $-5.7 - 3$), primero vuelve a escribir la diferencia como una suma, $-5.7 + (-3)$, y después sigue los pasos para ubicar una suma. Coloca una sola flecha con la cola en -5.7 y la cabeza de la flecha 3 unidades hacia la izquierda para llegar a -8.7.

Grupo de problemas

Representa cada uno de los siguientes problemas usando un diagrama de recta numérica y una ecuación.

1. Un ave que se había posado arriba de un árbol de $15\frac{1}{2}$ pies descendió seis pies a una rama que se encontraba más abajo. ¿A qué distancia por arriba del suelo está la nueva ubicación del ave?

2. Mariah le debía a su abuelo $\$2.25$, pero recientemente le pudo pagar $\$1.50$. ¿Cuánto le debe actualmente Mariah a su abuelo?

3. Jake está recorriendo una ruta de senderismo que conduce a la parte superior de un cañón. La ruta tiene 4.2 millas de largo, y Jake planea detenerse a comer después de completar 1.6 millas. ¿A qué distancia de la cima del cañón se encontrará Jake cuando se detenga a comer?

4. Sonji y su amiga Rachel están compitiendo en una carrera. Cuando Sonji está a 0.4 millas de la línea de meta, ella nota que su amiga Rachel se cayó. Si Sonji corre una décima parte de una milla de regreso para ayudar a su amiga, ¿a qué distancia estará de la línea de meta?

5. El Sr. Henderson no se dio cuenta de que su cuenta de cheques tenía un saldo de $\$200$ cuando usó su tarjeta de débito para hacer una compra de $\$317.25$. ¿Cuál es el saldo de su cuenta de cheques después de la compra?

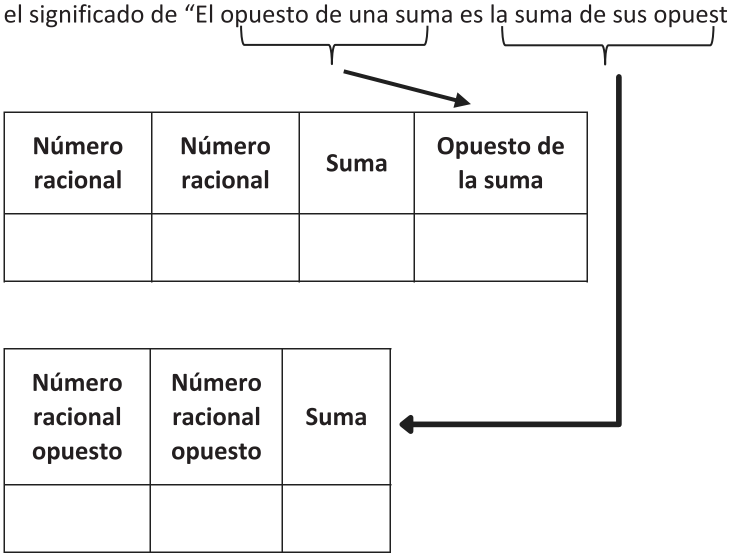
6. Si la temperatura es $-3°\text{F}$ a las $10{:}00$ p.m., y la temperatura cae cuatro grados durante la noche, ¿cuál es la temperatura resultante?

Lección 8: Aplicar las propiedades de las operaciones para sumar y restar números racionales

Trabajo en clase

Ejemplo 1: El opuesto de una suma es la suma de números negativos.

Explica el significado de “El opuesto de una suma es la suma de sus opuestos”. Usa un ejemplo matemático específico.



Número racional	Número racional	Suma	Opuesto de la suma

Número racional opuesto	Número racional opuesto	Suma

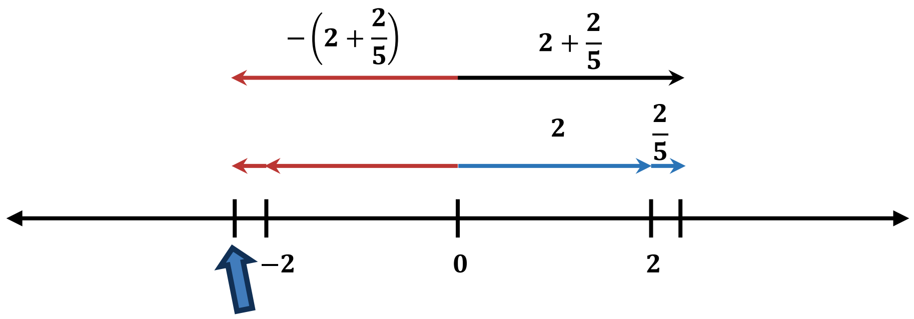
Ejercicio 1

Representa la siguiente expresión con un solo número racional.

$$-2\frac{2}{5}+3\frac{1}{4}-\frac{3}{5}$$

Ejemplo 2: Un número mixto es una suma

Usa el modelo de recta numérica que se muestra a continuación para explicar y escribir el opuesto de $2\frac{2}{5}$ como una suma de dos números racionales.



El opuesto de una suma (flecha superior que apunta a la izquierda) y la suma de los opuestos corresponden al mismo punto en la recta numérica.

Ejercicio 2

Reescribe cada número mixto como la suma de dos números con signo.

a. $-9\frac{5}{8}$ b. $-2\frac{1}{2}$ c. $8\frac{11}{12}$

Ejercicio 3

Representa cada suma como un número mixto.

a. $-1+\left(-\frac{5}{12}\right)$ b. $30+\frac{1}{8}$ c. $-17+\left(-\frac{1}{9}\right)$

Ejercicio 4

El Sr. Mitchell perdió libras 10 yendo a correr cada semana durante el verano. En invierno, subió $5\frac{1}{8}$ libras. Representa esta situación con una expresión que incluya números con signo. ¿Cuál es el cambio total en peso del Sr. Mitchell?

Ejercicio 5

Jamal está haciendo un problema de matemáticas y representó la expresión $-5\frac{5}{7} + 8 - 3\frac{2}{7}$ con un solo número racional como se muestra en los pasos a continuación. Justifica cada uno de los pasos de Jamal. Luego muestra otra forma de resolver el problema.

$= -5\frac{5}{7} + 8 + \left(-3\frac{2}{7}\right)$

$= -5\frac{5}{7} + \left(-3\frac{2}{7}\right) + 8$

$= -5 + \left(-\frac{5}{7}\right) + (-3) + \left(-\frac{2}{7}\right) + 8$

$= -5 + \left(-\frac{5}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) + (-3) + 8$

$= -5 + (-1) + (-3) + 8$

$= -6 + (-3) + 8$

$= (-9) + 8$

$= -1$

Resumen de la lección

- Usa las propiedades de las operaciones para sumar y restar números racionales con mayor eficacia. Por ejemplo,

  $-5\frac{2}{9}+3.7+5\frac{2}{9}=\left(-5\frac{2}{9}+5\frac{2}{9}\right)+3.7=0\ +3.7=3.7.$
- El opuesto de una suma es la suma de sus opuestos, como se muestra en los ejemplos a continuación:

  $-4\frac{4}{7}=-4+\left(-\frac{4}{7}\right)$

  $-(5\ +\ 3)\ =\ -5\ +\ (-3)$

Grupo de problemas

1. Representa cada suma como un solo número racional.

   a. $-14+\left(-\frac{8}{9}\right)$ b. $7+\frac{1}{9}$ c. $-3+\left(-\frac{1}{6}\right)$

Reescribe cada uno de los siguientes para demostrar que *el opuesto de una suma es la suma de los opuestos*. El Problema 2 se ha resuelto como un ejemplo.

2. $-(9+8)=\ -9+(-8)$

   $-17=-17$

3. $-\left(\frac{1}{4}+6\right)$

4. $-\big(10+(-6)\big)$

5. $-\left((-55)+\frac{1}{2}\right)$

Usa tu conocimiento de los números racionales para responder las siguientes preguntas.

6. Meghan dijo que lo opuesto de la suma de -12 y 4 es 8. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué sí o por qué no?

7. Jolene perdió su cartera en el centro comercial. Tenía $\$10$ en su monedero. Cuando llegó a su casa, su hermano se sintió apenado por ella y le dio $\$5.75$. Representa esta situación con una expresión que incluya números racionales. ¿Cuál es el cambio global en la cantidad de dinero que Jolene tiene?

8. Isaías está completando un problema de matemáticas y está en el último paso: $25-28\frac{1}{5}$. ¿Cuál es la respuesta? Muestra tu trabajo.

9. Un número sumado a su opuesto es igual a cero. ¿Qué supones que hay de cierto acerca de *un sumando añadida a su opuesto*?

   Usa los siguientes ejemplos para llegar a una conclusión. Expresa la respuesta a cada ejemplo como un solo número racional.

   a. $(3+4)+(-3+\ -4)$

   b. $(-8+1)+(8+(-\,1))$

   c. $\left(-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$

Lección 9: Aplicar las propiedades de las operaciones para sumar y restar números racionales

Trabajo en clase

Ejercicio 1

Ordena las cartas y muestra los pasos en el orden correcto para llegar a la solución de $5\frac{2}{9} - \left(8.1 + 5\frac{2}{9}\right)$.

$$0 + (-8.1)$$

$$\left(5\frac{2}{9} + \left(-5\frac{2}{9}\right)\right) + (-8.1)$$

$$-8.1$$

$$5\frac{2}{9} + \left(-8.1 + \left(-5\frac{2}{9}\right)\right)$$

$$5\frac{2}{9} + \left(-5\frac{2}{9} + (-8.1)\right)$$

Ejemplos 1–2

Representa cada una de las siguientes expresiones como un número racional. Muestra y explica tus pasos.

1. $4\frac{4}{7} - \left(4\frac{4}{7} - 10\right)$

2. $5 + \left(-4\frac{4}{7}\right)$

Ejercicio 2: ¡Trabajo de equipo!

a. $-5.2 - (-3.1) + 5.2$

b. $32 + \left(-12\frac{7}{8}\right)$

c. $3\frac{1}{6} + 20.3 - \left(-5\frac{5}{6}\right)$

d. $\frac{16}{20} - (-1.8) - \frac{4}{5}$

Ejercicio 3

Explica, paso a paso, cómo llegar a un solo número racional para representar la siguiente expresión. Escribe una explicación y describe el cálculo paso a paso.

$$-24 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 12.5$$

Resumen de la lección

- Usa las propiedades de las operaciones para sumar y restar números racionales mas fácilmente. Por ejemplo,

  $-5\frac{2}{9} + 3.7 + 5\frac{2}{9} = \left(-5\frac{2}{9} + 5\frac{2}{9}\right) + 3.7 = 0 + 3.7 = 3.7.$

- Lo opuesto de la suma es la suma de sus opuestos, como se muestra en los ejemplos a continuación:

  $-4\frac{4}{7} = -4 + \left(-\frac{4}{7}\right).$

  $-(5 + 3) = -5 + (-3).$

Grupo de problemas

Escribe todos los pasos que hiciste y reescribe cada una de las siguientes como un solo número racional.

1. $80 + \left(-22\frac{4}{15}\right)$

2. $10 + \left(-3\frac{3}{8}\right)$

3. $\frac{1}{5} + 20.3 - \left(-5\frac{3}{5}\right)$

4. $\frac{11}{12} - (-10) - \frac{5}{6}$

5. Explica, paso a paso, cómo llegar a un solo número racional para representar la siguiente expresión. Escribe una explicación y describe el cálculo paso a paso.

$$1 - \frac{3}{4} + \left(-12\frac{1}{4}\right)$$

Lección 10: Entender la multiplicación de números enteros

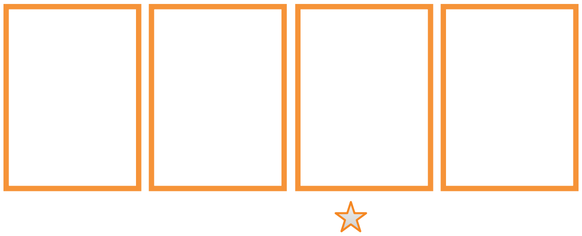
Trabajo en clase

Ejercicio 1: Repaso del juego de enteros

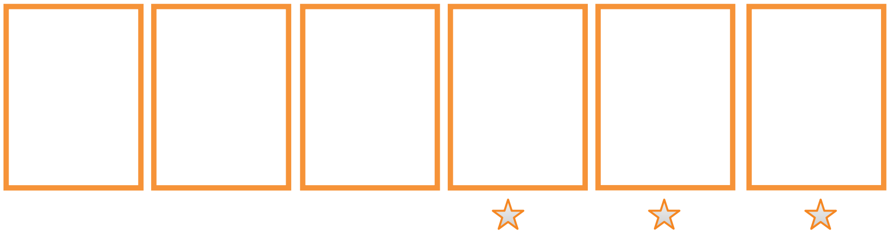
En grupos de cuatro, jueguen una ronda del juego de enteros (ve la descripción del juego de enteros para leer las instrucciones).

Ejemplo 1: Producto de un entero positivo y un entero negativo

Parte A:



Parte B:



Usa tus cartas de la Parte B para responder las siguientes preguntas.

a. Escribe un producto que describa las tres cartas iguales.

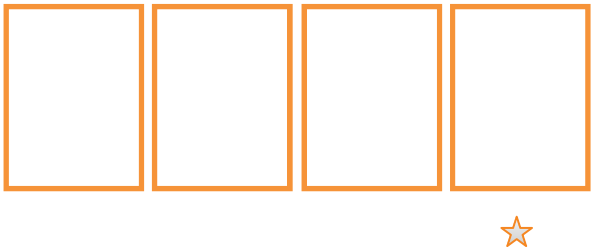
b. Escribe una expresión que represente de qué forma cada una de las cartas ✯ cambia su puntuación.

c. Escribe una ecuación que relacione estas dos expresiones.

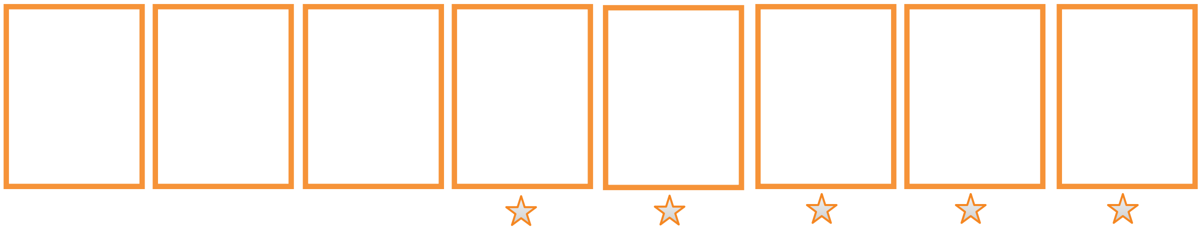
d. Escribe un entero que represente el cambio total en tu puntuación por las tres cartas ✯ .

e. Escribe una ecuación que relacione el producto y cómo afecta a tu puntuación.

Parte C:



Parte D:



Usa tus cartas de la Parte D para responder las siguientes preguntas.

f. Escribe un producto que describa las cinco cartas iguales.

g. Escribe una expresión que represente de qué forma cada una de las cartas ✭ cambia tu puntuación.

h. Escribe una ecuación que relacione estas dos expresiones.

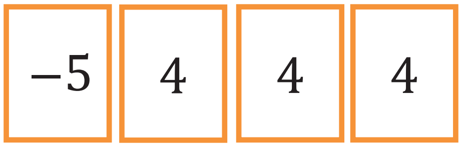
i. Escribe un entero que represente el cambio total en tu puntuación por las cinco cartas ✭ .

j. Escribe una ecuación que relacione el producto y cómo afecta a tu puntuación.

k. Usa la expresión 5×4 para relacionar la multiplicación de una carta de valor positivo con la suma.

l. Usa la expresión $3\times(-5)$ para relacionar la multiplicación de una carta de valor negativo con la suma.

Ejemplo 2: Producto de un entero negativo y un entero positivo

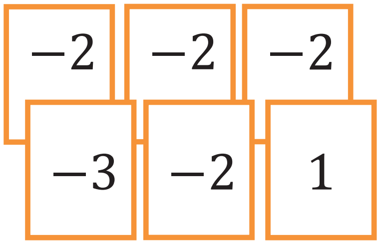


a. Si todos los 4 de la mano de juego a la derecha se descartan, ¿cómo se verá afectada la puntuación? Representa esto usando un producto en una ecuación.

b. ¿Cuáles tres cartas iguales se pueden agregar a las ilustradas para obtener el mismo cambio en la puntuación? Representa esto usando un producto en una ecuación.

c. Viendo cómo cada jugada afecta la puntuación, relaciona los productos que usaste para representarlos. ¿Qué conclusión obtienes acerca de multiplicar enteros con signos opuestos?

Ejemplo 3: Producto de dos enteros negativos



a. Si se descartan las cartas iguales de la mano de juego a la derecha, ¿cómo se verá afectada la puntuación de esta mano? Representa esto usando un producto en una ecuación.

b. ¿Qué cuatro cartas iguales podrían agregarse a las ilustradas para obtener el mismo cambio en puntuación? Representa esto usando un producto en una ecuación.

c. Viendo cómo cada jugada afecta la puntuación, relaciona los productos que usaste para representarlos. ¿Qué conclusión obtienes acerca de multiplicar enteros con el mismo signo?

d. Usando las conclusiones de los Ejemplos 2 y 3, ¿qué podemos concluir acerca de multiplicar enteros? Escribe unos ejemplos.

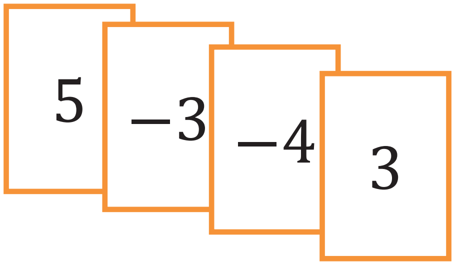
Resumen de la lección

Multiplicar enteros es una suma repetida y se puede representar con el juego de enteros. Si $3\times a$ corresponde a lo que ocurre a tu puntuación si obtienes tres cartas de valor a, entonces $(-3)\times a$ corresponde a lo que ocurre a tu puntuación si pierdes tres cartas de valor a. Agregar un número múltiples veces tiene el mismo efecto que quitar el valor opuesto el mismo número de veces (por ejemplo, $a\times b = (-a)\times(-b)$ y $a\times(-b) = (-a)\times b$).

Grupo de problemas

1. Describe grupos de dos o más cartas de enteros iguales que cumplan los criterios en cada una de las siguientes partes:
   a. Las cartas incrementan la puntuación en ocho puntos.
   b. Las cartas disminuyen la puntuación en 9 puntos.
   c. Quitar cartas que aumentan la puntuación en 10 puntos.
   d. Cartas positivas que disminuyen la puntuación en 18 puntos.

2. Tienes las cartas de enteros que se muestran a la derecha cuando tu maestro te dice que elijas una carta para multiplicar cuatro veces. Si tu objetivo es que tu puntuación esté tan cerca de cero como sea posible, ¿qué carta escogerías? Explica de qué forma tu elección cambia tu puntuación.



3. Sherry está jugando el Juego de enteros y recibe una oportunidad de descartar un grupo de cartas iguales. Sherry determina que si ella descarta un grupo de cartas, su puntuación aumentará en 12. Si ella descarta otro grupo, entonces su puntuación disminuirá en ocho. Si sus cartas iguales abarcan todas las seis cartas en su mano, ¿qué cartas están en la mano de Sherry? ¿Hay algunas otras posibilidades?

Lección 11: Desarrollar las reglas de la multiplicación de números con signo

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Extender la multiplicación de números naturales a los enteros

Parte A: Completa los cuadrantes I y IV de la tabla de abajo para mostrar cómo los grupos de cartas del mismo valor afectarán la puntuación de un jugador en el juego de enteros. Por ejemplo, tres 2 aumentarían la puntuación de un jugador en $0 + 2 + 2 + 2 = 6$ puntos.

Cuadrante II

Cuadrante I

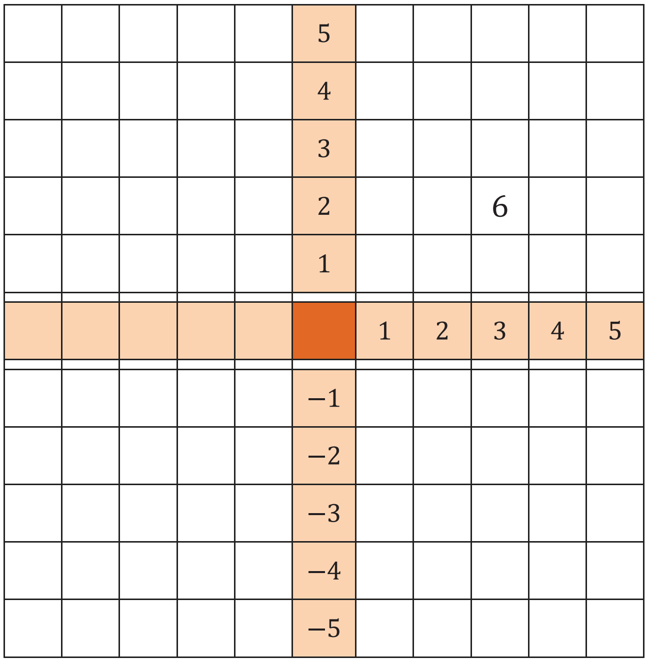
¿Qué representa este cuadrante?

____

____

____

____



					5					
					4					
					3					
					2			6		
					1					
						1	2	3	4	5
					−1					
					−2					
					−3					
					−4					
					−5					

¿Qué representa este cuadrante?

____

____

____

____

← Número de cartas del mismo valor

¿Qué representa este cuadrante?

____

____

____

____

¿Qué representa este cuadrante?

____

____

____

____

Cuadrante III

↑ Valores de cartas de enteros

Cuadrante IV

a. ¿Qué patrones observaste en la mitad derecha de la tabla?

b. Escribe los enteros faltantes en el lado izquierdo de la fila del medio, y describe lo que representan.

Parte B: Completa el cuadrante II de la tabla.

c. ¿Qué relación o patrones notaste entre los productos (valores) en el cuadrante II y los productos (valores) en el cuadrante I?

d. ¿Qué relaciones o patronesnotastes entre los productos (valores) en el cuadrante II y los productos (valores) en el cuadrante IV?

e. Usa lo que sabes acerca de los productos (valores) en los cuadrantes I, II, y IV para describir cómo será el cuadrante III cuando se introduzcan sus productos (valores).

Parte C: Completa el cuadrante III de la tabla.

Consulta la tabla completa para ayudarte a responder las siguientes preguntas:

f. ¿Es posible conocer el signo de un producto de dos enteros conociendo únicamente en qué cuadrante se encuentra cada entero? Explica.

g. ¿Qué cuadrantes contienen qué valores? Describe una situación del juego de enteros que esté representado en cada cuadrante.

Ejemplo 2: Usar las propiedades de la aritmética para explicar la multiplicación de números negativos

Ejercicio 1: Multiplicación de enteros en el mundo real

Genera situaciones del mundo real que pueden ser representadas por cada uno de los siguientes problemas de multiplicación. Usa el juego de enteros como un recurso.

a. -3×5

b. $-6\times(-3)$

c. $4\times(-7)$

Resumen de la lección

Para multiplicar números con signo, multiplica los valores absolutos para obtener el valor absoluto del producto. El signo del producto es positivo si los factores tienen el mismo signo negativo y si tienen signos opuestos.

Grupo de problemas

1. Resuelve los siguientes problemas. Luego responde la pregunta que sigue.

$3\times3=$	$3\times2=$	$3\times1=$	$3\times0=$	$3\times(-1)=$	$3\times(-2)=$
$2\times3=$	$2\times2=$	$2\times1=$	$2\times0=$	$2\times(-1)=$	$2\times(-2)=$
$1\times3=$	$1\times2=$	$1\times1=$	$1\times0=$	$1\times(-1)=$	$1\times(-2)=$
$0\times3=$	$0\times2=$	$0\times1=$	$0\times0=$	$0\times(-1)=$	$0\times(-2)=$
$-1\times3=$	$-1\times2=$	$-1\times1=$	$-1\times0=$	$-1\times(-1)=$	$-1\times(-2)=$
$-2\times3=$	$-2\times2=$	$-2\times1=$	$-2\times0=$	$-2\times(-1)=$	$-2\times(-2)=$
$-3\times3=$	$-3\times2=$	$-3\times1=$	$-3\times0=$	$-3\times(-1)=$	$-3\times(-2)=$

¿Qué filas muestran el mismo patrón que la columna resaltada? ¿Los problemas son similares o diferentes? Explica.

2. Explica por qué $(-4)\times(-5)=20$. Usa patrones, un ejemplo del juego de enteros, o las propiedades de operaciones para justificar tu razonamiento.

3. Cada vez que Samanta viaja en metro, gasta $\$4$ por su pasaje. Escribe un entero que represente el cambio en el dinero de Samanta por viajar en el tren hacia y desde el trabajo durante 13 días. Explica tu razonamiento.

4. Escribe un problema del mundo real que se pueda representar por $4\times(-7)$.

Desafío:

5. Usa propiedades para explicar por qué para cada entero a, $-a=-1\times a$. (Pista: ¿A qué es igual $\left(1+(-1)\right)\times A$? ¿Cuál es el inverso aditivo de a?

Lección 12: División de números enteros

Trabajo en clase

Ejercicio 1: Recuerda la relación entre la multiplicación y la división.

Registra las ecuaciones del Ejercicio 1 a la izquierda.

Ecuaciones

Enteros

Ejemplo 1: Transición de las reglas de multiplicación de los enteros a las reglas de división de los enteros.

Registra los enunciados numéricos de tu grupo en el espacio a la izquierda a continuación.

Ecuaciones

Enteros

a. Enumera ejemplos de problemas de división que produjeron un cociente que es un número negativo.

b. Si el cociente es un número negativo, ¿qué sería verdad sobre los signos del dividendo y del divisor?

c. Enumera tus ejemplos de problemas de división que produjeron un cociente que es un número positivo.

d. Si el cociente es un número positivo, ¿qué sería verdad sobre los signos del dividendo y del divisor?

Reglas para dividir dos enteros:

- Un cociente es negativo si el divisor y el dividendo tienen signos ________________________.
- Un cociente es positivo si el divisor y el dividendo tienen signos ________________________.

Ejercicio 2: ¿El cociente de dos enteros es siempre un entero?

¿El cociente de dos enteros es siempre un entero? Utiliza el espacio de trabajo a continuación para crear cocientes de enteros. Responde la pregunta y usa ejemplos o un contraejemplo para respaldar tu afirmación.

Espacio de trabajo:

Respuesta:

Ejercicio 3: Representaciones diferentes del mismo cociente

¿Las respuestas para los tres cocientes a continuación son iguales o diferentes? ¿Por qué sí o por qué no?

a. $-14 \div 7$

b. $14 \div (-7)$

c. $-(14 \div 7)$

Resumen de la lección

Las reglas para multiplicar y dividir enteros son similares a las reglas para multiplicar enteros (cuando el divisor no es cero). El cociente es positivo si el divisor y el dividendo tienen los mismos signos y negativo si tienen signos opuestos.

El cociente de 2 enteros (con un divisor distinto de cero) será un número racional. Si p y q son enteros, entonces

$$-\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{-p}{q} = \frac{p}{-q}.$$

Grupo de problemas

1. Encuentra los valores que faltan en cada columna.

Columna A	**Columna B**	**Columna C**	**Columna D**
$48 \div 4 =$	$24 \div 4 =$	$63 \div 7 =$	$21 \div 7 =$
$-48 \div (-4) =$	$-24 \div (-4) =$	$-63 \div (-7) =$	$-21 \div (-7) =$
$-48 \div 4 =$	$-24 \div 4 =$	$-63 \div 7 =$	$-21 \div 7 =$
$48 \div (-4) =$	$24 \div (-4) =$	$63 \div (-7) =$	$21 \div (-7) =$

2. Describe el patrón que ves en las respuestas de cada columna en el Problema 1, relacionándolo con los divisores y dividendos de los problemas. ¿Por qué es esto así?

3. Describe el patrón que ves entre las respuestas para las Columnas A y B en el Problema 1 (p. ej. compara la primera respuesta en la Columna A con la primera respuesta en la Columna B; compara la segunda respuesta en la Columna A con la segunda respuesta en la Columna B). ¿Por qué es esto así?

4. Describe el patrón que ves en las respuestas para las columnas C y D en el Problema 1. ¿Por qué es esto así?

Lección 13: Conversión entre fracciones y decimales usando fracciones equivalentes

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Representación de números racionales en el mundo real

Después del Ejercicio inicial y la discusión en grupo, describe por qué necesitamos saber cómo representar los números racionales de diferentes formas.

Ejemplo 2: Usar valores posicionales para escribir los números (que terminan en) decimales como fracciones equivalentes

a. ¿Cuál es el valor del número 2.25? ¿Cómo puede escribirse este número como una fracción o un número mixto?

b. Reescribe la fracción en su forma más simple mostrando todos los pasos que usaste.

c. ¿Cuál es el valor del número 2.025? ¿Cómo puede escribirse este número como un número mixto?

d. Reescribe la fracción en su forma más simple mostrando todos los pasos que usaste.

Ejercicio 1

Usa el valor posicional para convertir cada número que termina en decimal en una fracción. Después reescribe cada fracción en su forma más simple.

a. 0.218

b. 0.16

c. 2.72

d. 0.0005

Ejemplo 3: Convertir fracciones a decimales-fracciones con denominadores que tienen factores solamente de 2 o 5

a. ¿Qué son los decimales?

b. Usa el significado del punto decimal para relacionar los valores posicionales de los decimales.

c. Escribe el número $\frac{3}{100}$ como decimal. Describe tu proceso.

d. Escribe el número $\frac{3}{20}$ como decimal. Describe tu proceso.

e. Escribe el número $\frac{10}{25}$ como decimal. Describe tu proceso.

f. Escribe el número $\frac{8}{40}$ como decimal. Describe tu proceso.

Ejercicio 2

Convierte cada fracción a un número decimal usando una fracción equivalente.

a. $\frac{3}{16} =$

b. $\frac{7}{5} =$

c. $\frac{11}{32} =$

d. $\frac{35}{50} =$

Resumen de la lección

Cualquier decimal exacto se puede convertir en una fracción usando el valor posicional (p. ej., 0.35 es treinta y cinco centésimas o $\frac{35}{100}$). Una fracción cuyo denominador incluye sólo los factores de 2 y 5 se puede convertir en un decimal escribiendo el denominador como una potencia de diez.

Grupo de problemas

1. Convierte cada numero que termina en decimal a una fracción en su forma más simple.
   a. 0.4
   b. 0.16
   c. 0.625
   d. 0.08
   e. 0.012

2. Convierte cada fracción o número mixto a un número decimal usando una fracción equivalente.
   a. $\frac{4}{5}$
   b. $\frac{3}{40}$
   c. $\frac{8}{200}$
   d. $3\frac{5}{16}$

3. Tanja esta convirtiendo una fracción en un número decimal para encontrar una fracción equivalente que tiene una potencia de 10 en el denominador. Sara observa el último paso en el trabajo de Tanja (mostrado a continuación) y dice que no puede ir más allá.
¿Sara esta en lo correcto? Si es así, explicar por qué. Si Sara esta equivocada, completa los pasos restantes.

$$\frac{72}{480} = \frac{2^3 \cdot 3^2}{2^5 \cdot 3 \cdot 5}$$

Lección 14: Conversión de números racionales a decimales usando la división larga

Trabajo en clase

Ejemplo 1: ¿Se pueden escribir como decimales todos los números racionales?

a. Con el botón de división de tu calculadora, explora varios cocientes de números enteros 1 hasta 11. Registra tus representaciones de fracción y tus representaciones decimales correspondientes en el siguiente espacio.

b. ¿Cuáles dos tipos de decimales ves?

Ejemplo 2: Representaciones decimales de números racionales

En la siguiente tabla, organiza las fracciones y tu representación decimal correspondiente enumerada en el Ejemplo 1 de acuerdo con su tipo de decimal.

¿Qué tienen estas fracciones en común?	¿Qué tienen estas fracciones en común?

Ejemplo 3: Conversión de números racionales a decimales usando la división larga

Usa el algoritmo de división para encontrar el valor decimal de $-\frac{3}{4}$.

Ejercicio 1

Convierte cada número racional a su forma decimal usando la división larga.

a. $-\frac{7}{8} =$

b. $\frac{3}{16} =$

Ejemplo 4: Conversión de números racionales a decimales usando la división larga

Usa la división larga para encontrar la representación decimal de $\frac{1}{3}$.

Ejercicio 2

Calcula los valores decimales de la siguiente fracción usando la división larga. Expresa tus respuestas usando barras sobre la secuencia más corta de dígitos periódicos.

a. $-\frac{4}{9}$

b. $-\frac{1}{11}$

c. $\frac{1}{7}$

d. $-\frac{5}{6}$

Ejemplo 5: Las fracciones representan decimales periódicos o finitos

¿Cómo determinamos si la representación decimal de un cociente de dos enteros, con el divisor distinto de cero, terminará o se repetirá?

Ejemplo 6: Usar conversiones de números racionales para la resolución de problemas

a. Eric y cuatro de sus amigos están haciendo un viaje a lo largo de la autopista de Nueva York. Ellos deciden dividir en partes iguales el costo de los peajes. Si el costo total del peaje es de $8, ¿cuánto tendrá que pagar cada persona?

b. Justo antes de salir del viaje, dos de los amigos de Eric tienen una emergencia familiar y no pueden ir. ¿Ahora cuál es la nueva cuota de cada persona para los $8 peajes?

Resumen de la lección

En el mundo real es necesario que representemos los números racionales de formas diferentes según el contexto de una situación. Todos los números racionales se pueden representar ya sea como decimales finitos o como decimales periódicos por medio del algoritmo de división larga. Nosotros representamos los decimales periódicos usando una barra sobre la secuencia más corta de dígitos periódicos.

Grupo de problemas

1. Convierte cada número racional a su forma decimal.

$\frac{1}{9} =$ ____________________

$\frac{1}{6} =$ ____________________

$\frac{2}{9} =$ ____________________

$\frac{1}{3} =$ ____________________ $\frac{2}{6} =$ ____________________ $\frac{3}{9} =$ ____________________

$\frac{4}{9} =$ ____________________

$\frac{3}{6} =$ ____________________

$\frac{5}{9} =$ ____________________

$\frac{2}{3} =$ ____________________ $\frac{4}{6} =$ ____________________ $\frac{6}{9} =$ ____________________

$\frac{7}{9} =$ ____________________

$\frac{5}{6} =$ ____________________

$\frac{8}{9} =$ ____________________

Una de estas representaciones decimales es distinta de las demás. ¿Por qué?

Enriquecimiento:

2. Chandler le dice a Aubrey que el valor decimal de $-\frac{1}{17}$ no es un decimal periódico. ¿Debería Aubrey creerle? Explica.

3. Completa los siguientes cocientes usando una calculadora; y después responde a las preguntas siguientes.
   a. Convierte cada número racional en la tabla a su equivalente decimal.

$\frac{1}{11} =$	$\frac{2}{11} =$	$\frac{3}{11} =$	$\frac{4}{11} =$	$\frac{5}{11} =$
$\frac{6}{11} =$	$\frac{7}{11} =$	$\frac{8}{11} =$	$\frac{9}{11} =$	$\frac{10}{11} =$

   ¿Notas un patrón? Explica.

   b. Convierte cada número racional en la tabla a su equivalente decimal.

$\frac{0}{99} =$	$\frac{10}{99} =$	$\frac{20}{99} =$	$\frac{30}{99} =$	$\frac{45}{99} =$
$\frac{58}{99} =$	$\frac{62}{99} =$	$\frac{77}{99} =$	$\frac{81}{99} =$	$\frac{98}{99} =$

   ¿Notas un patrón? Explicae.

   c. ¿Puedes encontrar otros números racionales que sigan patrones similares?

Lección 15: Multiplicación y división de números racionales

Trabajo en clase

Ejercicio 1

a. En el siguiente espacio, crea un problema escrito que implique la multiplicación de enteros. Escribe una ecuación para representar la siguiente situación.

b. Ahora cambia el problema escrito mediante la sustitución de los números enteros con números no enteros racionales (fracciones o decimales), y escribe la nueva ecuación.

c. ¿Fue el proceso utilizado para resolver el segundo problema diferente del proceso utilizado para resolver el primero? Explica.

d. Las reglas para multiplicar números racionales son las mismas que reglas de la multiplicación de enteros:

1. ____

2. ____

3. ____

Ejercicio 2

a. En un año, los padres de Melinda gastan $\$2,640.90$ en el cable y servicio de Internet. Si gastan la misma cantidad cada mes, ¿cuál es el cambio mensual resultante en los ingresos de la familia?

b. Las reglas para dividir números racionales son las mismas que las reglas para dividir números enteros:

1. ____

2. ____

3. ____

Ejercicio 3

Use la tabla de recaudación de fondos para ayudar a responder las preguntas que siguen.

Recaudación de fondos con flores de Grimes Middle School

Cliente	Tipo de planta	Número de plantas	Precio por Planta	Total	¿Pagado? Sí o no
Tamara Jones	tulipán	2	$4.25		No
Sra. Wolff	margarita	1	$3.75	$ 3.75	Sí
Sr. Clark	geranios	5	$2.25		Sí
Susie (hermana de Jeremy)	violeta	1	$2.50	$2.50	Sí
Nana y Pop (abuelos de Jeremy)	margarita	4	$3.75	$15.00	No

Jeremy está vendiendo plantas para la recaudación de fondos de la escuela, y en la lista anterior está un gráfico de su formulario de pedidos de la recaudación de fondos. Usa la información de la tabla para contestar las siguientes preguntas. Muestra tu trabajo y representa la respuesta como un número racional; luego, explica tu respuesta en el contexto de la situación.

a. Si Tamara Jones escribe un cheque para pagar por las plantas, ¿cuál es el cambio resultante en el saldo de su cuenta corriente?

Respuesta numérica:

Explicación:

b. El Sr. Clark quiere pagar su orden con un billete de $20, pero Jeremy no tiene cambio. Jeremy le dice al Sr. Clark que le dará el cambio más tarde. ¿Cómo afectará esto a la cantidad total de dinero que recoge Jeremy? Explica. ¿Qué número racional representa el cambio que se debe hacer con el dinero que recoge Jeremy?

Respuesta numérica:

Explicación:

c. La hermana de Jeremy, Susie, tomó prestado el dinero de su madre para pagar su orden. Su madre ha acordado en deducir una cantidad igual de dinero de la mesada de Susie cada semana durante las siguientes cinco semanas para pagar el préstamo. ¿Cuál es el cambio semanal en la mesada de Susie?

Respuesta numérica:

Explicación:

d. Los abuelos de Jeremy quieren cambiar su orden. Ellos quieren pedir tres margaritas y un geranio, en lugar de cuatro margaritas. ¿Cómo afecta este cambio de la cantidad en su orden? Explica cómo llegaste a tu respuesta.

e. Jeremy se acerca a tres personas que no quieren comprar plantas; Sin embargo, tienen el deseo de donar algo de dinero para la recaudación de fondos cuando Jeremy entregue las plantas una semana más tarde. Si las personas se comprometen a donar un total de $\$14.40$, ¿Cuál sería el promedio de donación en efectivo?

f. Jeremy pasa una semana recogiendo pedidos. Si 22 personas compran un total de $\$270$ plantas, ¿cuál es la cantidad promedio de venta de Jeremy?

Resumen de la lección

Las reglas para multiplicar y dividir números enteros aplican a los números racionales. Podemos usar los productos y cocientes de números racionales para describir situaciones del mundo real.

Grupo de problemas

1. A la hora del almuerzo, Benjamin a menudo pide dinero a sus amigos para comprar aperitivos en la cafetería de la escuela. Benjamin pidió prestado $\$0.75$ a su amigo Clyde cinco días la semana pasada para comprar barras de helado. Representa la cantidad que Benjamin pidió prestado como el producto de dos números racionales; luego, determina la cantidad que Benjamin debía a su amigo la semana pasada.

2. Mónica graba periódicamente su programa de televisión favorito. Cada episodio de la serie requiere 3.5% de la capacidad total de la grabadora de vídeo. Su grabador actualmente tiene 62% en total de memoria libre. Si Mónica graba los cinco episodios de esta semana, ¿cuánto espacio quedará en su grabadora de video?

Para los problemas 3-5, encuentra al menos dos grupos de posibles de valores que trabajarían para cada problema.

3. Llena los espacios en blanco con dos números racionales (Distintos de 1 y -1). $\_\_\_ \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \_\_\_ = -20$
¿Qué debe ser verdad acerca de la relación entre los dos números que escogió?

4. Llena los espacios en blanco con dos números racionales (Distintos de 1 y -1). $-5.6 \times 100 \div 80 \times \_\_\_ \times \_\_\_ = 700$

   ¿Qué debe ser verdad acerca de la relación entre los dos números que escogió?

5. Llena los espacios en blanco con dos números racionales. $\_\_\_ \times \_\_\_ = -0.75$

   ¿Qué debe ser verdad acerca de la relación entre los dos números que escogió?

Para los problemas 6-8, crea problemas escritos que puedan ser representados por cada expresión y, luego, representa cada producto o cociente como un solo número racional.

6. $8 \times (-0.25)$

7. $-6 \div \left(1\frac{1}{3}\right)$

8. $-\frac{1}{2} \times 12$

Lección 16: Aplicar propiedades de las operaciones para multiplicar y dividir números racionales

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Uso de las propiedades conmutativa y asociativa para multiplicar eficientemente los números racionales

a. Evalúa la siguiente expresión.

$$-6\times2\times(-2)\times(-5)\times(-3)$$

b. ¿Qué tipo de estrategias se usaron para evaluar las expresiones?

c. ¿Puedes identificar los beneficios de elegir una estrategia frente a otra?

d. ¿Cuál es el signo del producto, y cómo se determinó el signo?

Ejercicio 1

Encuentra una estrategia eficiente para evaluar la expresión y completar el trabajo necesario

$$-1\times(-3)\times10\times(-2)\times2$$

Ejercicio 2

Encuentra una estrategia eficiente para evaluar la expresión y completar el trabajo necesario

$$4\times\frac{1}{3}\times(-8)\times9\times\left(-\frac{1}{2}\right)$$

Ejercicio 3

¿Qué términos combinaste primero y por qué?

Ejercicio 4

Consulta el ejemplo y los ejercicios. ¿Ves una forma fácil de determinar el signo del producto primero?

Ejemplo 2: Uso de la propiedad distributiva para multiplicar números racionales

Vuelve a escribir el número mixto como una suma; luego, multiplica usando la propiedad distributiva.

$-6\times\left(5\frac{1}{3}\right)$

Ejercicio 5

Multiplica la expresión usando la propiedad distributiva.

$9\times\left(-3\frac{1}{2}\right)$

Ejemplo 3: Uso de la propiedad distributiva para multiplicar números racionales

Evalúa el uso de la propiedad distributiva.

$16\times\left(-\frac{3}{8}\right)+16\times\frac{1}{4}$

Ejemplo 4: Uso del inverso multiplicativo para volver a escribir la división como multiplicación

Reescribe la expresión solo como multiplicación y evalúa

$1\div\frac{2}{3}\times(-8)\times3\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

Ejercicio 6

$4.2\times\left(-\frac{1}{3}\right)\div\frac{1}{6}\times(-10)$

Resumen de la lección

Multiplicar y dividir usando el orden estricto de las operaciones en una expresión no siempre es eficiente. Las propiedades de multiplicación nos permiten manipular la expresión reordenando y reagrupando factores que son más fáciles de calcular (como agrupar factores 2 y 5 para obtener 10).

Cuando se realiza una división, podemos reescribir fácilmente la división por un número como multiplicación por su recíproco, y luego usamos las propiedades de multiplicación.

Si una expresión es solo un producto de factores, entonces el signo de su valor se determina fácilmente por el número de factores negativos: el signo es positivo si hay un número par de factores negativos, y es negativo si hay un número impar de factores.

Grupo de problemas

1. Evalúa la expresión $-2.2\times(-2)\div\left(-\frac{1}{4}\right)\times 5$
   a. Usando solo el orden de las operaciones.
   b. Usando las propiedades y métodos usados en la Lección 16.
   c. Si te piden evaluar otra expresión, ¿qué método usarías, (a) o (b), y por qué?

2. Evalúa las expresiones usando la propiedad distributiva.
   a. $\left(2\frac{1}{4}\right)\times(-8)$
   b. $\frac{2}{3}(-7)+\frac{2}{3}(-5)$

3. Mia evaluó la siguiente expresión pero obtuvo una respuesta incorrecta. Encuentra el error de Mia, encuentra el valor correcto de la expresión, y explica cómo Mia pudo haber evitado su(s) error(es).

$0.38\times 3\div\left(-\frac{1}{20}\right)\times 5\div(-8)$

$0.38\times 5\times\left(\frac{1}{20}\right)\times 3\times(-8)$

$0.38\times\left(\frac{1}{4}\right)\times 3\times(-8)$

$0.38\times\left(\frac{1}{4}\right)\times(-24)$

$0.38\times(-6)$

-2.28

Lección 17: Comparar soluciones de diagramas de cinta con soluciones algebraicas

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Para su cumpleaños, Zack y tres de sus amigos fueron a ver una película. Cada uno compró un boleto por $\$8.00$ y el mismo bocadillo en el puesto de comida. Si la mamá de Zack pagó $\$48$ por los boletos del grupo y los bocadillos, ¿cuánto costó cada bocadillo?

La ecuación $4(b+8)=48$ representa la situación cuando s representa el costo en dólares de un bocadillo.

Desafío de exploratorio: Gastos de vacaciones familiares

John y Ag están resumiendo algunos de los gastos de sus vacaciones familiares para ellos mismos y sus tres hijos, Louie, Missy y Bonnie. Escribe una ecuación algebraica con la información proporcionada, crea un modelo para determinar cuánto costará cada elemento y responde las siguientes preguntas.

Gastos:

Tarifas de seguros y automóviles: $\$400$	Tarifas de seguros y pasajes aéreos: $\$875$	Motel e impuestos: $\$400$
Juego de béisbol y gorras: $\$103.83$	Un día de cine: $\$75$	Pizza y refrescos: $\$37.95$
	Sandalias y camisetas: $\$120$	

La solución para el escenario de tu grupo:

Después de colaborar con todos los grupos, resume las conclusiones en la tabla a continuación.

Costo de la película de la noche.	
Costo de 1Porción de pizza	
Costo del boleto de admisión al juego de béisbol.	
Costo de la 1 camiseta.	
Costo del 1 boleto de avión	
Costo diario por alquiler de auto	
Cargo por noche en motel	

Con los resultados, determina el costo de los siguientes:

1. Una porción de pizza, 1 boleto de avión, 2 noches en el motel y 1 película de la noche.

2. Una camiseta, 1 boleto para el juego de béisbol, y 1 día de alquiler de auto.

Ejercicio

El costo del cuidado de niños en un crucero es de $\$10$ por la primera hora y $\$12$ por cada hora adicional. Si el costo total por cuidar al bebé Aarón fue de $\$58$, ¿cuántas horas estuvo Aarón con la niñera?

Resumen de la lección

Los diagramas de cinta se pueden utilizar para representar e identificar la secuencia de las operaciones para encontrar una solución de forma algebraica.

El objetivo al resolver ecuaciones de forma algebraica es aislar la variable.

El proceso de hacer esto requiere de *deshacer* la suma o sustracción para obtener un 0 y *deshacer* la multiplicación o división para obtener un 1. Se aplican las propiedades de inverso aditivo e inverso multiplicativo para obtener el 0 (la identidad aditiva) y 1 (la entidad multiplicativa).

Las propiedades de suma y de igualdad de la multiplicación se aplican porque en una ecuación, $A = B$, cuando se suma o multiplica un número en ambos extremos, la suma o producto resultante se mantiene igual.

Grupo de problemas

1. Un taxi en Myrtle Beach cobra $\$2$ por milla y $\$1$ por cada persona. Si un viaje en taxi para dos personas cuesta $\$12$, ¿Cuánto viajó el taxi?

2. Esther trabaja como mesera en el restaurante de su familia. Ella trabaja 2 horas cada mañana durante el turno del desayuno y regresa a trabajar cada noche para el turno de la cena. En los últimos cuatro días ella trabajó 28 horas. Si Esther trabaja la misma cantidad de horas todas las noches, ¿cuántas horas trabajó durante cada turno de la noche?

3. Jillian hace ejercicios 5 veces por semana. Ella corre 3 millas cada mañana y monta la bicicleta por las tardes. Si ella se ejercita una cantidad total de 30 millas en la semana, ¿cuántas millas monta en bicicleta cada noche?

4. Marc se come un sándwich de huevo para el desayuno y una hamburguesa grande para el almuerzo todos los días. El sándwich de huevo tiene 250 calorías. Si Marc come $5{,}250$ calorías en el desayuno y almuerzo en toda la semana en total, ¿cuántas calorías tiene una hamburguesa grande?

5. Jackie ganó boletos en el juego de bolos del salón de juegos. La primera vez ella ganó 60 boletos. La segunda vez, ella ganó una bonificación la cual fue de 4 veces la cantidad de boletos del segundo premio original. En total ella ganó 200 boletos. ¿De cuántos boletos era el segundo premio original?

Lección 18: Escribir, evaluar y encontrar expresiones equivalentes con números racionales.

Trabajo en clase

Ejercicio 1

El padre de Juan le pidió que comparara entre los diferentes planes de telefonía móvil y que identifique cuál sería el plan menos caro para la familia. Cada empresa de telefonía cobra una tarifa mensual, pero esta no cubre ningún servicio: líneas telefónicas, mensajes de texto o acceso a internet. Usa la información de la siguiente tabla para responder las siguientes preguntas.

Planes de teléfono celular

Nombre del plan	Tarifa mensual (Incluye 1,500 minutos compartidos)	Precio por línea telefónica x	Precio por línea para mensajes de texto ilimitados y	Precio por línea para acceso a internet z
Empresa A	$\$70$	$\$20$	$\$15$	$\$15$
Empresa B	$\$90$	$\$15$	$\$10$	$\$20$
Empresa C	$\$200$	$\$10$	tarifa mensual incluida	tarifa mensual incluida

Es posible que no todos los miembros de la familia quieran el mismo plan; por ende, x representará el número de líneas telefónicas, y representará el número de líneas telefónicas con mensajes de texto ilimitados, y z representará el número de líneas telefónicas con acceso a internet.

Expresión

Compañía A ____

Compañía B ____

Compañía C ____

En base a las expresiones de arriba, encuentra lo que le costaría a la familia el plan de telefonía móvil de cada compañía, si:

a. Cuatro personas quieren una línea telefónica, cuatro personas quieren mensajes de texto ilimitados y la familia necesita dos líneas de internet.

Empresa A	Empresa B	Empresa C

¿Cuál empresa telefónica debería usar la familia de Juan? ¿Por qué?

b. Cuatro personas quieren una línea telefónica, cuatro personas quieren mensajes de texto ilimitados y las cuatro personas quieren líneas de internet.

Empresa A	Empresa B	Empresa C

¿Cuál empresa telefónica debería usar la familia de Juan? ¿Por qué?

c. Dos personas quieren una línea telefónica, dos personas quieren mensajes de texto ilimitados y la familia necesita dos líneas de internet.

Empresa A	Empresa B	Empresa

¿Cuál empresa telefónica debería usar la familia de Juan? ¿Por qué?

Ejercicio 2

Tres amigos fueron al cine. Cada uno compró unas palomitas de maíz de tamaño mediano por p dólares y una bebida pequeña por s dólares.

a. Escribe la expresión que represente la cantidad total de dinero (en dólares) que los tres amigos gastaron en la dulcería.

b. Si la dulcería cobra $\$6.50$ por unas palomitas de maíz de tamaño mediano y $\$4.00$ por un refresco pequeño, ¿cuánto gastaron los tres amigos en sus refrigerios en conjunto?

Ejercicio 3

Completa la siguiente tabla escribiendo expresiones que sean equivalentes a la expresión dada y evalúa cada expresión con los valores dados.

Expresiones equivalentes			
EJEMPLO: Evalúa $x = 2,$ $y = -1$	$4(x + 2y)$ $4\big(2 + 2(-1)\big)$ $4(0)$ 0	$4x + 8y$ $4(2) + 8(-1)$ $8 + (-8)$ 0	$4x + 4y + 4y$ $4(2) + 4(-1) + 4(-1)$ $8 + (-4) + (-4)$ 0
1. Evalúa $y = 1$	$5(3 - 4y)$		
2. Evalúa $x = 5,$ $y = -2$	$-3x + 12y$		

3. Evalúa $x = -\frac{1}{2}$, $y = 1$			$-2x + 10x - 6y$

Resumen de la lección

- Una expresión es un número o una letra que puede ser elevado a un exponente numérico entero. Una expresión puede ser un producto cuyos factores serán cualquiera de las entidades descritas arriba. Una expresión también puede ser la suma o diferencia de los productos descritos anteriormente.
- Para evaluar una expresión, se reemplaza cada variable con su valor numérico correspondiente. Usando un orden de operaciones, la expresión se puede escribir como un solo valor numérico.
- Cuando los números sustituyen todas las letras en una expresión y los resultados son los mismos, entonces las expresiones son equivalentes.

Grupo de problemas

1. A Sally le pagan una cantidad fija de dinero para pasear el perro de su vecino cada día después de escuela. Cuando le pagan cada mes, ella aparta $\$20$ para gastar y ahorra el resto. Escribe una expresión que represente la cantidad que Sally ahorrará en 6 meses si gana m dólares cada mes. Si a Sally le pagan $\$65$ cada mes, ¿cuánto ahorrará en 6 meses?

2. Un equipo de fútbol anotó 3 touchdowns, 3 puntos extra, y 4 goles de campo.
   a. Escribe una expresión para representar los puntos totales que el equipo de fútbol anotó.
   b. Escribe otra expresión que es equivalente a la escrita arriba.
   c. Si cada touchdown vale 6 puntos, cada punto extra 1 punto y cada gol de campo 3 puntos, ¿cuántos puntos en total anotó el equipo?

3. Escribe otras tres expresiones que sean equivalentes a $8x - 12$.

4. La ganancia se define como los ingresos menos los gastos (ingresos $-$ gastos) En el festival local de globos aerostáticos, el camión de helados de Ma & Pops vende paletas de helado, que les cuestan $\$0.75$ cada una, pero que las venden por $2 cada una. También le pagaron $\$50$ a los organizadores del festival por un permiso de venta. La siguiente tabla muestra los ingresos, gastos y ganancias cuando se vendieron 50,75 y 100 paletas de helado en el festival.

Total de paletas vendidas	Ingresos	Gastos	Ganancia
50	$50(2) = 100$	$50(0.75) + 50$ $37.5 + 50 = 87.5$	$100 - 87.5 = 12.50$
75	$75(2) = 150$	$75(0.75) + 50$ $56.25 + 50 = 106.25$	$150 - 106.25 = 43.75$
100	$100(2) = 200$	$100(0.75) + 50$ $75 + 50 = 125$	$200 - 125 = 75$

a. Escribe una expresión que represente la ganancia (en dólares) que Ma & Pops ganaron al vender paletas de helado en el festival.

b. Escribe una expresión equivalente.

c. ¿Cuánta ganancia hizo el camión de helados de Ma & Pops si vendió 20 paletas heladas? ¿Qué significa esto? Explica por qué sería el caso.

d. ¿Cuánta ganancia hizo el camión de helados de Ma & Pops si vendió 75 paletas heladas? ¿Qué significa esto? Explica por qué sería el caso.

Lección 19: Escribir, evaluar y encontrar expresiones equivalentes con números racionales

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Repaso de tres en raya

Llena los espacios 9 con una expresión de la siguiente lista. Pon una expresión por espacio. Usarás 9 de las expresiones:

$12 - 4x$

$8x + 4 - 12x$

$8\left(\frac{1}{2}x - 2\right)$

$12 - 6x + 2x$

$-4x + 4$

$x - 2 + 2x - 4$

$4x - 12$

$4(x - 4)$

$3(x - 2)$

$0.1(40x) - \frac{1}{2}(24)$

Ejemplo 2

Precio original 100%	Descuento (20%Menos)	Nuevo precio (paga 80%)	Expresión
100			
50			
28			
14.50			
x			

Ejemplo 3

A un artículo cuyo precio original es de x dólares se le descuenta 33%.

a. Escribe una expresión que represente el monto del descuento.

b. Escribe dos expresiones equivalentes que representen el nuevo precio descontado.

c. Usa una de sus expresiones para calcular el nuevo precio descontado, si el precio original fue de $\$56$.

d. ¿Cómo cambiarías las expresiones que escribiste para las partes (a) y (b) si el precio del artículo tuviera un incremento de 33%, en vez de una reducción de 33%?

Ejemplo 4

Precio original (100%)	20% de descuento	Cantidad de pago (paga 80%)	Expresión	Nuevo precio	Impuesto sobre el valor (8%)	Costo total	Expresión
100	20	80	$100 - 100(0.20) = 100(0.80)$				
50	10	40	$50 - 50(0.20) = 50(0.80)$				
28	5.60	22.40	$28 - 28(0.20) = 28(0.80)$				
14.50	2.90	11.60	$14.50 - 14.50(0.20)$ or $14.50(0.80)$				
x	$0.20x$	$x - 0.20x$	$x - 0.20x$ or $0.80x$				

Resumen de la lección

- Dos expresiones son equivalentes si dan el mismo número cada vez que, en cada expresión, una letra es sustituida por un número.
- La expresión, que nos permite encontrar el costo de un artículo después de que se aplicó el descuento y de que se agregó el impuesto sobre el valor, se escribe para representar el precio de descuento agregado al precio de descuento multiplicado por la tasa del impuesto sobre el valor.

Grupo de problemas

Resuelve los siguientes problemas. Redondea al centavo más cercano, si es necesario

1. Una familia de 12 fue al restaurante italiano local para la cena. Cada miembro de la familia ordenó una bebida y un platillo, 3 ordeno un aperitivo y 6 personas pidieron pastel para el postre.
   a. Escribe una expresión que podría usarse para determinar en cuánto salió la cuenta. Incluye la definición de las variables que usó el mesero.
   b. La mesera escribió en su libreta la siguiente expresión: $3(4d + 4m + a + 2c)$. ¿Está en lo correcto? Explica por qué sí o por qué no.
   c. ¿Cuál es el costo de la cuenta si una bebida cuesta $3, un platillo cuesta $20, una entrada cuesta $5.50 y una rebanada de pastel cuesta $3.75?
   d. Supongamos que la familia tuvo un cupón de descuento de 10% sobre toda la cuenta y además dejó una propina de 18%. ¿Cuál es el total?

2. Sally diseña páginas web para sus clientes. Cobra $135.50 por página web; sin embargo, debe pagar una cuota mensual de alquiler de $650 por su oficina. Escribe una expresión para determinar su salario neto después de gastos. Si Sally diseñó 5 páginas web el mes pasado, ¿cuál fue su sueldo neto después de gastos?

3. Mientras estaban de compras, Megan y su amiga Rylie encontraron un par de botas en oferta con un descuento del 25% sobre el precio original. Megan calcula el costo final de las botas deduciendo primero el 25% y luego sumando el impuesto de 6% . Rylie piensa que Megan pagaría menos si paga primero 6% del impuesto sobre el valor y luego le aplica 25% de descuento.
   a. Escribe una expresión que represente el escenario de cada chica, si el precio original de las botas es de x dólares.
   b. Evalúa cada expresión si las botas costaban inicialmente $200.
   c. ¿Quién está en lo correcto? Explica cómo lo sabes.
   d. Explica cómo las dos expresiones de las chicas son equivalentes.

Lección 20: Inversiones—efectuar operaciones con números racionales

Trabajo en clase

Ejercicio de representación matemática: Inversiones universitarias

Justin y Adriana depositaron $\$20{,}000$ en una cuenta de inversión durante 5 años. Ellos esperaban que el dinero invertido y el dinero ganado en su inversión llegaría al menos a $\$30{,}000$ para ayudar a pagar la colegiatura y gastos universitarios de su hija. La cuenta que escogieron tiene varios beneficios y cuotas asociadas. Cada 6 meses, se envía un resumen del estado de cuenta a Justin y Adriana. El estado de cuenta incluye la cantidad de dinero que ganaron o perdieron. Abajo hay estados de cuenta semestrales (dos veces al año) de un periodo de 5 años. Además de los estados de cuenta, la siguiente información es necesaria para completar la tarea:

- Hay una cuota de administración de $\$15$ por cada estado de cuenta para cubrir costos como el trabajo secretarial, suministros de oficina y correos.
- Si se hacen retiros, se retiran de la cuenta los honorarios del agente. Los honorarios del agente son el 2% del monto de la transacción.

TAREA: Con la información anterior, los estados de cuenta semestrales, el registro y el saldo inicial, haz lo siguiente:

1. Registra el saldo inicial y todas las transacciones de los estados de cuenta en el registro.
2. Determina la ganancia o pérdida anual, así como la ganancia o pérdida total de los 5 años.
3. Determina si hay suficiente dinero en la cuenta después de 5 años para cubrir $\$30.000$ de gastos universitarios de la hija de Justin y Adriana. Escribe un resumen para respaldar tu respuesta. Asegúrate de indicar cuánto dinero hay en exceso o si existe un déficit.
4. Responde las preguntas relacionadas que siguen.

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de enero de 2008 a 30 de junio de 2008

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 700.00

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de julio de 2008 a 31 de diciembre de 2008

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 754.38

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de enero de 2009 a 30 de junio de 2009

Ganancias en inversión/(Pérdidas): (49.88)

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de julio de 2009 a 31 de diciembre de 2009

Retiro: 500.00

Ganancias en inversión/(Pérdidas): (17.41)

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de enero de 2010 a 30 de junio de 2010

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 676.93

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de julio de 2010 a 31 de diciembre de 2010

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 759.45

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de enero de 2011 a 30 de junio de 2011

Depósito: 1500.00

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 880.09

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de julio de 2011 a 31 de diciembre de 2011

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 922.99

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de enero de 2012 a 30 de junio de 2012

Depósito: 800.00

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 942.33

Declaración Semestral del Fondo de Inversión Universitaria

1 de julio de 2012 a 31 de diciembre de 2012

Ganancias en inversión/(Pérdidas): 909.71

5. Registro

FECHA	DESCRIPCIÓN DE LA TRANSACCIÓN	RETIRO:	DEPÓSITO	SALDO	EXPRESIÓN
	Saldo inicial	---	---	$20000.00	$20000.00
Ene. - Jun.: 2008					
Jul. - Dic.: 2008					
Ene. - Jun.: 2009					
Jul. - Dic.: 2009					
Ene. - Jun.: 2010					
Jul. - Dic.: 2010					
Ene. - Jun.: 2011					
Jul. - Dic.: 2011					
Ene. - Jun.: 2012					
Jul. - Dic.: 2012					

6. Resumen anual de ganancia/pérdida

Año	Ganancia/(Pérdida) total	Expresión numérica:
2008		
2009		
2010		
2011		
2012		
Ganancia/Pérdida durante 5 años		

7. Resumen

8. Preguntas relacionadas

   a. Durante la primera mitad de 2009 hubo una ganancia de $\$700$ con una inversión inicial de $\$20,000$. Representen la ganancia como un porcentaje de la inversión inicial.

   b. Basándote en las ganancias y pérdidas en su inversión durante este período de 5 años, ¿durante qué período de tiempo su inversión no tuvo ganancias? ¿Cómo lo sabes? ¿Qué factores pueden contribuir a esto?

   c. En la clase de matemáticas, Jaheim y Frank estaban trabajando para calcular el monto total de la inversión después de 5 años. En el paso final, Jaheim restó $\$150$ por cuotas administrativas del saldo al que llegó después de sumar todos los depósitos y de restar el retiro y los honorarios del agente. En cada estado de cuenta semestral, Frank restó $\$15$ del saldo de la cuenta por cuotas administrativas. Los dos muchachos llegaron al mismo saldo al final de los 5 años. ¿Cómo es esto posible? Explica.

   d. Con base en los estados de cuenta anteriores de su cuenta de inversión, predice qué actividad esperarían ver en el estado de cuenta de Justin y Adriana para Ene - Jun 2013. Luego, regístralo en el registro para llegar al saldo a partir del 30 de junio de 2013.

   e. Usando la respuesta de la parte (d), si la factura universitaria de su hija vence en septiembre de 2013, ¿cuánto dinero estimas que habrá en su cuenta de inversión a finales de agosto de 2013, antes de que se pague la factura universitaria? Fundamenta tu respuesta.

Ejercicio

A continuación se muestra un registro de transacciones de una cuenta de entretenimiento empresarial. Las transacciones se han completado y el saldo final de la cuenta es $\$525.55$. Determina el saldo inicial.

FECHA	DESCRIPCIÓN DE LA TRANSACCIÓN	PAGO	DEPÓSITO	SALDO
	Saldo inicial	---	---	
12/1/10	Bargain Electronic (i-Pod)	199.99		
12/5/10	Lenny's Drive-Up (certificado de regalo)	75.00		
12/7/10	Cheque del cliente: Reynolds		200.00	
12/15/10	Pasta House (cena)	285.00		
12/20/10	Reembolso de Clear's Play House		150.00	
12/22/10	Gaffney's Tree Nursery	65.48		525.55

Resumen de la lección

- Los cálculos con números racionales se usan para registrar las transacciones de inversión.
- Los depósitos se suman a un saldo de cuenta; el dinero se deposita en la cuenta.
- Las ganancias se suman al saldo de una cuenta; son los retornos positivos en la inversión.
- Los retiros se restan del saldo de una cuenta; el dinero se saca de la cuenta.
- Las pérdidas se restan del saldo de una cuenta; son los retornos negativos en la inversión.
- Las comisiones se restan del saldo de una cuenta; el banco o compañía financiera está cobrando por un servicio.

Grupo de problemas

1. Estás planeando una recaudación de fondos para tu consejo de estudiantes. La recaudación de fondos es un baile de luces de neón. Resuelve cada entrada a continuación y completa el registro de transacciones para determinar el saldo final de la cuenta del estudiante.

   a. El costo de admisión al baile es de $\$7$ por persona y se vendieron todos los boletos el 1.° de noviembre. Escribe una expresión para representar la cantidad de dinero que se reunió con las entradas. Evalúa la expresión si 250 personas asistieran al baile.

   b. Los siguientes gastos fueron necesarios para el baile, y los cheques se entregaron a cada empresa.

   - DJ para el baile: *Music Madness DJ* costó $\$200$ y se pagó el 3 de noviembre.
   - Varitas luminosas de *Glow World, Inc*. para los primeros 100 asistentes. El costo de las barras luminosas fue $\$0.75$ cada una, más 8% de impuestos, y se compraron el 4 de noviembre.

   Completa el registro de transacciones a continuación en base a esta información

FECHA	DESCRIPCIÓN DE LA TRANSACCIÓN	PAGO	DEPÓSITO	SALDO
	Saldo inicial	---	---	1243.56

   c. Escribe una expresión numérica para determinar el costo de las varitas luminosas.

Analiza los resultados.

   d. Escribe una expresión algebraica para representar las ganancias obtenidas de la recaudación de fondos. (Las ganancias son la cantidad de dinero recaudado por las entradas menos todos los gastos).

   e. Evalúa la expresión para determinar la ganancia si 250 personas asistieron al baile. Usa la variable p para representar el número de personas que asisten al baile (de la parte (a)).

   f. Utilizando el registro de transacciones anterior, ¿cuál fue la cantidad de las ganancias obtenidas?

2. El registro a continuación muestra una serie de transacciones realizadas en una cuenta de inversión. Vinnie y Anthony completaron el registro con la esperanza de encontrar el saldo inicial. Como puedes ver, no obtuvieron la misma respuesta. ¿Quién está en lo correcto? ¿Qué error cometió la otra persona? ¿Cuál fue la ganancia o pérdida mensual?

Registro original

FECHA	DESCRIPCIÓN DE LA TRANSACCIÓN	PAGO	DEPÓSITO	SALDO
	Saldo inicial	---	---	
3/1/11	Comisión del agente	250.00		
3/10/11	Retiro del préstamo	895.22		
3/15/11	Reembolso - Misceláneo Pie		50.00	
3/31/11	Resultados de la inversión		2012.22	18917.00

Trabajo de Vinnie

FECHA	DESCRIPCIÓN DE LA TRANSACCIÓN	PAGO	DEPÓSITO	SALDO
	Saldo inicial	---	---	18000.00
3/1/11	Comisión del agente	250.00		17750.00
3/10/11	Retiro del préstamo	895.22		16854.78
3/15/11	Reembolso - Misceláneo Pie		50.00	16904.78
3/31/11	Resultados de la inversión		2012.22	18917.00

Trabajo de Anthony

FECHA	DESCRIPCIÓN DE LA TRANSACCIÓN	PAGO	DEPÓSITO	SALDO
	Saldo inicial	---	---	19834.00
3/1/11	Comisión del agente	250.00		20084.00
3/10/11	Retiro del préstamo	895.22		20979.22
3/15/11	Reembolso - Misceláneo Pie		50.00	20929.22
3/31/11	Resultados de la inversión		2012.22	18917.00

Lección 21: Movimientos de Si-Entonces con tarjetas de números enteros

Trabajo en clase

Desafío de exploratorio: Repaso del juego de enteros

Investiguemos qué sucede si se agrega o elimina una tarjeta de una mano de enteros.

Mis tarjetas:

Mi puntuación:

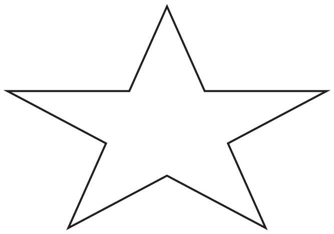
Evento 1

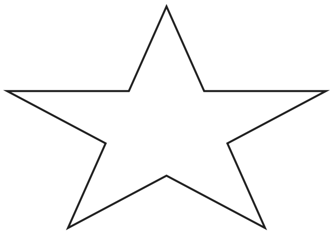
Mi nueva puntuación:

Conclusión:

Evento 2

Mi nueva puntuación:

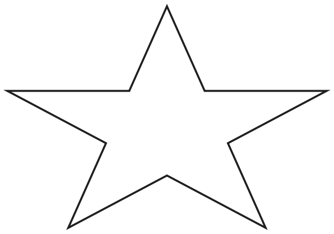




Conclusión:

Evento 3

Mi nueva puntuación:



Expresión:

Conclusión:

Evento 4

Expresión:

Conclusión:

Ejercicios

1. La siguiente tabla muestra dos manos del Juego de enteros y una serie de cambios que ocurrieron a cada mano. Parte de la tabla se ha completado como ejemplo. Completa el resto de la tabla y después resume los resultados.

	Mano 1	Resultado	Mano 2	Resultado
Original	$1 + (-4) + 2$		$0 + 5 + (-6)$	
Suma 4	$1 + (-4) + 2 + 4$			
Resta 1	$1 + (-4) + 2 + 4 - 1$			
Multiplica por 3				
Divide entre 2				

2. Completa la tabla que se encuentra a continuación usando la propiedad de multiplicación de la igualdad.

	Expresión original y resultado	Expresión equivalente y resultado
	$3 + (-5) =$	
Multiplica ambas expresiones por -3		
Escribe una conclusión usando si-entonces		

Resumen de la lección

- Si un enunciado numérico es cierto y se suma el mismo número en ambos extremos de la ecuación, entonces el enunciado numérico resultante es cierto. (propiedad de igualdad de la suma)
- Si un enunciado numérico es cierto y el mismo número se sustrae de ambos extremos de la ecuación, entonces el enunciado numérico resultante es cierto (propiedad de igualdad de la sustracción)
- Si un enunciado numérico es cierto y ambos extremos de la ecuación se multiplican por el mismo número, entonces el enunciado numérico es cierto. (propiedad de igualdad de la multiplicación)
- Si un enunciado numérico es cierto y ambos extremos de la ecuación se dividen entre el mismo número diferente de cero, entonces el enunciado numérico resultante es cierto. (propiedad de igualdad de la división)

Grupo de problemas

1. Evalúa las siguientes expresiones numéricas.

   a. $2 + (-3) + 7$

   b. $-4 - 1$

   c. $-\frac{5}{2}\times 2$

   d. $-10 \div 2 + 3$

   e. $\left(\frac{1}{2}\right)(8) + 2$

   f. $3 + (-4) - 1$

2. ¿Qué expresiones del Ejercicio 1 son iguales?

3. Si dos de las expresiones equivalentes del Ejercicio 1 se dividen entre 3, escribe un enunciado si-entonces usando las propiedades de igualdad.

4. Escribe un enunciado si-entonces si -3 se multiplica por la siguiente ecuación: $-1 - 3 = -4$.

5. Simplifica la expresión. $5 + 6 - 5 + 4 + 7 - 3 + 6 - 3$

   Usando la expresión, escribe una ecuación.

   Reescribe la ecuación si 5 se suma a ambas expresiones.

   Escribe un enunciado si-entonces usando las propiedades de igualdad.

Lección 22: Resolver ecuaciones usando álgebra

Trabajo en clase

En esta lección, harás la transición de la resolución de ecuaciones utilizando diagramas de cinta a la resolución de ecuaciones algebraicamente al *hacer cero* (utilizando el inverso aditivo) y *hacer uno* (utilizando el inverso multiplicativo). Justifica tu trabajo al identificar qué propiedad algebraica usaste para cada paso en la solución de los problemas. Explica tu trabajo al escribir cómo resolviste las ecuaciones paso a paso, y relacionar cada paso a los utilizados con un diagrama de cinta.

Ejemplo 1: El nuevo perrito de Yoshiro

Yoshiro tiene un nuevo perrito. Ella decide diseñar una jaula para su perrito en su patio. La jaula está en la forma de un hexágono (polígono de seis lados) con un par de lados opuestos con la misma longitud, y está a lo largo de dos maceteros paralelos. Hay dos límites en un extremo de los maceteros, que miden 10 ft y 12 ft, respectivamente, y en el otro extremo, los dos límites miden 15 ft y 20 ft, respectivamente. Si el perímetro de la jaula mide 137 ft, ¿cuál es la longitud de cada lado que corre a lo largo de los maceteros?

Ejemplo 2: Práctica de natación

Jenny está en el equipo de natación local durante el verano, y tiene práctica de natación cuatro días por semana. El horario es el mismo cada día. El equipo nada en la mañana y luego nuevamente 2 horas por la tarde. Si nada 12 horas por semana, ¿cuánto tiempo nada cada mañana?

Ejercicios

Resuelve cada ecuación algebraicamente usando si-entonces para justificar cada paso.

1. $5x + 4 = 19$

2. $15x + 14 = 19$

3. La mamá de Clara encontró un monitor de computadora grande a muy buen precio. Pagó $325 por un monitor que solo costaba $65 más que la mitad del precio original. ¿Cuál era el precio original?

4. $2(x+4)=18$

5. La familia de Ben fue de vacaciones después de que su padre llegó a casa del trabajo el viernes. Todo el viaje fue de 600 mi. Papá estaba muy cansado después de trabajar un día largo, y decidimos parar y pasar la noche en un hotel después de conducir 4 horas. A la mañana siguiente, papá condujo el resto del viaje. Si la velocidad promedio del coche fue de 60 millas por hora, ¿cuánto tiempo quedaba por conducir en la segunda parte del viaje? Recuerda: Distancia = velocidad multiplicada por el tiempo.

Resumen de la lección

Trabajamos hacia atrás para resolver una ecuación algebraica. Por ejemplo, para encontrar el valor de la variable en el ecuación $6x - 8 = 40$:

1. Usa la propiedad de igualdad de la suma para sumar el opuesto de -8 a cada lado de la ecuación para llegar a $6x - 8 + 8 = 40 + 8$.
2. Usa la propiedad de inverso aditivo para demostrar que $-8 + 8 = 0$; entonces, $6x + 0 = 48$.
3. Usa la propiedad de identidad aditiva para llegar a $6x = 48$.
4. Luego usa la propiedad de igualdad de la multiplicación para multiplicar ambos lados de la ecuación por $\frac{1}{6}$ para obtener $\left(\frac{1}{6}\right)6x = \left(\frac{1}{6}\right)48$.
5. Luego usa la propiedad del inverso multiplicativo para demostrar que $\frac{1}{6}(6) = 1$; entonces, $1x = 8$.
6. Usa la propiedad de identidad multiplicativa para llegar a $x = 8$.

Grupo de problemas

Para cada problema a continuación, explica los pasos para encontrar el valor de la variable. A continuación, encuentra el valor de la variable, mostrando cada paso. Escribe declaraciones si-entonces para justificar cada paso en la solución de la ecuación.

1. $7(m + 5) = 21$
2. $-2v + 9 = 25$
3. $\frac{1}{3}y - 18 = 2$
4. $6 - 8p = 38$
5. $15 = 5k - 13$

Lección 23: Resolver ecuaciones usando álgebra

Trabajo en clase

Ejercicios

1. Viaje de grupo juvenil

   El grupo juvenil va a viajar a un parque de atracciones en otra parte del estado. El viaje le cuesta a cada miembro del grupo $\$150$, lo que incluye $\$85$ por el hotel y dos pases para plan combinado de entrada y comida para un día.

   a. Escribe una ecuación que represente el costo del viaje. Sea P el costo del pase para el parque.

   b. Resuelve la ecuación de forma algebraica para encontrar el costo del pase para el parque. Luego, escribe el motivo que justifica cada paso usando afirmaciones si-entonces

   c. Representa el problema usando un diagrama de cinta para comprobar tu trabajo.

Supongamos que deseas comprar tu barra de helado favorita mientras estás en el parque de atracciones, y que cuesta $\$2.89$. Si compras la barra de helado y 3 botellas de agua, pagas con un billete de$\$10$, y no recibes cambio, entonces ¿cuánto costó cada botella de agua?

d. Escribe una ecuación para representar esta situación.

e. Resuelve el problema para determinar el costo de una botella de agua. Luego, escribe el motivo que justifica cada paso usando afirmaciones si-entonces

f. Representa el problema usando un diagrama de cinta para comprobar tu trabajo.

2. Mesada semanal

   Charlotte recibe una mesada semanal de sus padres. Ella gasta la mitad de la mesada de esta semana en las películas, pero ganó una cantidad adicional de $\$4$ por efectuar tareas adicionales. Si ella no gastó ningún dinero adicional y finalizó la semana con $\$12$, ¿cuál es la mesada semanal de Charlotte?

   a. Escribe una ecuación que se pueda usar para encontrar la cantidad original de mesada semanal de Charlotte. Sea A el valor de la mesada semanal original de Charlotte.

   b. Resuelve la ecuación para encontrar la cantidad original de la mesada. Luego, escribe el motivo que justifica cada paso usando afirmaciones si-entonces

   c. Explica su respuesta en el contexto de este problema.

d. El objetivo de Charlotte es ahorrar $\$100$ para su viaje a la playa al final del verano. Usa la cantidad de la mesada semanal que encontraron en la parte (c) para escribir una ecuación para determinar el número de semanas que Charlotte debe trabajar para cumplir su objetivo. Dejemos que w represente el número de semanas.

e. Observando tu respuesta a la parte (d) y basado en la historia anterior, ¿crees que Charlotte tardará muchas semanas en alcanzar su objetivo? ¿Por qué sí o por qué no?

3. Equipo de béisbol de viaje

Allen está muy emocionado de participar en un equipo de béisbol de viaje para la temporada de otoño. Él desea determinar cuánto dinero debería ahorrar para pagar los gastos relacionados con este nuevo equipo. A los jugadores se les pide que paguen los uniformes, gastos de viaje y comidas.

a. Si Allen compra 4 camisas de uniforme a la vez, él obtiene un $\$10.00$ descuento de modo que el costo total de 4camisas sería $\$44$. Escribe una ecuación algebraica que represente el precio regular de una camisa. Resuelve la ecuación. Escribe el motivo que justifica cada paso usando las afirmaciones si-entonces.

b. ¿Cuál es el costo de una camisa sin descuento?

c. ¿Cuál es el costo de una camisa con el descuento?

d. ¿Cuánto más pagas por camisa si las compras una a la vez (en lugar de comprarlas por volumen)?

Al equipo de Allen también se le pidió comprar dos pares de pantalones para el uniforme y dos gorras de béisbol, que hacen un total de $\$68$. Un par de pantalones cuesta $\$12$ más que una gorra de béisbol.

e. Escribe una ecuación que represente esta situación. Sea c el costo de una gorra de béisbol.

f. Resuelve la ecuación en forma algebraica para encontrar el costo de una gorra de béisbol. Escribe el motivo que justifica cada paso usando afirmaciones si-entonces.

g. Representa el problema usando un diagrama de cinta para comprobar tu trabajo de la parte (f).

h. ¿Cuál es el costo de una gorra?

i. ¿Cuál es el costo de un par de pantalones?

Resumen de la lección

Las ecuaciones son útiles para representar y resolver problemas del mundo real. Los pasos tomados para resolver una ecuación algebraica son los mismos pasos usados en una solución aritmética.

Grupo de problemas

Para los ejercicios 1-4, resuelve cada ecuación de forma algebraica usando afirmaciones si-entonces para justificar tus pasos.

1. $\frac{2}{3}x - 4 = 20$

2. $4 = \frac{-1+x}{2}$

3. $12(x + 9) = -108$

4. $5x + 14 = -7$

Para los ejercicios 5-7, escribe una ecuación para representar cada problema escrito. Resuelve la ecuación mostrando los pasos, y luego señala el valor de la variable en el contexto de la situación.

5. Un plomero tiene una pieza larga de tubo que se usa para hacer circular agua de la ciudad paralela a una carretera principal. El tubo está cortado en dos secciones. Una sección del tubo es 12ft. más corta que la otra. Si $\frac{3}{4}$ de la longitud del tubo más corto es 120 ft, ¿qué longitud tiene la pieza más larga del tubo?

6. La factura mensual de teléfono de Bob está compuesta de una tarifa de $\$10$ más $\$0.05$ por minuto. La factura telefónica de Bob para julio fue de $\$22$. Escribe una ecuación para representar la situación usando m para representar el número de minutos. Resuelve la ecuación para determinar el número de minutos por teléfono que Bob usó en julio.

7. Kym cambió de plan de teléfono celular. Ella se inscribió en un nuevo plan que le permitirá ahorrar $\$3.50$ por mes comparado con su antiguo plan de teléfono celular. El costo del nuevo plan de teléfono durante todo el año es $\$294$. ¿Cuánto pagó Kim por mes bajo su antiguo plan de teléfono?

Paquete de recortables

Las cartas de números enteros

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

−1	−2	−3	−4
−5	−6	−7	−8
−9	−10	−11	−12

0	0