Una historia de proporciones®

Eureka Math™

7.º grado Módulo 1

Archivo del estudiante_A

Cuaderno de trabajo del estudiante

Este archivo contiene:

- G7-M1 Trabajo en clase
- G7-M1 Grupos de problemas

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Impreso en EE. UU.
Este libro puede comprarse directamente en la editorial en eureka-math.org
10 9 8 7 6 5 4 3 2

G7-M1-SFA-1.1.0-07.2017

Lección 1: Una experiencia en relaciones como tasa de medición

Trabajo en clase

Ejemplo 1: ¿Qué tan rápida es nuestra clase?

Registra los resultados del ejercicio de pasar los papeles en la siguiente tabla.

Términos clave del 6.º grado, relaciones y tasas unitarias

Una *relación* es un par ordenado de números donde ninguno es cero. Una relación se denota $A : B$ para indicar el orden de los números: el número A es primero, y el número B es segundo.

Dos relaciones, $A : B$ y $C : D$, son *relaciones equivalentes* si hay un número c que no es cero de tal manera que $C = cA$ y $D = cB$. Por ejemplo, dos proporciones son equivalentes si las dos tienen valores que son iguales.

Una relación entre dos tipos de cantidades, como 5 millas por 2 hora, se puede describir como la *tasa* (es decir, la cantidad de 2.5 millas por hora).

La parte numérica de la tasa se denomina *tasa unitaria* y es simplemente el valor de la relación, en este caso 2.5. Esto significa que en 1 hora el carro viaja 2.5 millas. La *unidad* de la tasa es millas/hora, leído como millas por hora.

Prueba	Número de papeles repartidos	Tiempo (en segundos)	Relación del número de papeles repartidos al tiempo	Tasa	Tasa unitaria
1					
2					
3					
4					

Ejemplo 2: Nuestra clase por género

	Número de niños	Número de niñas	Relación de niños a niñas
Clase 1			
Clase 2			
Todo el 7.º grado			

Haz un par de relaciones equivalentes al hacer una comparación de cantidades discutidas en este ejemplo.

Ejercicio 1: ¿Cuál es la mejor compra?

Value-Mart está anunciando una venta de regreso a clases en lápices. Un paquete de 30 cuesta $\$7.97$, mientras que un paquete de 12 de la misma marca cuesta $\$4.77$. ¿Cuál es la mejor compra? ¿Cómo lo sabes?

Resumen de la lección

La tasa unitaria con frecuencia es un medio útil para comparar las relaciones y sus tasas asociadas cuando se miden en diferentes unidades. La tasa unitaria nos permite comparar diferentes tamaños de cantidades al examinar el número de unidades de una cantidad por una unidad de la segunda cantidad. Este valor de la relación es la tasa unitaria.

Problemario

1. Encuentra cada tasa y tasa unitaria.
   a. 420 millas en 7 horas
   b. 360 clientes en 30 días
   c. 40 metros en 16 segundos
   d. $\$7.96$ por 5 libras

2. Escribe tres relaciones que son equivalentes a la que se muestra: La relación de estudiantes diestros a estudiantes zurdos es $18{:}\,4$.

3. El Sr. Rowley tiene que devolver 16 tareas y 14 boletos de salida. La Sra. Rivera tiene que devolver 64 tareas y 60 boletos de salida. Para cada maestro, escribe una relación que represente el número de tareas al número de boletos de salida que tienen que devolver. ¿Las relaciones son equivalentes? Explica.

4. Los padres de Jonathan le dijeron que por cada 5 horas de tarea o lectura que complete, podrá jugar 3 horas de videojuegos. Los padres de su amigo Lucas le dijeron que podía jugar 30 minutos por cada hora de tarea o lectura que complete. Si ambos chicos pasan la misma cantidad de tiempo haciendo tarea y leyendo esta semana, ¿cuál de los dos tendrá más tiempo para jugar videojuegos? ¿Cómo lo sabes?

5. De las 30 chicas que intentaron entrar al equipo de lacrosse de la Escuela Intermedia Euclides, 12 fueron seleccionadas. De los 40 chicos que intentaron entrar, 16 fueron seleccionados. ¿Son iguales las relaciones del número de estudiantes en el equipo al número de estudiantes que intentaron entrar, tanto para los chicos como para las chicas? ¿Cómo lo sabes?

6. Devon está tratando de encontrar el precio unitario en un paquete de 6 bebidas que está en oferta por $\$2.99$. Su hermana dice que, a ese precio, cada bebida costaría poco más de $\$2.00$. ¿Está en lo correcto? ¿Cómo lo sabes? Si no lo está, ¿cómo puede encontrar el precio correcto la hermana de Devon?

7. Cada año, la escuela de Lizzie compra agendas de estudiantes, las cuales venden en la tienda de la escuela. Este año, la escuela compró 350 agendas a un costo de $\$1{,}137.50$. Si la escuela desea obtener una ganancia de $\$1{,}500$ para ayudar a pagar las excursiones y actividades escolares, ¿cuál es la cantidad mínima que pueden cobrar por cada agenda? Explica cómo encontraste tu respuesta.

Lección 2: Relaciones proporcionales

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Pagar por la onza de yogurt

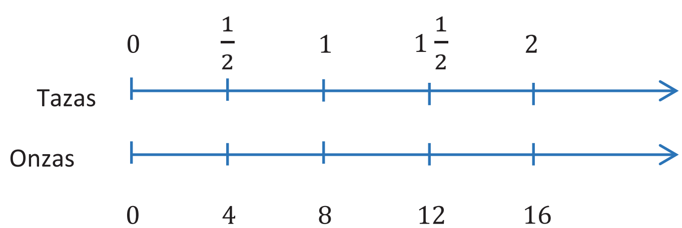
Una nueva tienda de autoservicio de yogur helado abrió este verano para vender su yogur en un precio basado en el peso total del yogur y sus ingredientes en un plato. Cada miembro de la familia de Isabel pesó su plato y esto es lo que encontraron. Determina si el costo es proporcional al peso.

Peso (onzas)	12.5	10	5	8
Costo ($)	5	4	2	3.20

El costo ____ del peso.

Ejemplo 2: Una hoja de trucos de cocina

En la parte posterior de un libro de recetas, un diagrama proporciona conversiones fáciles de usar mientras se cocina.

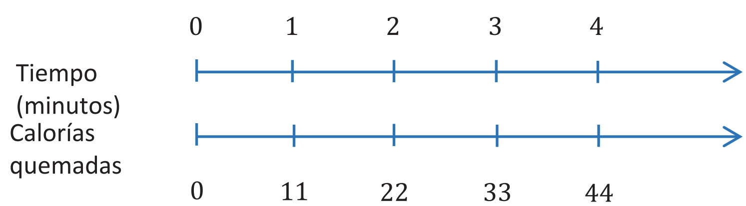


Las onzas ____ de tazas.

Ejercicio 1

Durante la clase de educación física de José de hoy, los estudiantes visitaron las estaciones de actividad. Al lado de cada estación había una gráfica que representa la cantidad de calorías (en promedio) que se queman al completar la actividad.

Calorías quemadas al saltar la cuerda



a. ¿El número de calorías quemadas es proporcional al tiempo? ¿Cómo lo sabes?

b. Si José saltó la cuerda durante 6.5 minutos, ¿cuántas calorías espera quemar?

Ejemplo 3: Trabajo de verano

Alex pasó el verano ayudando en el negocio de su familia. Tenía la esperanza de ganar suficiente dinero para comprar un nuevo sistema de juego de $\$220$ a finales del verano. A mitad del verano, después de trabajar durante 4 semanas, ha ganado $\$112$. Alex se pregunta: “Si continuo trabajando y ganando dinero a este ritmo, ¿tendré suficiente dinero para comprar el sistema de juego al final del verano?”

Para determinar si ganará suficiente dinero, decidió hacer una tabla. Puso su dinero total obtenido al final de la Semana 1 y el total de dinero obtenido al final de la Semana 4.

Semana	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Total ganado		$\$28$			$\$112$				

a. Trabajen con un compañero para resolver la pregunta de Alex.

b. ¿Las ganancias totales de Alex son proporcionales al número de semanas que trabajó? ¿Cómo lo sabes?

Resumen de la lección

Las medidas de un tipo de cantidad son *proporcionales a* las medidas de un segundo tipo de cantidad si hay un número k de modo que para cada medida x de una cantidad del primer tipo, la medida y correspondiente a una cantidad del segundo tipo está dada por kx, es decir, $y = kx$. El número k se llama constante de proporcionalidad.

Una *relación proporcional* es una correspondencia entre dos tipos de cantidades donde las medidas de las cantidades del primer tipo son proporcionales a las medidas de las cantidades del segundo tipo.

Tenga en cuenta que las relaciones proporcionales y relaciones de proporción describen el mismo conjunto de pares ordenados pero en dos formas diferentes. Las relaciones de proporción se utilizan en el contexto de trabajo con relaciones equivalentes, mientras que las relaciones proporcionales se utilizan en el contexto de proporción.

En el ejemplo dado a continuación, la distancia es *proporcional* al tiempo ya que cada medida de la distancia, y, se puede calcular multiplicando cada tiempo correspondiente, t, por el mismo valor, 10. Esta tabla ilustra una *relación proporcional* entre el tiempo, t, y la distancia, y.

Tiempo (h), t	0	1	2	3
Distancia (km), y	0	10	20	30

Grupo de problemas

1. Una mezcla de jugo de arándanos y manzana tiene una proporción de arándano y manzana de 3 a 5.
   a. Completa la tabla para mostrar las diferentes cantidades que son proporcionales.

Cantidad de arándano			
Cantidad de manzana			

   b. ¿Por qué son proporcionales estas cantidades?

2. John está llenando una bañera que tiene 18 pulgadas de profundidad. Se da cuenta de que se tarda dos minutos en llenar la bañera con tres pulgadas de agua. Estima que se necesita 10 minutos más para que el agua llegue a la parte superior de la bañera si continúa al mismo ritmo. ¿Tiene razón? Explique.

Lección 3: Identificar las relaciones proporcionales y no proporcionales en las tablas

Trabajo en clase

Ejemplo

Tus vecinos te han contratado para cuidar a sus hijos el viernes por la noche. Te pagan $8 por hora. Completa la tabla relacionando tu pago con el total de horas que trabajaste.

Horas trabajadas	Pago (en dólares)
1	
2	
3	
4	
$4\frac{1}{2}$	
5	
6	
6.5	

Según la tabla, ¿es proporcional el pago a las horas de trabajo? ¿Cómo lo sabes?

Ejercicios

Para los ejercicios 1-3, determina si y es proporcional a x. Justifica tu respuesta.

1. La siguiente tabla representa la relación de la cantidad de la nevada (en pulgadas) en 5 condados a la cantidad de tiempo (en horas) de una reciente tormenta de invierno.

x Tiempo (h)	y Nevada (pulg.)
2	10
6	12
8	16
2.5	5
7	14

2. La siguiente tabla muestra la relación entre el costo de la renta de una película (en dólares) y el total de días que se renta la película.

x Cantidad de días	y Costo (dólares)
6	2
9	3
24	8
3	1

3. La siguiente tabla muestra la relación entre la cantidad de caramelo comprado (en libras) y el costo total del caramelo (en dólares).

x Cantidad de dulces (libras)	y Costo (dólares)
5	10
4	8
6	12
8	16
10	20

4. Randy está conduciendo de Nueva Jersey a Florida. Cada vez que Randy se detiene por gasolina, registra la distancia que ha recorrido en millas y el total de galones que usó.

   Supón que el total de millas recorridas es proporcional al total de galones de gasolina usados y usa esa información para completar la tabla.

Galones usados	2	4		8	10	12
Millas recorridas	54		189	216		

Resumen de la lección

Un tipo de cantidad es proporcional a una segunda si hay un número constante con el que el producto de cada medida del primer tipo y la constante es igual a la medida correspondiente del segundo tipo.

Pasos para determinar si las cantidades en una tabla son proporcionales:

1. Calcula $\frac{B}{A}$ para cada fila (o columna), en donde A es la medida de la primera cantidad y B es la medida de la segunda cantidad.
2. Si el valor de $\frac{B}{A}$ es el mismo para cada par de números, entonces las cantidades en la tabla son proporcionales.

Grupo de problemas

En cada tabla, determina si y es proporcional a x. Explica por qué sí o por qué no.

1.

x	y
3	12
5	20
2	8
8	32

2.

x	y
3	15
4	17
5	19
6	21

3.

x	y
6	4
9	6
12	8
3	2

4. Kayla hizo algunas observaciones acerca del precio de venta de una nueva marca de café que viene en tres tamaños de bolsa diferentes. Puso sus observaciones en la siguiente tabla:

Onzas de café	6	8	16
Precio en dólares	$2.10	$2.80	$5.60

   a. ¿E s proporcional el precio a la cantidad de café? ¿Por qué sí o por qué no?
   b. Usa esta relación para adivinar el costo de 20 oz. bolsa de café.

5. Vas con tu amigo al cine. El costo de admisión es $9.50 por persona. Haz una tabla que muestre la relación entre el total de personas que van al cine y el costo total de la entrada.

   Explica por qué el costo de admisión es proporcional al total de personas.

6. Por cada 5 páginas que logra leer Gil, su hija logra leer 3 páginas. Supongamos que g representa el total de páginas que Gil lee y d representa el total de páginas que su hija lee. Haz una tabla que muestre la relación entre el total de páginas que Gil lee y el total de páginas que su hija lee.

   ¿Es proporcional el número de páginas que lee la hija de Gil al número de páginas que él lee? Explica por qué sí o por qué no.

7. La tabla muestra una relación entre el total de padres de familia en un hogar y el total de hijos en ese mismo hogar. ¿Es proporcional el número de hijos al número de padres de familia en el hogar? Explica por qué sí o por qué no.

Total de padres de familia	Total de hijos
0	0
1	3
1	5
2	4
2	1

8. La siguiente tabla muestra la relación entre el total de coches vendidos y la cantidad de dinero que ganó el vendedor de coches. ¿El dinero ganado, en dólares, es proporcional al total de coches vendido? Explica por qué sí o por qué no.

Total de coches vendidos	Dinero ganado (en dólares)
1	250
2	600
3	950
4	1,076
5	1,555

9. Haz tu propio ejemplo de la relación entre dos cantidades que NO son proporcionales. Describe la situación y haz un modelo. Explica por qué las cantidades no son proporcionales.

Lección 4: Identificar las relaciones proporcionales y no proporcionales en las tablas

Trabajo en clase

Ejemplo: ¿Qué equipo ganará la carrera?

Has decidido a caminar en una carrera de larga distancia. Hay dos equipos a los que puedes unirte. El Equipo A camina a una velocidad constante de 2.5 millas por hora. El Equipo B camina 4 millas la primera hora y después 2 millas por hora después de eso.

Tarea: Crea una tabla para cada equipo que muestre las distancias que caminarían durante tiempos de 1, 2, 3, 4, 5 y 6 horas. Usando las tablas, responde las siguientes preguntas.

Equipo A	
Tiempo (horas)	Distancia (millas)

Equipo B	
Tiempo (horas)	Distancia (millas)

a. ¿En qué equipo la distancia es proporcional al tiempo? Explica tu razonamiento.

b. Explica cómo sabes que la distancia para el otro equipo no es proporcional al tiempo.

c. ¿A qué distancia de la carrera sería mejor estar en el Equipo B que en el Equipo A? Explica.

d. Si los miembros de cada equipo caminaron durante 10 horas, ¿que tan lejos caminó cada miembro de cada equipo?

e. ¿Habrá siempre un equipo ganador, no importa cuál sea la duración del curso? ¿Por qué sí o por qué no?

f. Si la carrera es de 12 millas, ¿en qué equipo escogerías estar si quisieras ganar? ¿Por qué eliges este equipo?

g. ¿Cuánto más pronto terminarías en ese equipo en comparación con el otro equipo?

Ejercicios

1. Bella teclea a una tasa constante de 42 palabras por minuto. ¿El número de palabras que puede escribir es proporcional al número de minutos que teclea? Haz una tabla para determinar la relación.

Minutos	1	2	3	6	60
Número de palabras					

2. Marcos se mudó recientemente a un nuevo estado. Durante el primer mes, visitó cinco parques estatales. Cada mes después, visitó dos más. Completa la siguiente tabla y utiliza los resultados para determinar si el número de parques visitados es proporcional al número de meses.

Número de Meses	**Número de parques estatales**
1	
2	
3	
	23

3. La siguiente tabla muestra la relación entre la longitud lateral de un cuadrado y el área. Completa la tabla. A continuación, determina si la longitud de los lados es proporcional al área.

Longitud lateral (pulgadas)	**Área (pulgadas cuadradas)**
1	1
2	4
3	
4	
5	
8	
12	

Grupo de problemas

1. Joseph gana $15 por cada césped que corta. ¿La cantidad de dinero que gana es proporcional a la cantidad de césped que corta? Haz una tabla para ayudarte a identificar el tipo de relación.

Cantidad de césped cortado				
Ingreso ($)				

2. Al final del verano, Caitlin ahorró $120 de su trabajo de verano. Este fue su depósito inicial en una nueva cuenta de ahorros en el banco. A medida de que comienza el año escolar, Caitlin depositará otros $5 cada semana desde su asignación. ¿El saldo de su cuenta es proporcional al número de semanas que depósito? Usa la siguiente tabla. Explica tu razonamiento.

Tiempo (semanas)				
Saldo de la cuenta ($)				

3. Lucas y Brianna leyeron tres libros cada uno el mes pasado. La tabla muestra el número de páginas de cada libro y la cantidad de tiempo que se tardaron en leer el libro entero.

Páginas que leyó Lucas	208	156	234
Tiempo (horas)	8	6	9

Páginas que leyó Brianna	168	120	348
Tiempo (horas)	6	4	12

   a. ¿Cuál de las tablas representa una relación proporcional?

   b. Tanto Lucas como Brianna tenían metas específicas de lectura que necesitaban lograr. ¿Qué estrategias diferentes emplea cada persona para alcanzar esas metas?

Lección 5: Identificar relaciones proporcionales y no proporcionales en las gráficas

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Isaías vendió barras de caramelo para ayudar a recaudar dinero para su tropa de exploración. La tabla muestra la cantidad de dulces que vendió en comparación con el dinero que recibió.

x Barras de caramelo vendidas	y Dinero recibido ($)
2	3
4	5
8	9
12	12

¿La cantidad de barras de caramelo vendidas es proporcional al dinero que recibió Isaías? ¿Cómo lo sabes?

____

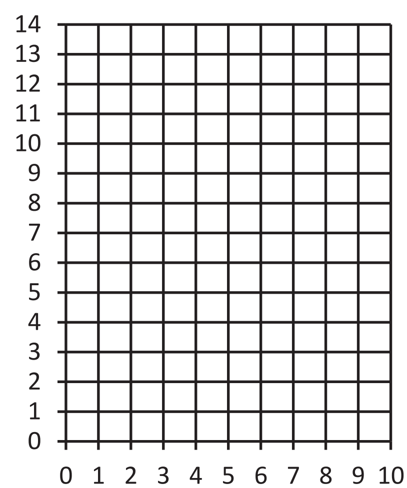
____

Desafío exploratorio/Ejemplos 1 a 3: A partir de una tabla hacia una gráfica

Ejemplo 1

Usa las razones proporcionadas, crea una tabla que muestre que el dinero recibido es proporcional al número de barras de chocolate que se venden. Traza los puntos de tu tabla en el plano.

x Barras de caramelo vendidas	y Dinero recibido ($)
2	3



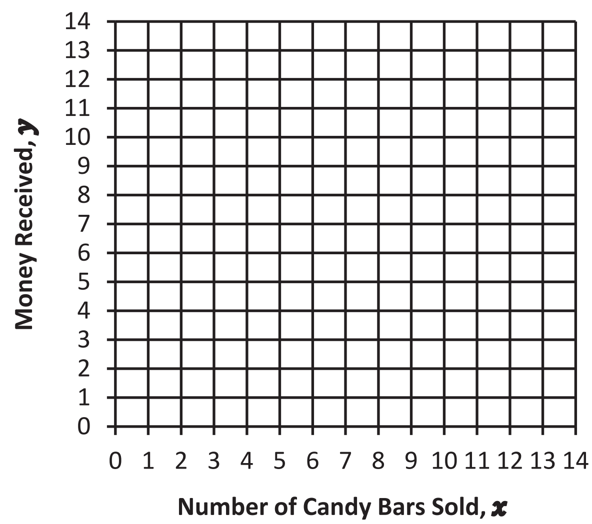
Nota importante:

Características de las gráficas de relaciones proporcionales:

Ejemplo 2

Grafica los puntos del Ejercicio inicial.

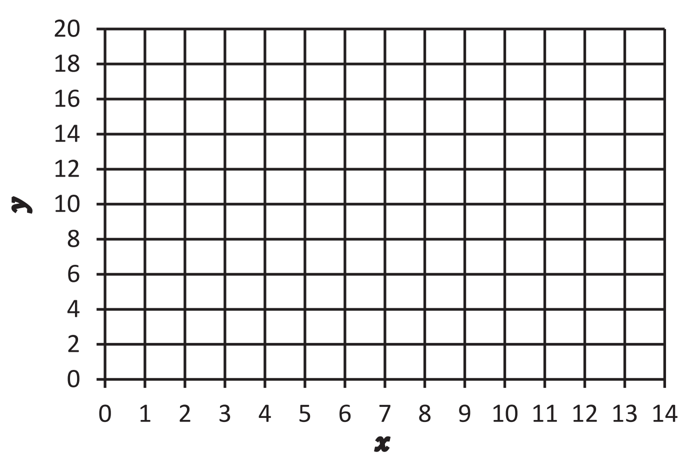
x Barras de caramelo vendidas	y Dinero recibido ($)
2	3
4	5
8	9
12	12



Ejemplo 3

Representa gráficamente los puntos indicados en la tabla a continuación y describe las similitudes y diferencias al comparar la gráfica con la gráfica en el Ejemplo 1.

x	y
0	6
3	9
6	12
9	15
12	18



Similitudes con el Ejemplo 1:

Diferencias con el Ejemplo 1:

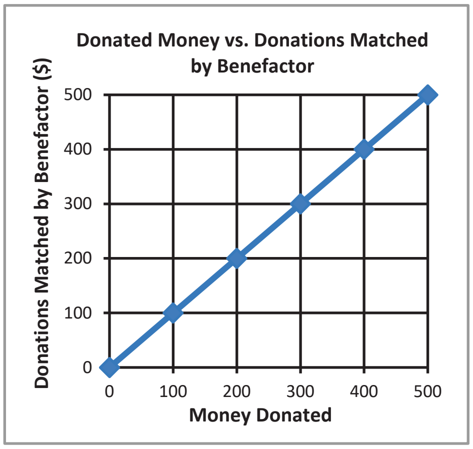
Resumen de la lección

Cuando una relación proporcional entre dos cantidades proporcionales se representa gráficamente en un plano de coordenadas, los puntos aparecen en una línea que pasa por el origen.

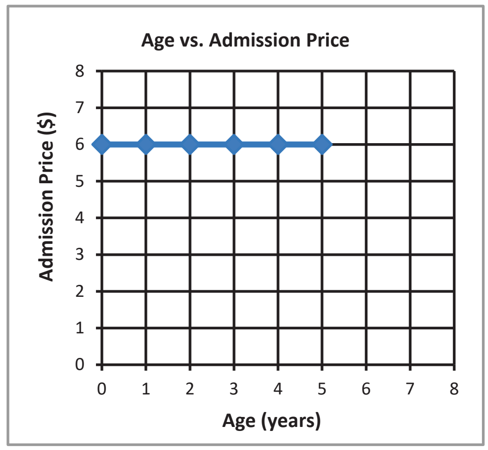
Grupo de problemas

1. Determina si las siguientes gráficas representan dos cantidades que son proporcionales entre sí o no. Explica tu razonamiento.

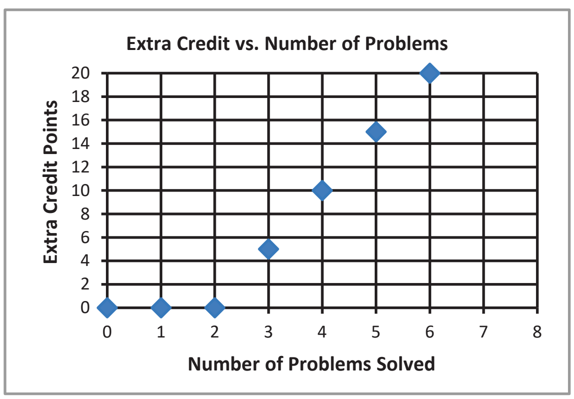
a.



b.

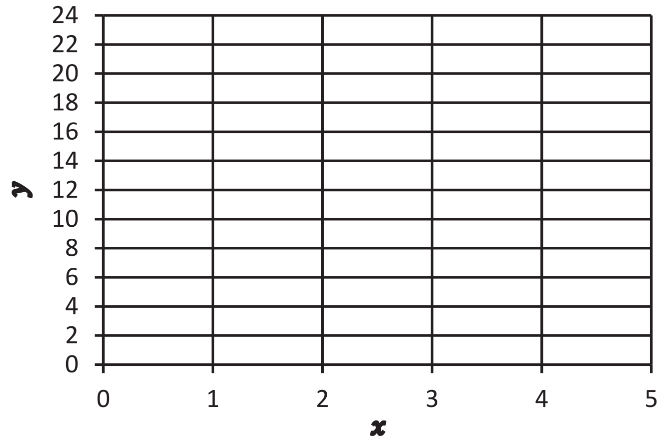


c.



2. Crea una tabla y una gráfica con las razones $2: 22$, 3 a 15 y $1: 11$. ¿La gráfica muestra que las dos cantidades son proporcionales entre sí? Explica por qué sí o por qué no.

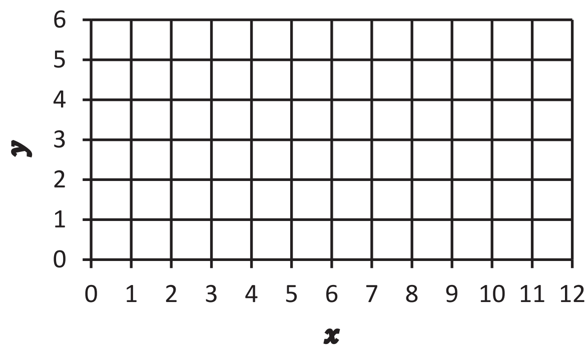
x	y



3. Representa gráficamente las siguientes tablas, e identifica si las dos cantidades son proporcionales entre sí en la gráfica. Explica por qué sí o por qué no.

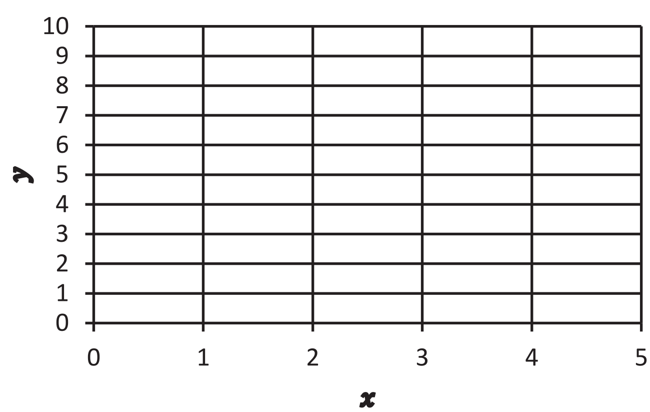
a.

x	y
3	1
6	2
9	3
12	4



b.

x	y
1	4
2	5
3	6
4	7



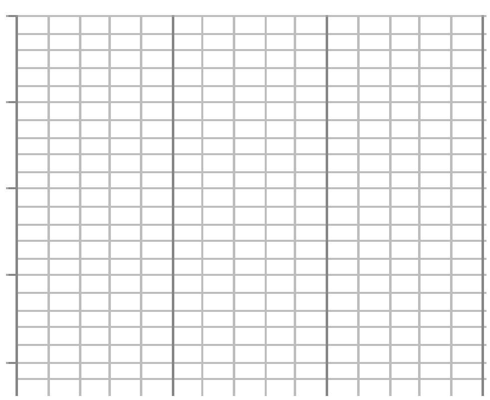
Lección 6: Identificar relaciones proporcionales y no proporcionales en las gráficas

Trabajo en clase

El Desafío exploratorio de hoy es una extensión de la Lección 5. Trabajarás en grupo para crear una tabla y gráfica, y para identificar si las dos cantidades son proporcionales entre sí.

Diseño del cartel

Usar para las notas

Problema:	**Tabla:**
Gráfica: 	**¿Proporcional o no? Explicación:**

Paseo por la galería

Toma notas y responde las siguientes preguntas:

- ¿Hubo alguna diferencia entre los grupos que tenían las mismas relaciones?
- ¿Notaste algunos errores en común? ¿Cómo se pueden corregir?
- ¿Hubo grupos que sobresalieron por representar sus problemas y sus hallazgos en una forma excepcionalmente clara?

Cartel 1:

Cartel 2:

Cartel 3:

Cartel 4:

Cartel 5:

Cartel 6:

Cartel 7:

Cartel 8:

Nota sobre el Resumen de la lección:

Resumen de la lección

Los puntos trazados en una *gráfica de una relación proporcional* se encuentran en una línea que pasa por el origen.

Grupo de problemas

La tía de Sally puso dinero en una cuenta de ahorros para ella el día en que nació. La cuenta de ahorros paga un interés por mantener el dinero en el banco. Las siguientes razones representan la cantidad de años a la cantidad de dinero en la cuenta de ahorros.

- Después de un año, el interés acumulado, y el total de la cuenta de Sally era $\$312$.
- Después de tres años, el total era $\$340$. Después de seis años, el total era $\$380$.
- Después de nueve años, el total era $\$430$. Después de 12 años, la cantidad total en la cuenta de ahorros de Sally era $\$480$.

Usando el mismo método que usamos en clase con el cartel, crea una tabla y una gráfica y explica si la cantidad de dinero acumulado y el tiempo que pasó son proporcionales entre sí. Usa tu tabla y tu gráfica para justificar tu razonamiento.

Lección 7: Tasa unitaria como constante de proporcionalidad

Trabajo en clase

Ejemplo 1: ¿La población de venados en el bosque nacional está en peligro?

Los conservacionistas de la vida salvaje se preocupan de que la población de venados podría no ser constante en todo el bosque nacional. Los científicos descubrieron que había 144 venados en un área de 16 millas cuadradas del bosque. En otra parte del bosque, los conservacionistas contaron 117 venados en un área de 13 millas cuadradas. Una tercer conservacionista contó 216 venados en un área de 24 millas cuadradas del bosque. ¿Deben de preocuparse los conservacionistas?

a. ¿Por qué es importante si la población de venados no es constante en una determinada área del bosque nacional?

b. ¿Cuál es la densidad poblacional de venados por milla cuadrada?

La tasa unitaria de venados por 1 milla cuadrada es _______.

Constante de proporcionalidad:

Explica el significado de la constante de proporcionalidad en este problema:

c. Usa esta tasa unitaria de venados por milla cuadrada (o $\frac{y}{x}$) para determinar cuántos venados hay por cada 207 millas cuadrada.

d. Usa la tasa unitaria para determinar el número de millas cuadradas en las que se encontrarían 486 venados.

Vocabulario

Una *variable* es un símbolo (como una letra) que es un indicador para un número.

Si una relación proporcional es descrita por el conjunto de pares ordenados (x, y) que satisface la ecuación $y = kx$ para algún número k, entonces a k se le llama la *constante de proporcionalidad*. Es el número que describe la relación de multiplicación entre medidas, x y y, de dos tipos de cantidades. Los pares (x, y) representan todos los pares de números que hacen que la ecuación sea verdadera.

Nota: En una situación dada, sería razonable asignar cualquier variable como un indicador para las medidas dadas. Por ejemplo, un conjunto de pares ordenados (t, d) sería todos los puntos que satisfacen la ecuación $d = rt$, donde r es la constante de proporcionalidad. Este valor de r especifica un número para la situación dada.

Ejemplo 2: ¿Necesitas QUÉ?

Brandon llegó de la escuela e informó a su madre que se había ofrecido para hacer galletas para todo su grado. Necesita 3 galletas para cada uno de los 96 estudiantes de séptimo grado. Desafortunadamente, necesita las galletas al día siguiente. Brandon y su madre determinaron que pueden poner 36 galletas en dos bandejas para hornear.

a. ¿El número de galletas es proporcional al número de bandejas usadas para hornear? Haz una tabla que muestre los datos del número de bandejas necesarias para el número total de galletas horneadas.

Tabla:

La tasa unitaria de $\frac{y}{x}$ es ___________.

Constante de proporcionalidad:

Explica el significado de la constante de proporcionalidad en este problema:

b. Hornear 8 bandejas de galletas toma 2 horas. Si Brandon y su madre comenzaron a hornear a las 4:00 p.m., ¿cuándo van a terminar de hornear las galletas?

Ejemplo 3: Clase de cocina francesa

Suzette y Margo quieren preparar crepas para todos los estudiantes en su clase de francés. Una receta rinde *20* crepas con una cierta cantidad de harina, leche y *2* huevos. Las chicas ya saben que tienen suficiente harina y leche para hacer *50* crepas, pero necesitan determinar el número de huevos que necesitan para la receta porque no están seguras de tener suficientes.

a. Teniendo en cuenta la cantidad de huevos necesarios para hacer las crepas, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

b. ¿Qué significa la constante de proporcionalidad en el contexto de este problema?

c. ¿Cuántos huevos se necesitan para hacer 50 crepas?

Resumen de la lección

Si una relación proporcional se describe por el conjunto de pares ordenados (x, y) que satisface la ecuación $y = kx$ para algún número k, entonces a k se le llama la *constante de proporcionalidad*.

Grupo de problemas

Para cada uno de los siguientes problemas, define la constante de proporcionalidad para responder la pregunta de seguimiento.

1. Los plátanos cuestan $\$0.59$ por libra.
   a. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad, o k?
   b. ¿Cuánto costarán 25 libras de plátanos?

2. El costo de tintorería por 3 pantalones es $\$18$.
   a. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?
   b. ¿Cuánto cobrará la tintorería por 11 pantalones?

3. Por cada $\$5$ que Micah ahorra, sus papás le dan $\$10$.
   a. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?
   b. Si Micah ahorra $\$150$, ¿cuánto dinero le darán sus papás?

4. Cada año escolar, los alumnos de séptimo grado que estudian Ciencias de la Vida participan en un viaje especial al zoológico de la ciudad. En 2010, la escuela pagó $\$1{,}260$ para que 84 estudiantes entraran al zoológico. En 2011, la escuela pagó $\$1{,}050$ para que 70 estudiantes entraran al zoológico. En 2012, la escuela pagó $\$1{,}395$ para que 93 estudiantes entraran al zoológico.
   a. ¿El precio que la escuela paga cada año en gastos de entrada es proporcional al número de estudiantes que entran al zoológico?
   b. Explica por qué sí o por qué no.
   c. Identifica la constante de proporcionalidad y explica qué significa en el contexto de esta situación.
   d. ¿Cuánto pagaría la escuela si 120 estudiantes entraron al zoológico?
   e. ¿Cuántos estudiantes entrarían al zoológico si la escuela pagara $\$1{,}425$?

Lección 8: Representar las relaciones proporcionales con ecuaciones

Trabajo en clase

Puntos a recordar:

- Las relaciones proporcionales tienen una razón constante o tasa unitaria.
- La razón constante o tasa unitaria de $\frac{y}{x}$, también puede se conoce como constante de proporcionalidad.

Notas para discusión

¿Cómo podríamos usar lo que sabemos acerca de la constante de proporcionalidad para escribir una ecuación?

Ejemplo 1: ¿Tenemos gasolina suficiente para llegar a la gasolinera?

Tu mamá ha acelerado en la interestatal comenzando un largo viaje por carretera y notas que la luz de combustible bajo está encendida, lo que indica que hay medio galón de gasolina en el tanque. La gasolinera más cercana está a 26 millas de distancia. Tu mamá mantiene un registro donde escribe el millaje y el número de galones comprados cada vez que se llena el tanque. Utiliza la información de la tabla a continuación para determinar si va a llegar a la gasolinera antes de que la gasolina se agote. Sabes que si puedes determinar la cantidad de gasolina que consume su carro en un número determinado de millas, entonces puedes determinar si van a llegar o no a la próxima gasolinera.

Registro de gasolina de mamá

Galones	Millas recorridas
8	224
10	280
4	112

a. Encuentra la constante de proporcionalidad y explica lo que representa en esta situación.

b. Escribe la(s) ecuación(es) que relacionan las millas recorridas con el número de galones de gasolina.

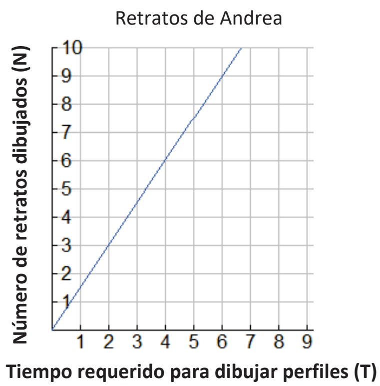
c. Sabiendo que hay medio galón en el tanque de gasolina cuando se enciende la luz, ¿llegará a la gasolinera más cercana? Explica por qué sí o por qué no.

d. Usando la ecuación que se encuentra en la parte (b), determina que tan lejos puede viajar tu mamá con 18 galones de gasolina. Resuelve el problema de dos maneras: una usando la constante de proporcionalidad y la otra usando una ecuación.

e. Usando la constante de proporcionalidad y luego la ecuación que se encuentra en la parte (b), determina cuántos galones de gasolina se necesitarían para viajar 750 millas.

Ejemplo 2: Los retratos de Andrea

Andrea es una artista callejera en Nueva Orleans. Ella dibuja caricaturas (retratos de caricatura) de los turistas. La gente encarga su retrato y después regresa más tarde a recogerlo. La siguiente gráfica muestra la relación entre el número de retratos que dibuja y la cantidad de tiempo en horas que necesita para dibujar los retratos.



a. De la gráfica, escribe varios pares ordenados y explica lo que significa cada par ordenado en el contexto de esta gráfica.

b. Escribe varias ecuaciones que relacionarían el número de retratos dibujados con el tiempo que tarda en dibujar los retratos.

c. Determina la constante de proporcionalidad y explica que significa en esta situación.

Resumen de la lección

Si una relación proporcional se puede describir por el conjunto de pares ordenados que satisfacen la ecuación $y = kx$, donde k es una constante positiva, entonces k se llama constante de proporcionalidad. La constante de proporcionalidad expresa la relación multiplicativa entre cada valor de x y su correspondiente valor de y.

Grupo de problemas

Escribe una ecuación que represente la relación proporcional determinada en cada situación real.

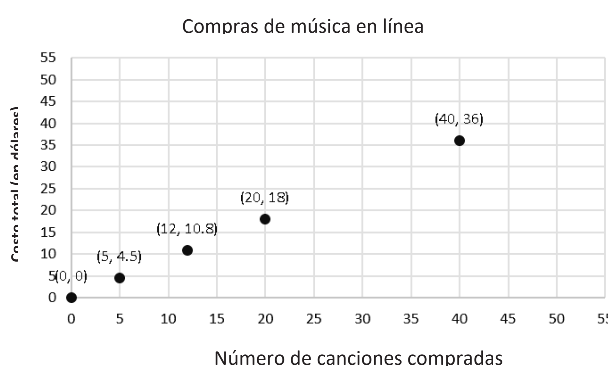
1. Hay 3 latas que contienen 9 pelotas de tenis. Ten en cuenta el número de pelotas por lata.
   a. Encuentra la constante de proporcionalidad para esta situación.
   b. Escribe una ecuación para representar la relación.

2. En 25 minutos, Li puede correr 10 vueltas en la pista. Determina el número de vueltas que puede correr por minuto.
   a. Encuentra la constante de proporcionalidad en esta situación.
   b. Escribe una ecuación para representar la relación.

3. Jennifer fue de compras con su mamá. Ellas pagan $\$2$ por libra de tomates en el puesto de verduras.
   a. Encuentra la constante de proporcionalidad en esta situación.
   b. Escribe una ecuación para representar la relación.

4. Cuesta $\$15$ enviar 3 paquetes a través de una determinada empresa de transporte. Ten en cuenta el número de paquetes por dólar.
   a. Encuentra la constante de proporcionalidad para esta situación.
   b. Escribe una ecuación para representar la relación.

5. En promedio, Susana descarga 60 canciones al mes. Un vendedor de música en línea vende a un precio los paquetes de canciones que se pueden descargar en los dispositivos digitales personales. La siguiente gráfica muestra los precios de los paquetes de las promociones más populares. Susana quiere saber si debería comprar su música en esta empresa o pagar una tarifa fija de $\$58{,}00$ al mes que ofrece otra compañía. ¿Cuál es la mejor compra?



   a. Encuentra la constante de proporcionalidad para esta situación.

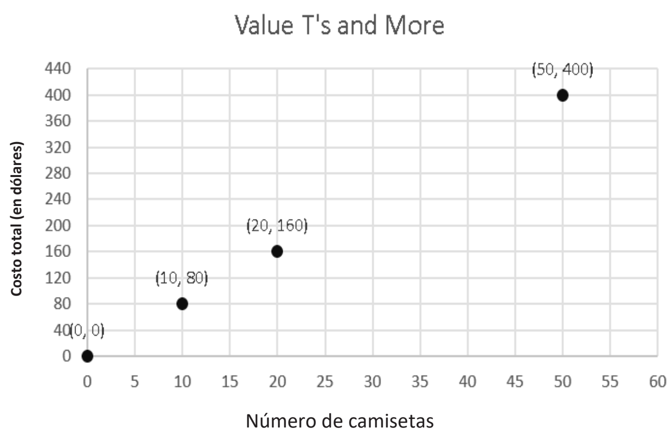
b. Escribe una ecuación para representar la relación.

c. Usa tu ecuación para hallar la respuesta a la pregunta anterior de Susana. Justifica tu respuesta con evidencia matemática y una explicación por escrito.

6. El equipo de la escuela secundaria de Allison ha diseñado camisetas que tienen el nombre de su equipo y el color. Allison y su amiga Nicole se han ofrecido para llamar a las tiendas locales para obtener una estimación del costo total de la compra de camisetas. Print-o-Rama cobra una cuota inicial, así como una cantidad fija por cada camiseta ordenada. El costo total se muestra a continuación para el número dado de camisetas. Value T's and More cobra $8 por camiseta. ¿A que empresa deben comprarle?

Print-o-Rama

Número de camisetas (S)	Costo total (C)
10	95
25	
50	375
75	
100	



a. ¿Alguno de los modelos de precio representa una relación proporcional entre la cantidad de camisetas y el costo total? Explica.

b. Escribe una ecuación que relacione el costo y las camisetas para Value T's and More.

c. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad para Value T's and More? ¿Que representa?

d. ¿Cuánto cuesta la cuota inicial de Print-o-Rama?

e. Si necesitas comprar 90 camisetas, escribe una propuesta a tu maestro que indique a qué empresa le debe comprar el equipo. Asegúrate de justificar tu elección. Determina el número de camisetas que necesitas para tu equipo.

Lección 9: Representar las relaciones proporcionales con ecuaciones

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Las casas de pájaros de Jackson

Jackson y su abuelo construyeron un modelo de una casa de pájaros. Muchos de sus vecinos se interesaron en comprar las casas de pájaros. Jackson se dio cuenta que construir casas para pájaros podría ayudarle a ganar dinero para su campamento de verano, pero no está seguro de cuánto tiempo le tomará terminar todos los pedidos de casas de pájaros. Si Jackson puede construir 7 casas de pájaros en 5 horas, escribe una ecuación que permita a Jackson calcular el tiempo que le tomará en construir cualquier un número dado de casas de pájaros, suponiendo que trabaja a una velocidad constante.

a. Escribe una ecuación que puedas utilizar para averiguar cuánto tiempo le tomará construir cualquier número de casas de pájaros.

b. ¿Cuántas casas de pájaros puede construir Jackson 40 horas?

c. ¿Cuánto tiempo se tardará Jackson en construir 35 casas de pájaros? Resuelve la ecuación de la parte (a) para resolver el problema.

d. ¿Cuánto tiempo le tomará construir 71 casas de pájaros? Resuelve la ecuación de la parte (a) para resolver el problema.

Ejemplo 2: Puesto de verduras de Al

El Puesto de verduras de Al vende 6 mazorcas de maíz en $\$1.50$. El Puesto de Bárbara vende 13 mazorcas de maíz en $\$3.12$. Construye dos ecuaciones, una para cada Puesto, que representen la relación entre el número de mazorcas de maíz vendidas y su costo. Después, usa cada ecuación para ayudarte a completar las siguientes tablas.

Puesto de verduras de Al					Puesto de verduras de Bárbara:				
Mazorcas	6	14	21		**Mazorcas**	13	14	21	
Costo	$\$1.50$			$\$50.00$	**Costo**	$\$3.12$			$\$49.92$

Resumen de la lección

¿Como se encuentra la constante de proporcionalidad? Divide para encontrar la tasa unitaria, $\frac{y}{x} = k$.

¿Cómo se escribe una ecuación para una relación proporcional? $y = kx$, sustituyendo el valor de la constante de proporcionalidad en lugar de la k.

¿Cuál es la estructura de las ecuaciones de la relación de proporcionalidad y cómo las utilizamos? los valores de x y y siempre se dejan como variables y cuando uno de ellos se desconoce, entonces se sustituye en $y = kx$ para encontrar la incógnita usando álgebra.

Grupo de problemas

1. Una persona que pesa 100 libras en la Tierra pesa 16.6 lb. en la Luna.
   a. ¿Cuál variable es la variable independiente? Explica por qué.
   b. ¿Cuál es la ecuación que relaciona el peso en la Tierra con el peso en la Luna?
   c. ¿Cuánto pesaría un astronauta de 185 libras en la Luna? Usa una ecuación para explicar cómo lo sabes.
   d. ¿Cuánto pesará en la Tierra un hombre que pesa 50 libras en la Luna?

2. Usa esta tabla para contestar las siguientes preguntas.

Número de galones de gasolina	Número de millas recorridas
0	0
2	62
4	124
10	310

   a. ¿Cuál variable es la variable dependiente y por qué?
   b. ¿El número de millas recorridas se relaciona proporcionalmente con el número de galones de gasolina? Si es así, ¿cuál es la ecuación que relaciona el número de millas recorridas con el número de galones de gasolina?
   c. En cualquier razón del número de galones de gasolina al número de millas recorridas, ¿alguno de los valores siempre será mayor? De ser así, ¿cuál?
   d. Si sabemos el número de galones de gasolina, ¿puedes encontrar el número de millas recorridas? Explica cómo se calcula este valor.
   e. Si sabemos el número de millas recorridas, ¿puedes encontrar el número de galones de gasolina usados? Explicar cómo se calcula este valor.
   f. ¿Cuántas millas se pueden recorrer con 18 galones de gasolina?
   g. ¿Cuántos galones se usaron cuando el coche ha recorrido 18 millas?
   h. ¿Cuántas millas se han recorrido usando medio galón de gasolina?
   i. ¿Cuántos galones de gasolina se usaron cuando el coche ha recorrido media milla?

3. Supongamos que el costo para rentar una moto de nieve es de $\$37.50$ por 5 horas.
   a. Si c representa el costo y h representa las horas, ¿cuál variable es la variable dependiente? Explica por qué.
   b. ¿Cuál sería el costo para rentar 2 motos de nieve por 5 horas?

4. En el coche de Katya, el número de millas recorridas es proporcional al número de galones de gasolina usados. Completa los valores que faltan en la tabla.

Número de galones	**Número de millas recorridas**
0	0
4	112
6	168
	224
10	280

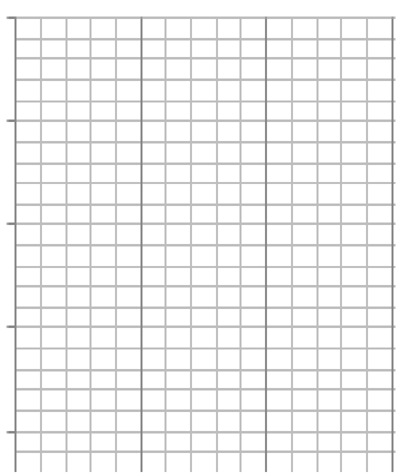
   a. Escribe la ecuación que relaciona el número de millas recorridas con el número de galones de gasolina.
   b. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?
   c. ¿Cuántas millas podría recorrer Katya si llena su tanque de 22 galones?
   d. Si Katya hace un viaje de 600 millas, ¿cuántos galones de gasolina necesitaría para hacer el viaje?
   e. Si Katya recorre 224 millas durante una semana después de ir a la escuela y al trabajo, ¿cuántos galones de gasolina usaría?

Lección 10: Interpretar gráficas de relaciones proporcionales

Trabajo en clase

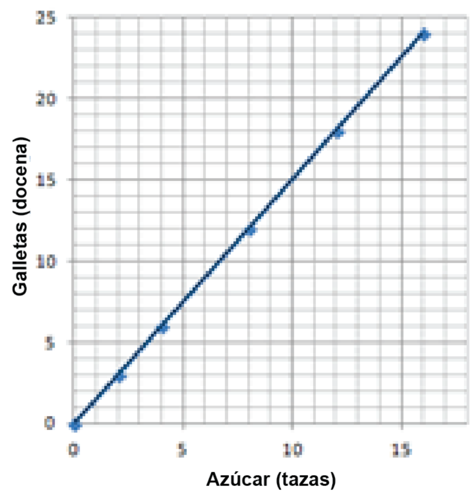
Ejemplo 1

La receta de galletas especiales de chispas de chocolate de la abuela, que produce 4 docenas de galletas, requiere 3 tazas de harina. Usando esta información, completa la tabla.

Crea una tabla que compara la cantidad de harina utilizada a la cantidad de galletas.	¿Es proporcional la cantidad de galletas con la cantidad de harina usada? Explica por qué sí o por qué no.	¿Cuál es la tasa unitaria de galletas a la harina $\left(\frac{y}{x}\right)$, y cuál es el significado en el contexto del problema?
Representa la relación en una gráfica. 	¿La gráfica muestra que las dos cantidades son proporcionales entre sí? Explica.	Escribe una ecuación que se pueda usar para representar la relación.

Ejemplo 2

A continuación, hay una gráfica que representa la cantidad de azúcar que se requiere para hacer las galletas especiales de chispas de chocolate de la abuela.



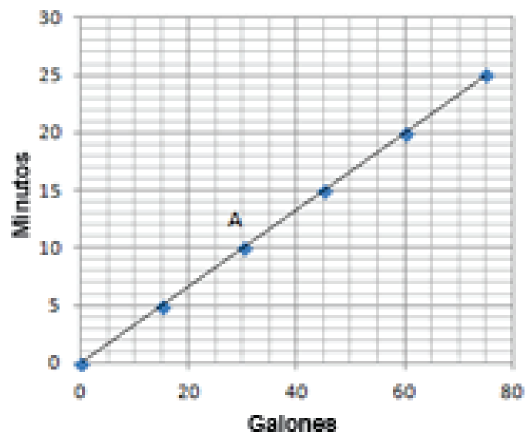
a. Registra las coordenadas de la gráfica. ¿Qué representan estos pares ordenados?

b. A la abuela le queda 1 taza de azúcar. ¿Cuántas docenas de galletas podrá hacer? Traza el punto en la gráfica anterior.

c. ¿Cuántas docenas de galletas puede hacer la abuela si no tiene azúcar? ¿Puedes graficar esto en el plano de coordenadas de arriba? ¿Cómo llamamos a este punto?

Ejercicios

1. La siguiente gráfica muestra la cantidad de tiempo que una persona puede tardar en bañarse con cierta cantidad de agua.



a. Viendo la gráfica, ¿puedes determinar si la duración del baño es proporcional a la cantidad de galones de agua? Explica cómo lo sabes.

b. ¿Durante cuánto tiempo se puede bañar una persona con 15 galones de agua? ¿Durante cuánto tiempo se puede bañar una persona con 60 galones de agua?

c. ¿Cuáles son las coordenadas del punto A? Explica el punto A en el contexto del problema.

d. ¿Puedes usar la gráfica para identificar la tasa unitaria?

e. Escribe la ecuación que representa la relación entre la cantidad de galones de agua y la duración del baño.

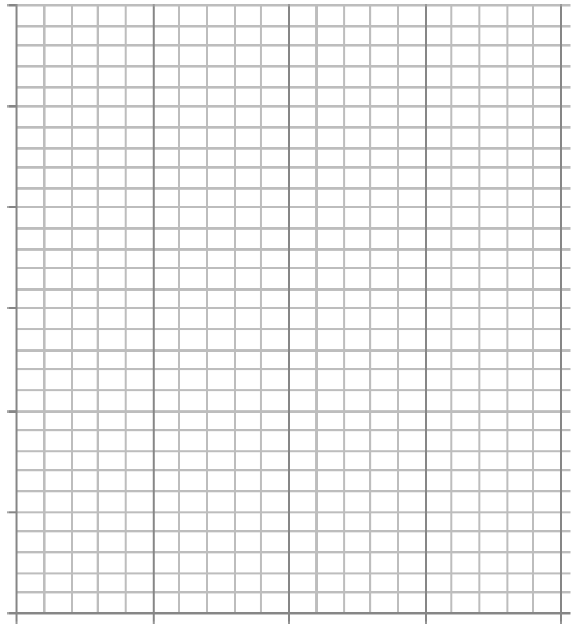
2. Tu amigo usa la ecuación $C = 50P$ para encontrar el costo total, C, para el número de personas, P, que entran a un parque de diversiones local.

   a. Crea una tabla y registra el costo de las entradas al parque de diversiones para grupos con diferentes cantidades de personas.

   b. ¿Es proporcional el costo de la admisión a la cantidad de personas que entran al parque de diversiones? Explica por qué sí o por qué no.

   c. ¿Cuál es la tasa unitaria y qué representa en el contexto del problema?

d. Dibuja una gráfica que represente esta relación.



e. ¿Qué puntos deben estar sobre la gráfica de la línea si las dos cantidades que se representan son proporcionales entre sí? Explica por qué y describe estos puntos en el contexto del problema.

f. ¿Estaría el punto $(5, 250)$ en la gráfica? ¿Qué representa este punto en el contexto de la situación?

Resumen de la lección

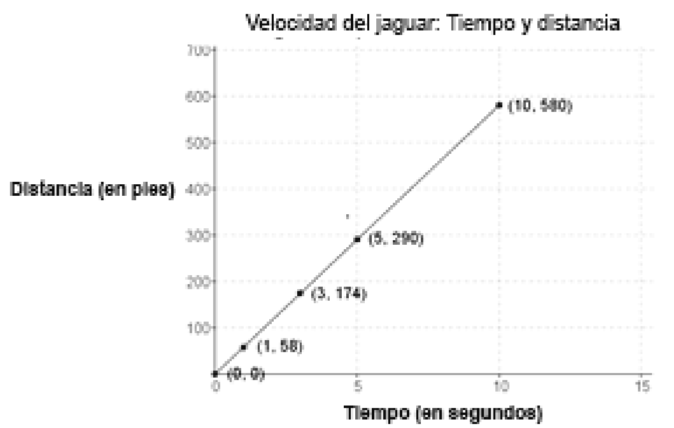
Los puntos $(0,0)$ y $(1, r)$, donde r es la tasa unitaria, estarán siempre en la línea que representa dos cantidades que son proporcionales entre sí.

- La tasa unitaria, r, en el punto $(1, r)$ representa la cantidad de incremento vertical por cada incremento horizontal de 1 unidad en la gráfica.
- El punto $(0,0)$ indica que cuando el valor de una cantidad es cero, el valor de la segunda cantidad también es cero.

No siempre se dan estos dos puntos como parte de un conjunto de datos para una situación matemática o del mundo real, pero siempre estarán en la línea que pasa por los puntos de los datos proporcionados.

Grupo de problemas

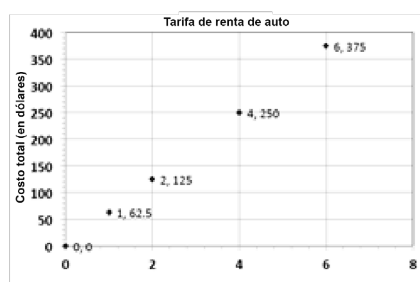
1. La gráfica de la derecha muestra la relación entre el tiempo (en segundos) y la distancia (en pies) que recorre un jaguar.



   a. ¿Qué representa el punto $(5, 290)$ en el contexto de la situación?
   b. ¿Qué representa el punto $(3, 174)$ en el contexto de la situación?
   c. ¿La distancia recorrida por el jaguar es proporcional al tiempo? Explica por qué sí o por qué no.
   d. Escribe una ecuación que represente la distancia recorrida por el jaguar. Explica o representa tu razonamiento.

2. Se venden camisetas del campeonato por $22 cada una.
   a. ¿Qué puntos deben estar en la gráfica para que las cantidades sean proporcionales?
   b. ¿Qué representa el par ordenado $(5, 110)$ en el contexto de este problema?
   c. ¿Cuántas camisetas se vendieron si gastaste un total de $\$88$?

3. La gráfica representa el costo total de rentar un carro. El costo de rentar un coche es una cantidad fija cada día, independientemente de la cantidad de millas que recorra el carro.



   a. ¿Qué representa el par ordenado $(4, 250)$?
   b. ¿Cuál sería el costo de rentar el carro durante una semana? Explica o representa tu razonamiento.

4. Jackie está haciendo una mezcla de aperitivos para una fiesta. Está

usando anacardos y cacahuates. La siguiente tabla muestra la relación entre la cantidad de paquetes de anacardos que necesita y la cantidad de latas de cacahuates que necesita para hacer la mezcla.

Paquetes de anacardos	**Latas de cacahuates**
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

a. Escribe una ecuación que represente esta relación.

b. Explica el par ordenado $(12, 24)$ en el contexto del problema.

5. La siguiente tabla muestra la cantidad de dulces y el precio pagado.

Cantidad de dulces (en libras)	2	3	5
Costo (en dólares)	5	7.5	12.5

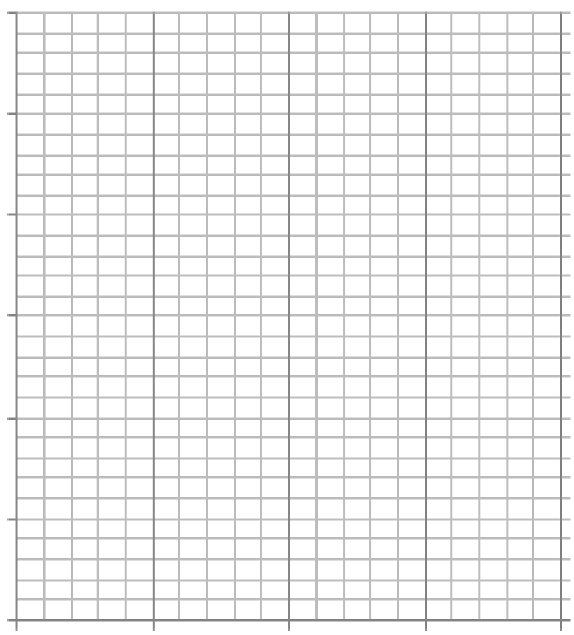
a. ¿Es proporcional el costo de los dulces a la cantidad de dulces?

b. Escribe una ecuación que ilustre la relación entre la cantidad de dulces y el costo.

c. Usa la ecuación y predice cuánto costarán 12 libras de dulces.

d. ¿Cuál es la cantidad máxima de dulces que se puede comprar con $\$60$?

e. Haz una gráfica de la relación.



Lección 11: Relaciones de fracciones y sus tasas unitarias

Trabajo en clase

Ejemplo 1: ¿Quién es más rápido?

Durante su último entrenamiento, Izzy corrió $2\frac{1}{4}$ millas en 15 minutos, y su amiga Julia corrió $3\frac{3}{4}$ millas en 25 minutos. Cada niña pensó que ella fue la corredora más rápida. Con base en su última carrera, ¿cuál de las niñas tiene la razón? Usa cualquier método para encontrar la solución.

Ejemplo 2: ¿Tiene razón Meredith?

Una tortuga camina $\frac{7}{8}$ de una milla en 50 minutos. ¿Cuál es la tasa unitaria cuando la velocidad de la tortuga se expresa en millas por hora?

a. Para encontrar la tasa unitaria de la tortuga, Meredith escribió la siguiente fracción compleja. Explica cómo se obtuvo la fracción $\frac{5}{6}$.

$$\frac{\left(\frac{7}{8}\right)}{\left(\frac{5}{6}\right)}$$

b. Determina la tasa unitaria cuando la velocidad de la tortuga se expresa en millas por hora.

Ejercicios

1. Para el cumpleaños de Antonio, su madre está haciendo pastelitos para sus 12 amigos de la guardería. Para la receta son necesarias $3\frac{1}{3}$ tazas de harina. Con esta receta se hacen $2\frac{1}{2}$ docenas de pastelitos. La mamá de Antonio sólo tiene 1 taza de harina. ¿Hay suficiente harina para dar un pastelito a cada uno de sus amigos? Explica y muestra tu trabajo.

2. Sally está haciendo una pintura para la cual está mezclando pintura roja y pintura azul. La siguiente tabla muestra las diferentes mezclas que se están utilizando.

Pinturaroja(cuartos)	Pintura azul (cuartos)
$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
$2\frac{2}{5}$	4
$3\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{4}$
4	$6\frac{2}{3}$
1.2	2
1.8	3

a. ¿Cuál es la tasa unitaria para los valores de la cantidad de pintura azul contra la cantidad de pintura roja?

b. ¿Es proporcional la cantidad de pintura azul a la cantidad de pintura roja?

c. Describe con palabras lo que significa la tasa unitaria en el contexto de este problema.

Resumen de la lección

Una cantidad escrita en forma de fracción cuyo numerador o denominador es en sí mismo una fracción, se llama una fracción compleja.

Si una relación proporcional se da por una descripción tal como “Una persona camina $2\frac{1}{2}$ millas en $1\frac{1}{4}$ horas a una velocidad constante”, entonces la tasa unitaria es

$\frac{2\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = 2$. La persona camina 2 mph.

Grupo de problemas

1. Determina el cociente: $2\frac{4}{7} \div 1\frac{3}{6}$.

2. Una vuelta alrededor de una pista de tierra es de $\frac{1}{3}$ millas. A Bryce le toma $\frac{1}{9}$ hora hacer una vuelta. ¿Cuál es la tasa unitaria de Bryce, en millas, alrededor de la pista?

3. El Sr. Gengel quiere hacer una estantería con tablas que miden $1\frac{1}{3}$ pies de largo. Si él tiene una tabla de 18 pies de largo, ¿cuántas piezas puede cortar de la tabla grande?

4. La panadería local utiliza 1.75 tazas de harina en cada lote de galletas. La panadería usó 5.25 tazas de harina esta mañana.
   a. ¿Cuántos lotes de galletas hicieron en la panadería?
   b. Si hay 5 docenas de galletas en cada lote, ¿cuántas galletas se hicieron en la panadería?

5. Jason come 10 onzas de dulces en 5 días.
   a. ¿Cuántas <u>libras</u> come por día? (Recuerda: 16 onzas $= 1$ libra)
   b. ¿Cuánto tiempo se tardará Jason para comer 1 libras de dulces?

Lección 12: Relaciones de fracciones y sus tasas unitarias

Trabajo en clase

Durante esta lección estás remodelando una habitación en tu casa y necesitas saber si cuentas con suficiente dinero. Debes trabajar en forma individual y con una compañera para hacer un plan sobre lo que se necesita para resolver el problema. Una vez que has completado el plan, deberás resolver el problema determinando si tienes suficiente dinero.

Ejemplo 1: Hora de remodelar

Has decidido remodelar tu baño e instalar un piso de baldosas. El baño es en forma de rectángulo y el piso mide 14 pies, 8 pulgadas de largo por 5 pies, 6 pulgadas de ancho. Las baldosas que quieres instalar cuestan $\$5$ cada una, y cada baldosa cubre $4\frac{2}{3}$ pies cuadrados. Si tienes $\$100$ para gastos, ¿tienes suficiente dinero para completar el proyecto?

Haz un plan: Completa la tabla para identificar los pasos necesarios en el plan y encontrar una solución.

Lo que yo sé	Lo que quiero encontrar	Cómo encontrarlo

Compara tu plan con un compañera o compañera. Trabajen juntos utilizando sus planes para determinar cuánto dinero necesitarán para completar el proyecto y si tienes suficiente dinero.

Ejercicio

¿Qué automóvil puede viajar más distancia con 1 galones de gasolina?

Automóvil azul: viaja $18\frac{2}{5}$ millas usando 0.8 galones de gasolina

Automóvil rojo: viaja $17\frac{2}{5}$ millas usando 0.75 galones de gasolina

Grupo de problemas

1. Te estás preparando para unas vacaciones en familia. Decides descargar tantas películas como puedas antes irte de viaje. Si cada película tarda $1\frac{2}{5}$ horas para descargarse, y estuviste descargando por $5\frac{1}{4}$ horas, ¿cuántas películas descargaste?

2. El área de una pizarra es de $1\frac{1}{3}$ yardas cuadradas. El área de un afiche es de $\frac{8}{9}$ yardas cuadradas. Encuentra la tasa unitaria y explica con palabras lo que significa la tasa unitaria en el contexto de este problema. ¿Hay más de una tasa unitaria que se pueda calcular? ¿Cómo lo sabes?

3. Un Jeep de juguete mide $12\frac{1}{2}$ pulgadas de largo, mientras que el Jeep real mide $18\frac{3}{4}$ pies de largo. ¿Cuál es el valor de la razón de la longitud del Jeep de juguete a la longitud del Jeep real? ¿Qué significa la razón en este caso?

4. Para hacer 5 panecillos, se usa $\frac{1}{3}$ taza de harina.
   a. ¿Cuánta harina es necesaria para hacer un panecillo?
   b. ¿Cuántas tazas de harina se necesitan para hacer 3 docenas de panecillos?
   c. ¿Cuántos panecillos puedes hacer con $5\frac{2}{3}$ tazas de harina?

Lección 13: Encontrar la proprocíons equivalente dada la cantidad total

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Un grupo de 6 excursionistas se está preparando para un viaje de una semana. Todas las provisiones del grupo las cargarán los excursionistas en mochilas. La líder decidió que cada excursionista cargará una mochila que tenga la misma fracción del peso que la fracción del peso total de todos los demás excursionistas. Esto significa que el excursionista más pesado cargará la mochila más pesada. La siguiente tabla muestra el peso de cada excursionista y el peso de su mochila.

Completa la tabla. Encuentra las cantidades de peso que faltan aplicando el mismo valor de la relación como las dos primeras filas.

Peso de los excursionistas	Peso de la mochila	Peso total (lb)
152 lb. 4 oz.	14 lb. 8 oz.	
107 lb. 10 oz.	10 lb. 4 oz.	
129 lb. 15 oz.		
68 lb. 4 oz.		
	8 lb. 12 oz.	
	10 lb.	

Ejemplo 2

Cuando una empresa compra una franquicia de comida rápida, está comprando las recetas usadas en cada restaurante con el mismo nombre. Por ejemplo, todos los restaurantes Pizzeria Specialty House tienen diferentes propietarios, pero todos deben usar las mismas recetas para su pizza, salsa, pan, etc. Ahora estás trabajando en la Pizzeria Specialty House local, y en la siguiente lista están las cantidades de carne usada en una pizza de carne.

$\frac{1}{4}$ taza de salchicha

$\frac{1}{3}$ taza de pepperoni

$\frac{1}{6}$ taza de tocino

$\frac{1}{8}$ taza de jamón

$\frac{1}{8}$ taza de carne de res

¿Cuál es la cantidad total de ingredientes usados en una pizza de carne? ________________________ taza(s)

La carne debe mezclarse usando esta razón para asegurarse de que los clientes reciban el mismo gran sabor de la pizza de carne en cada Pizzeria Specialty House en todo el país. La siguiente tabla muestra 3 órdenes diferentes de pizza de carne en la noche del partido de campeonato de fútbol americano profesional. Llena las filas y columnas de la tabla, usando las cantidades y el total para una pizza que están arriba, para que la mezcla tenga el mismo sabor.

	Orden 1	**Orden 2**	**Orden 3**
Salchicha (tazas)	1		
Pepperoni (tazas)			3
Tocino (tazas)		1	
Jamón (tazas)	$\frac{1}{2}$		
Carne de res (tazas)			$1\frac{1}{8}$
TOTAL (tazas)			

Ejercicio

La siguiente tabla muestra 6 cacerolas de diferentes tamaños que se podrían usar para hacer macarrones con queso. Si la relación de ingredientes se mantiene igual, ¿cómo se podría alterar la receta para tener en cuenta los diferentes tamaños de las cacerolas?

Pasta (tazas)	Queso (tazas)	Tamaño de la cacerola (tazas)
		5
3	$\frac{3}{4}$	
	$\frac{1}{4}$	
$\frac{2}{3}$		
$5\frac{1}{3}$		
		$5\frac{5}{8}$

Resumen de la lección

Para encontrar cantidades faltantes en una tabla de razón donde se da un total, determina la tasa unitaria a partir de la razón de dos cantidades dadas, y úsala para encontrar las cantidades faltantes en cada razón equivalente.

Grupo de problemas

1. Los estudiantes de 6 clases, que se muestran abajo, comieron la misma razón de rebanadas de pizza de queso a rebanadas de pizza de pepperoni. Completa la siguiente tabla que representa la cantidad de rebanadas de pizza que comieron los estudiantes de cada clase.

Rebanadas de pizza de queso	Rebanadas de pizza de pepperoni	Total de rebanadas de pizza
		7
6	15	
8		
	$13\frac{3}{4}$	
$3\frac{1}{3}$		
		$2\frac{1}{10}$

2. Para hacer pintura verde, los estudiantes mezclaron pintura amarilla con pintura azul. La siguiente tabla muestra cuántas gotas de amarillo y azul de un gotero usaron varios estudiantes para hacer el mismo tono de pintura verde.
   a. Completa la tabla.

Amarillo(Y) (mL)	Azul (B) (mL)	Total (mL)
$3\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$	
		5
	$6\frac{3}{4}$	
$6\frac{1}{2}$		

   b. Escribe una ecuación para representar la relación entre la cantidad de pintura amarilla y pintura azul.

3. La relación del número de millas corridas al número de millas en bicicleta es equivalente para cada fila de la tabla.
   a. Completa la tabla.

Distancia corrida (millas)	**Distancia en bicicleta (millas)**	**Cantidad total de ejercicio (millas)**
		6
$3\frac{1}{2}$	7	
	$5\frac{1}{2}$	
$2\frac{1}{8}$		
	$3\frac{1}{3}$	

   b. ¿Cuál es la relación entre las distancias en bicicleta y las distancias corridas?

4. La siguiente tabla muestra el número de tazas de leche y harina que se necesitan para hacer bísquets. Completa la tabla.

Leche (tazas)	**Harina (tazas)**	**Total (tazas)**
7.5		
	10.5	
12.5	15	
		11

Lección 14: Problemas de proporción de varios pasos

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Ofertas

Peter's Pants Palace publicita la siguiente venta: Las camisas tienen un descuento de $\frac{1}{2}$ sobre el precio original; los pantalones tienen un descuento de $\frac{1}{3}$ sobre el precio original; y los zapatos tienen un descuento de $\frac{1}{4}$ sobre el precio original.

a. Si un par de zapatos cuesta $\$40$, ¿cuál es el precio de venta?

b. En Peter's Pants Palace, unos pantalones suelen venderse por $\$33.00$. ¿Cuál es el precio de venta de los pantalones de Peter?

Ejemplo 2: Autos usados de Big Al

Un vendedor de autos usados recibe una comisión de $\frac{1}{12}$ sobre el precio del auto por cada auto que vende. ¿Cuál sería la comisión de venta sobre un auto que se vendió por $\$21,999$?

Ejemplo 3: Hora de pagar impuestos:

Como parte de un plan de mercadotecnia, unos negocios aumentan sus precios antes de anunciar un evento de ventas. Algunas compañías usan esta práctica como para atraer clientes a la tienda sin sacrificar sus ganancias.

Una tienda de muebles quiere llevar a cabo un evento de ventas para mejorar su margen de ganancias y reducir sus impuestos antes de que su inventario sea gravado al final del año.

¿Cuántas ganancias obtendrá el negocio por la venta de un sillón cuyo precio se aumentó en $\frac{1}{3}$ y después se vendió con un descuento de $\frac{1}{5}$ si el precio original es $\$2{,}400$?

Ejemplo 4: Nacido para montar

Una concesionaria de motocicletas pagó cierto precio por una motocicleta y aumentó su precio en $\frac{1}{5}$ del precio que pagó. Después la vendió en $\$14{,}000$. ¿Cuál era el precio original?

Grupo de problemas

1. Un vendedor ganará una comisión igual al $\frac{1}{32}$ del total de las ventas. ¿Cuál es la comisión que ganó si las ventas ascendieron a $\$24{,}000$?

2. DeMarkus dice que una tienda le cobró de más en el precio del videojuego que compró. Él pensó que el precio era un $\frac{1}{4}$ del precio original, pero realmente era $\frac{1}{4}$ menos del precio original. Él leyó mal el anuncio. Si el precio original del juego es de $\$48$, ¿cuál es la diferencia entre el precio que DeMarkus pensó que debería pagar y el precio que la tienda le cobró?

3. ¿Cuál es el costo de una lavadora de $\$1{,}200$ después de que se aplicó un descuento de $\frac{1}{5}$ al precio original?

4. Si una tienda promociona una venta que le da a los clientes un descuento del $\frac{1}{4}$, ¿cuál es la parte fraccionaria del precio original que el cliente pagará?

5. Mark compró una tableta electrónica con un descuento de $\frac{1}{4}$ sobre el precio original de $\$825.00$. También quería usar un cupón por $\frac{1}{5}$ de descuento sobre el precio de venta. ¿Cuánto pagó Mark por la tableta?

6. Una concesionaria de autos pagó cierto precio por un auto y aumentó su precio en $\frac{7}{5}$ del precio que pagó. Después lo vendió en $\$24{,}000$. ¿Cuál es el precio original?

7. Joanna corrió una milla en su clase de educación física. Después de descansar por una hora, su ritmo cardiaco era de 60 pulsaciones por minuto. Si su ritmo cardiaco disminuyó $\frac{2}{5}$, ¿cuál fue su ritmo cardiaco inmediatamente después de haber corrido la milla?

Lección 15: Ecuaciones de gráficas de relaciones proporcionales que involucran fracciones

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Carrera de 10K de las madres

La madre de Sam se ha inscrito en una carrera de 10K. Sam y su familia quieren mostrarle apoyo a su madre, pero necesitan determinar dónde deben ir a lo largo del curso de la carrera. También necesitan determinar cuánto tiempo le llevará a su madre correr la carrera para que sepan dónde encontrarse con ella en la línea de meta. Previamente, su madre corrió una carrera de 5k en un tiempo de $1\frac{1}{2}$ horas. Supón que la madre de Sam correrá a la misma velocidad que en la carrera anterior para completar la tabla.

Crea una tabla que muestra cuán lejos ha corrido la madre de Sam después de cada media hora desde el comienzo de la carrera, y grafícalo en el plano cartesiano a la derecha.

Tiempo (H, en horas)	Distancia corrida (D, en kilómetros)

a. ¿Cuáles son algunas cosas específicas que notas acerca de esta gráfica?

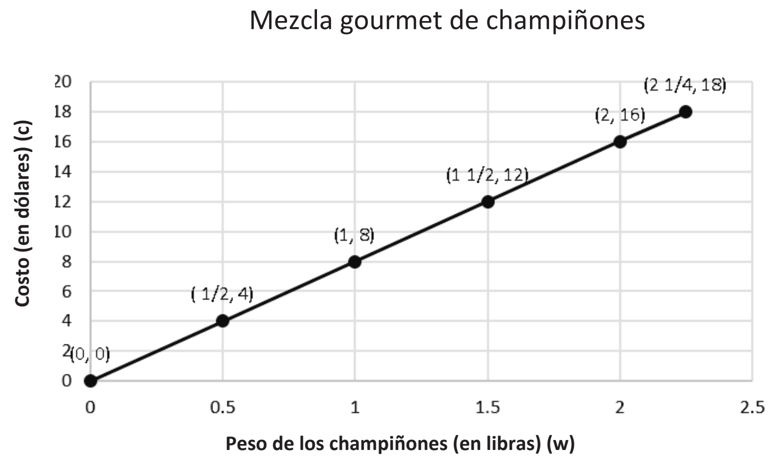
b. ¿Cuál es la conexión entre la tabla y la gráfica?

c. ¿Qué representa el par ordenado $\left(2, 6\frac{2}{3}\right)$ en el contexto de este problema?

Ejemplo 2: Cocina Gourmet

Después de tomar una clase de cocina, decides probar tus nuevas habilidades en la cocina al preparar una comida para tu familia. Has elegido una receta que usa champiñones gourmet como ingrediente principal. Usando la gráfica siguiente, completa la tabla de valores y responde las siguientes preguntas.

Peso (en libras)	Costo (en dólares)
0	0
$\frac{1}{2}$	4
1	
$1\frac{1}{2}$	12
	16
$2\frac{1}{4}$	18



a. ¿Es proporcional esta relación? ¿Cómo sabes, a partir de examinar la gráfica?

b. ¿Cuál es la tasa unitaria del costo por libra?

c. Escribe una ecuación para representar estos datos.

d. ¿Qué par ordenado representa la tasa unitaria, y qué significa?

e. ¿Qué significa el par ordenado $(2, 16)$ en el contexto de este problema?

f. Si pudieras gastar $\$10.00$ en champiñones, ¿cuántas libras podrías comprar?

g. ¿Cuál sería el costo de 30 libras de champiñones?

Resumen de la lección

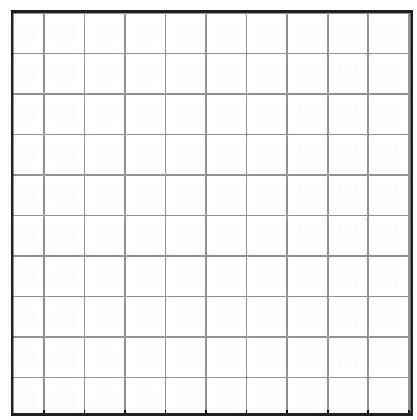
Las relaciones proporcionales pueden ser representadas usando gráficas, tablas, ecuaciones, diagramas y descripciones orales.

En una relación proporcional que surge de razones y tasas que involucran fracciones, *la gráfica* muestra, visualmente, *todos los valores* de la relación proporcional, especialmente las cantidades que caen entre los valores enteros.

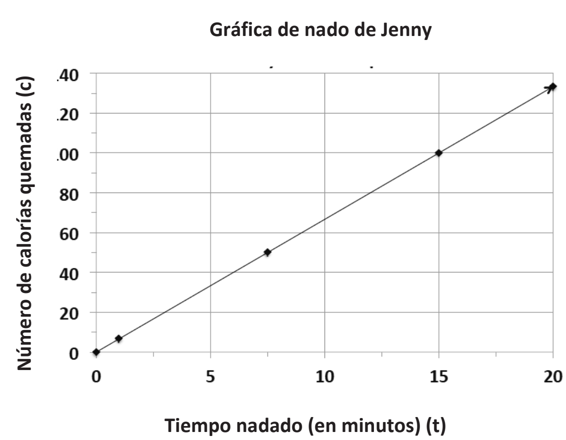
Grupo de problemas

1. Es responsabilidad de los estudiantes proveer bebidas y bocadillos para la recepción de iniciación del Junior Beta Club. A Susan y Myra se les pidió proveer el ponche para los 100 estudiantes y familiares que asistirán al evento. La siguiente tabla ayudará a Susan y a Myra a determinar la proporción de jugo de arándano a agua mineral que se necesita para hacer el ponche. Completa la tabla, grafica los datos y escribe la ecuación que muestra esta relación proporcional.

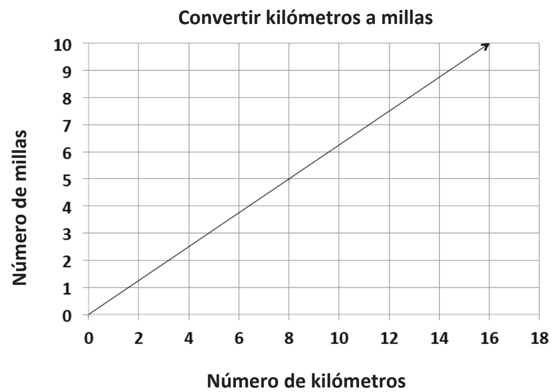
Agua mineral (S, en tazas)	**Jugo de arándano (C, en tazas)**
1	$\frac{4}{5}$
5	4
8	
12	$9\frac{3}{5}$
	40
100	



2. Jenny es miembro de un equipo de natación de verano.
   a. Usando la gráfica, determina cuántas calorías quema en un minuto.
   b. Usa la gráfica para determinar la ecuación que representa el número de calorías que Jenny quema dentro de un número de minutos determinado.
   c. ¿Cuánto tiempo le llevará quemar un smoothie de 480 calorías que ella desayunó?



3. Las estudiantes de una clase de geografía quieren determinar las distancias entre ciudades en Europa. El mapa da las distancias en kilómetros. Las estudiantes quieren determinar el número de millas entre ciudades para comparar las distancias con una unidad de medida con la cual están familiarizados. La siguiente gráfica muestra la relación entre un número dado de kilómetros y el correspondiente número de millas.



a. Encuentra la constante de proporcionalidad o la tasa de millas por kilómetro, para este problema, y escribe la ecuación que representa la relación.
b. ¿Cuál es la distancia en kilómetros entre ciudades que están a 5 millas de distancia?
c. Describe los pasos que seguirías para determinar la distancia en millas entre dos ciudades que están a 200 kilómetros de distancia.

4. Durante las vacaciones de verano, Lydie pasó tiempo con su abuela recolectando moras. Decidieron hacer mermelada de moras para su familia. Su abuela dijo que hay que cocinar las moras hasta que se conviertan en jugo y después combinar el jugo con otros ingredientes para hacer la mermelada.

a. Usa la siguiente tabla para determinar la constante de proporcionalidad de tazas de jugo a tazas de moras.

Tazas de moras	Tazas de jugo
0	0
4	$1\frac{1}{3}$
8	$2\frac{2}{3}$
12	
	8

b. Escribe una ecuación que representa la relación entre el número de tazas de moras y el número de tazas de jugo.
c. ¿Cuántas tazas de jugo fueron hechas a partir de 12 tazas de moras? ¿Cuántas tazas de moras se necesitan para hacer 8 tazas de jugo?

Lección 16: Relacionar dibujos a escala con relaciones y tasas

Trabajo en clase

Ejercicio inicial: ¿Puedes descifrar cuál es la imagen?

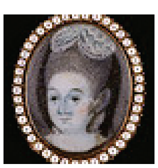
1.

2.

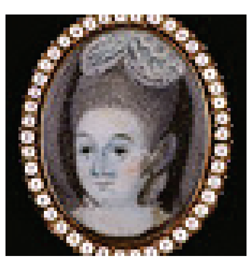
Ejemplo 1

Para los siguientes problemas, (a) es la imagen original, y (b) es el dibujo. ¿Es el dibujo a escala una ampliación o una reducción de la imagen original?

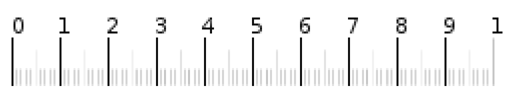
1. a.



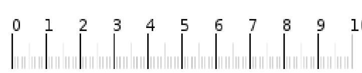
b.



2. a.



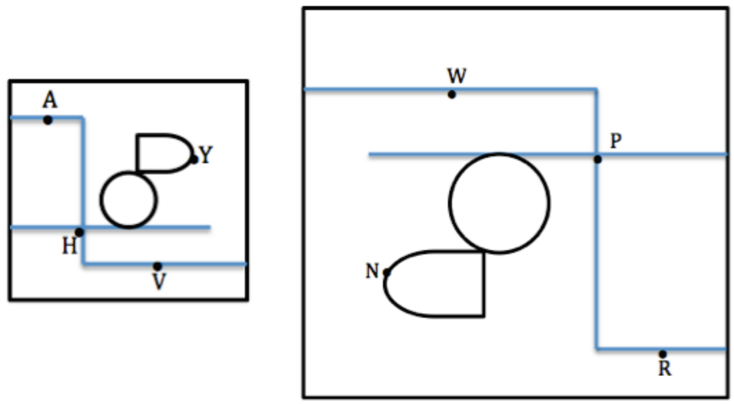
b.



DIBUJO A ESCALA: Una imagen bidimensional reducida o ampliada de una imagen bidimensional original.

Ejemplo 2

La familia de Derek hizo un viaje de un día a un jardín público moderno. Derek vio que su mapa del parque era una reducción del mapa ubicado a la entrada del parque. Los puntos representan la ubicación de plantas raras. El siguiente diagrama es la vista superior de cómo Derek sostenía el mapa mientras observaba el mapa publicado.

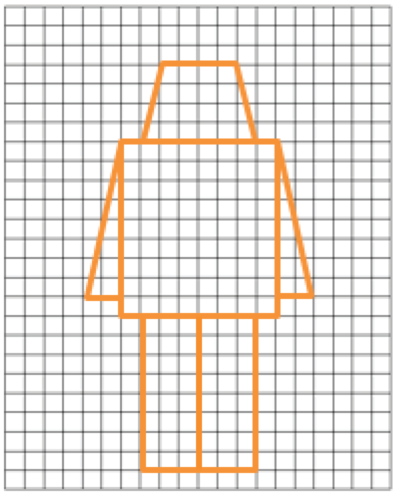


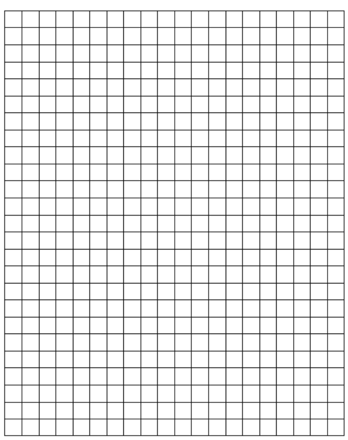
¿Cuáles son los puntos correspondientes de los dibujos a escala de los mapas?

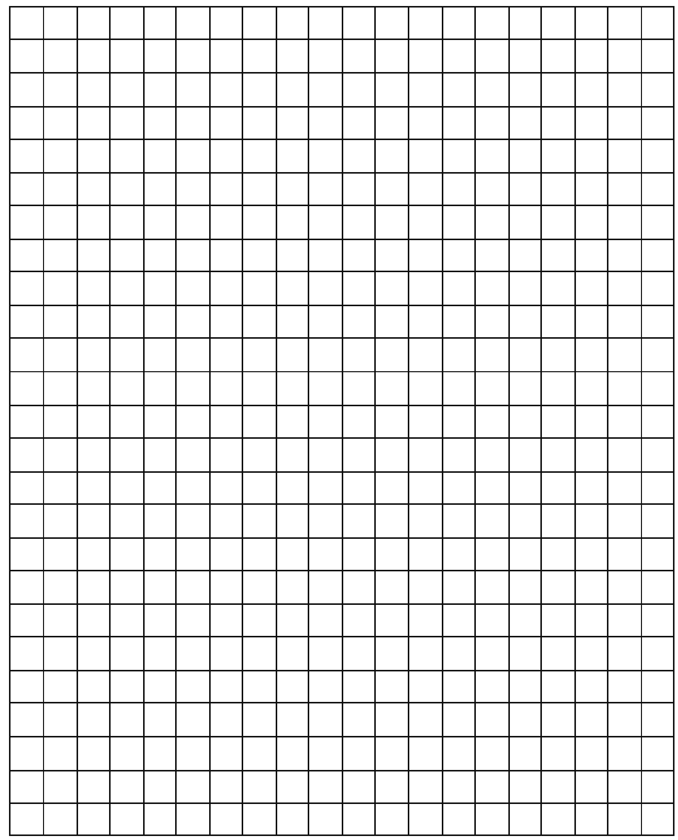
Punto A a _________ Punto V a ____________ Punto H a ____________ Punto Y a ____________

Desafío de exploratorio

Elabora dibujos a escala de tus propios robots modernos usando las cuadrículas proporcionadas.

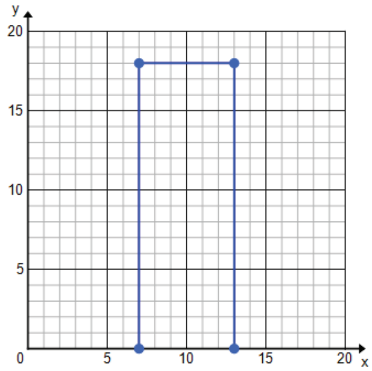


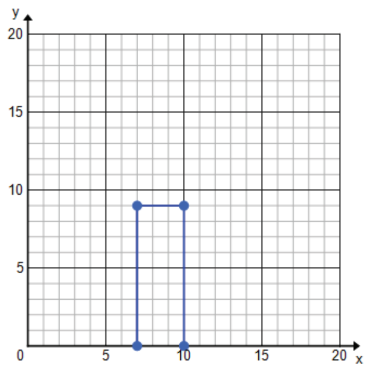




Ejemplo 3

Celeste dibujó un bosquejo de un edificio para un diagrama que estaba haciendo y después dibujó otro que imitaba su dibujo original. Determina las coordenadas de los vértices y llena la tabla.



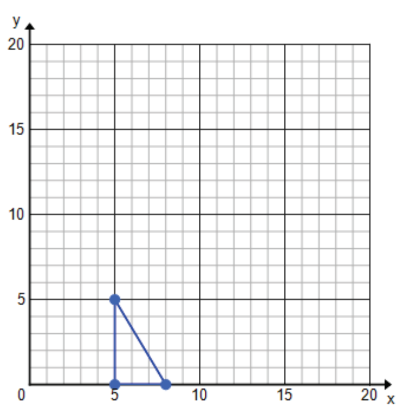


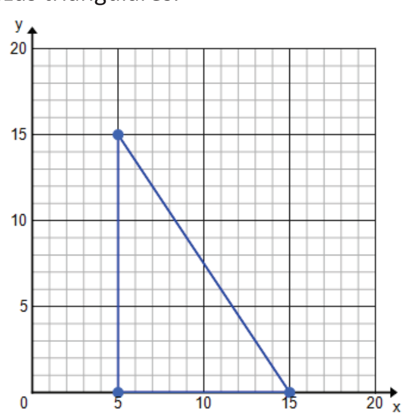
	Altura	Longitud
Dibujo original		
Segundo Dibujo		

Notas:

Ejercicio

Luca dibujó y recortó un triángulo rectángulo pequeño para una pieza de mosaico que está elaborado para la clase de arte. A su madre le gustó la pieza de mosaico y le preguntó si podía crear una más grande para la sala de estar. Luca hizo un segundo modelo para sus piezas triangulares.





	Altura	Ancho
Imagen original		
Segunda imagen		

a. Completa la tabla. ¿Existe una constante de proporcionalidad? Si es así, ¿cuál es? Si no lo es, explica.

b. ¿El mosaico ampliado de Luca es un dibujo a escala de la primera imagen? Explica por qué sí o por qué no.

Resumen de la lección

DIBUJO A ESCALA Y FACTOR DE ESCALA: Para dos figuras en el plano, S y S', S' se dice que es el *dibujo a escala* de S con un *factor de escala* r si existe una correspondencia uno es a uno entre S y S' de manera que, bajo la unión de correspondencia uno es a uno, la distancia $|PQ|$ entre cualquier par de puntos P y Q de S se relaciona con la distancia $|P'Q'|$ entre los puntos correspondientes P' y Q' de S' por $|P'Q'| = r|PQ|$).

Un dibujo a escala es una *ampliación o aumento* de otra figura si el diagrama a escala es mayor que la imagen original, es decir, si $r > 1$.

Un diagrama a escala es una *reducción* de otra figura si el dibujo a escala es menor que la imagen original, es decir, si $0 < r < 1$.

Grupo de problemas

Para los problemas 1-3, identifica si el dibujo a escala es una reducción o una ampliación de la imagen original.

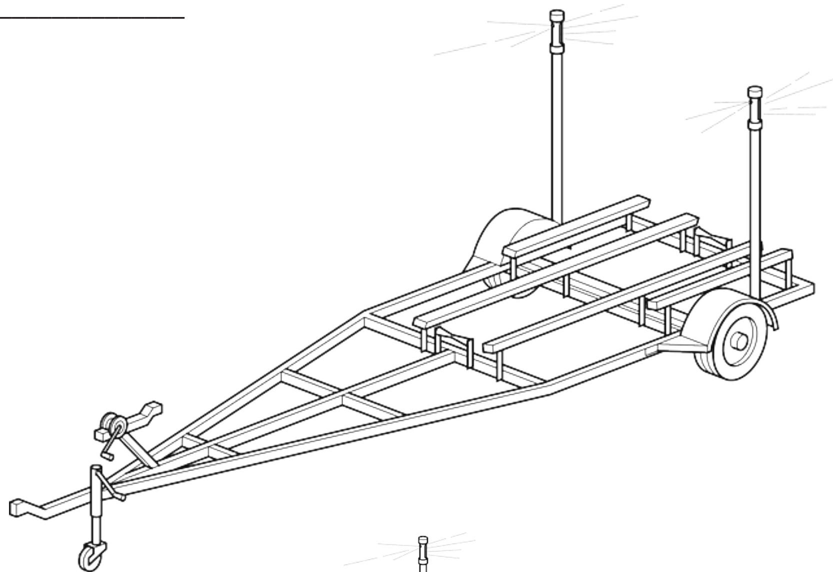
1. ______________________________

a. Imagen original

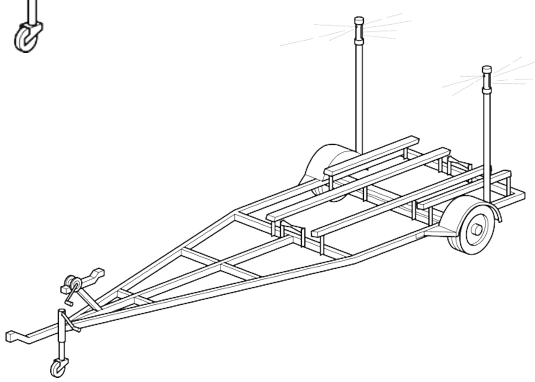
b. Dibujo a escala

2. ______________________________

a. Imagen real



b. Dibujo a escala

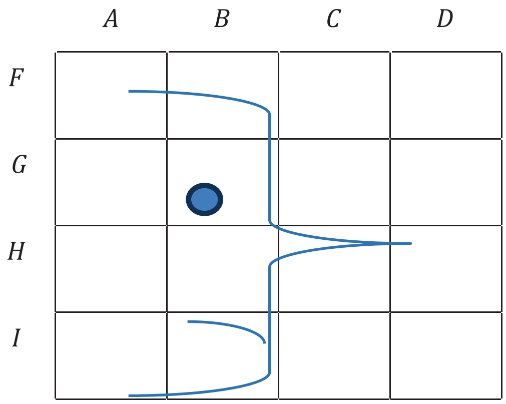


3. ____________________________

a. Imagen original

b. Dibujo a escala

4. Con la cuadrícula y la imagen abstracta de una cara, responde las siguientes preguntas:



a. ¿Dónde está el ojo en la cuadrícula?

b. ¿Qué se encuentra en DH?

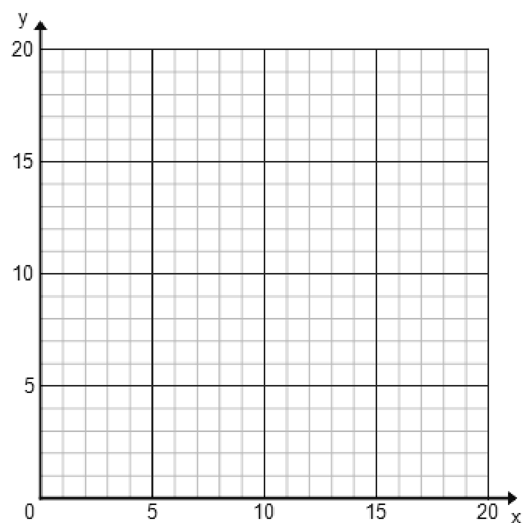
c. ¿En qué parte del cuadro BI se encuentra la barbilla?

5. Usa la gráfica en blanco proporcionada para marcar los puntos y decidir si los pasteles rectangulares son dibujos a escala entre sí.

Pastel 1: $(5,3)$, $(5,5)$, $(11,3)$, $(11,5)$

Pastel 2: $(1,6)$, $(1,12)$, $(13,12)$, $(13,6)$

¿Cómo lo sabes?



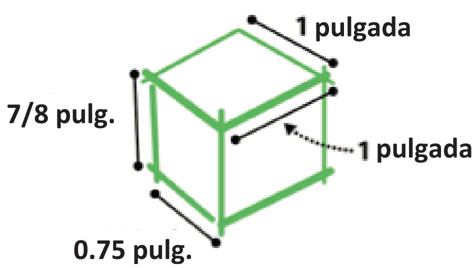
Lección 17: La tasa unitaria como factor de escala

Trabajo en clase

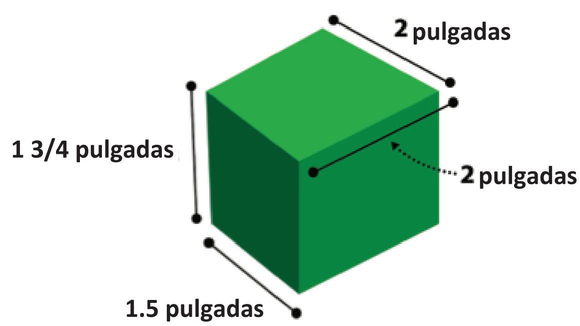
Ejemplo 1: El icono de Jake

Jake creó un juego simple en su computadora y lo compartió con sus amigos para jugarlo. Quedaron enganchados instantáneamente, y su juego se popularizó tan rápidamente, que Jake quiso crear un icono distintivo para que los jugadores puedan identificar fácilmente el juego. Él hizo un dibujo simple. A partir del dibujo, creó pegatinas para promocionar su juego, pero Jake no estaba muy seguro sobre si las pegatinas eran proporcionales al dibujo original.

Boceto original:



Pegatina:



Pasos para comprobar la proporcionalidad del dibujo a escala y el objeto o dibujo original:

1.

2.

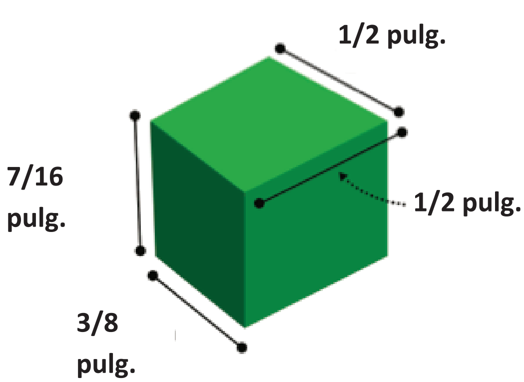
3.

Idea principal:

El *factor de escala* puede calcularse a partir de la razón de cualquier longitud en el dibujo a escala en relación a su longitud correspondiente en el dibujo real. El factor de escala corresponde con la tasa unitaria y la constante de proporcionalidad.

Escalar por factores *mayores a* 1 amplía el segmento, y escalar por factores *menores a* 1 reduce el segmento.

Ejercicio 1: Icono de la aplicación



Ejemplo 2

Usa un factor de escala de 3 para crear un dibujo a escala del siguiente dibujo.

Ilustración de la bandera de Colombia:

Ejercicio 2

Factor de escala $= \frac{1}{2}$

Ilustración de la bandera de Colombia:

Dibujo y notas:

Ejemplo 3

Tu familia se tomó un retrato familiar recientemente. Tu tía te pidió que tomes una foto del retrato usando tu teléfono y que se la mandes. Si el retrato original mide 3 pies por 3 pies, y el factor de escala es $\frac{1}{18}$, dibuja el dibujo a escala que sería del tamaño del retrato en tu teléfono.

Dibujo y notas:

Ejercicio 3

John le está construyendo a su hija una casa de muñecas que es un modelo en miniatura de su casa. El frente de su casa tiene una ventana circular con un diámetro de 5 pies. Si el factor de escala para la casa modelo es $\frac{1}{30}$, haz un dibujo de la ventana circular de la casa de muñecas.

Grupo de problemas

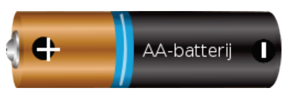
1. Giovanni fue en el verano a Los Ángeles, California, para visitar a sus primos. Usó un mapa de las rutas del autobús para llegar desde el aeropuerto hasta la casa de su primo. La distancia desde el aeropuerto hasta la casa de su primo es de 56 km. En su mapa, la distancia es 4 cm. ¿Cuál es el factor a escala?

2. Nicole está en campaña para ser presidente de la escuela. Su mejor amiga diseñó el cartel de su campaña, que mide 3 pies por 2 pies. A Nicole le gustó tanto el afiche, que reprodujo el trabajo en botones rectangulares que miden 2 pulgadas por $1\frac{1}{3}$ pulgadas. ¿Cuál es el factor a escala?

3. Encuentra los factores de escala usando los dibujos a escala dados y las siguientes medidas.

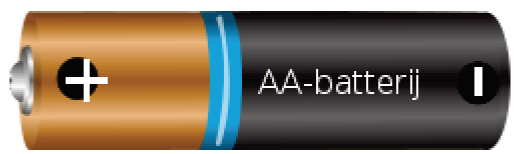
   Factor de escala: ___________________________

Imagen real



3 cm

Dibujo a escala

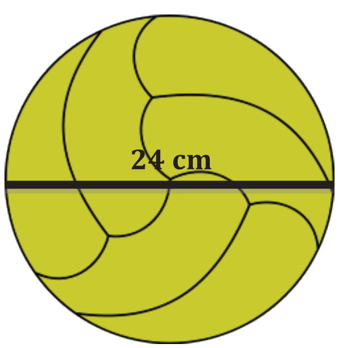


5 cm

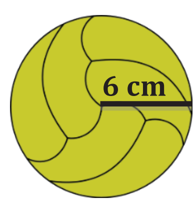
4. Encuentra los factores de escala usando los dibujos a escala dados y las siguientes medidas.

   Factor de escala: ___________________________

Imagen real

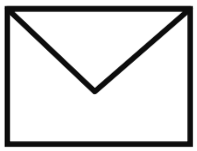


Dibujo a escala



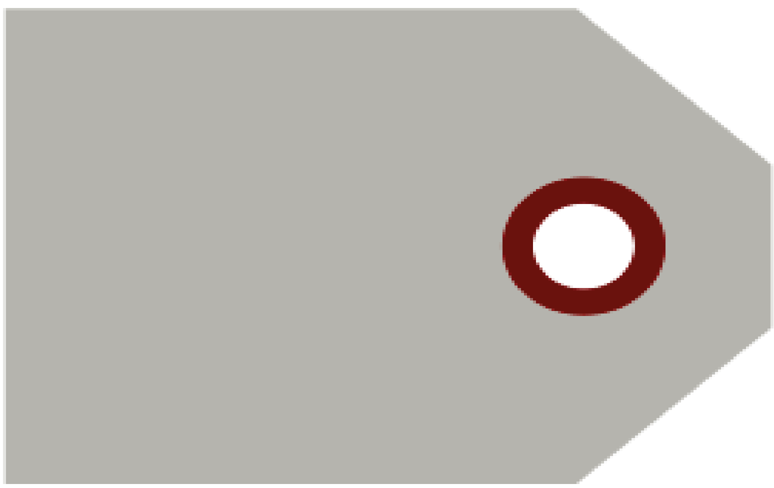
5. Usando el factor de escala que se indica, haz un dibujo a escala a partir de las imágenes reales en pulgadas:

   a. Factor de escala: 3



1 in.

   b. Factor de escala: $\frac{3}{4}$



6. A Hayden le gusta construir barcos a control remoto con su papá. Una de las velas, con forma de triángulo rectángulo, tiene lados que miden 6 pulgadas, 8 pulgadas y 10 pulgadas. Para registrar su actividad, Hayden crea y colecciona dibujos de todos los barcos que ella y su papá han construido. Usando el factor de escala de $\frac{1}{4}$, haz un dibujo a escala de la vela.

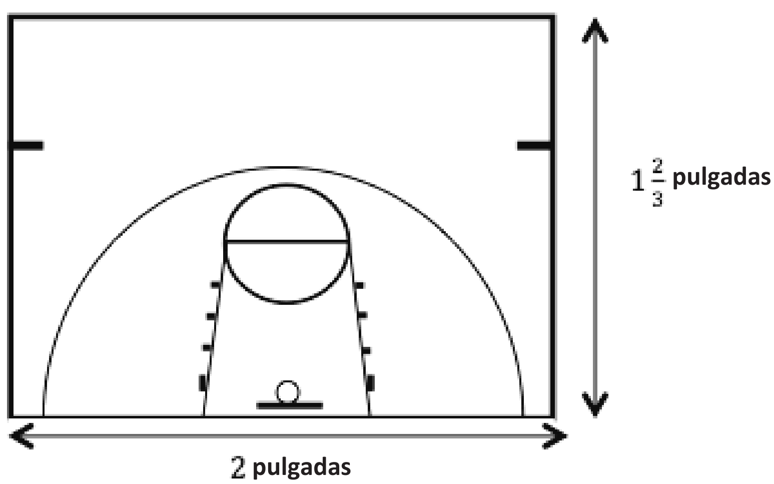
Lección 18: Calcular longitudes reales a partir de un dibujo a escala

Trabajo en clase

Ejemplo 1: ¿Baloncesto en el receso?

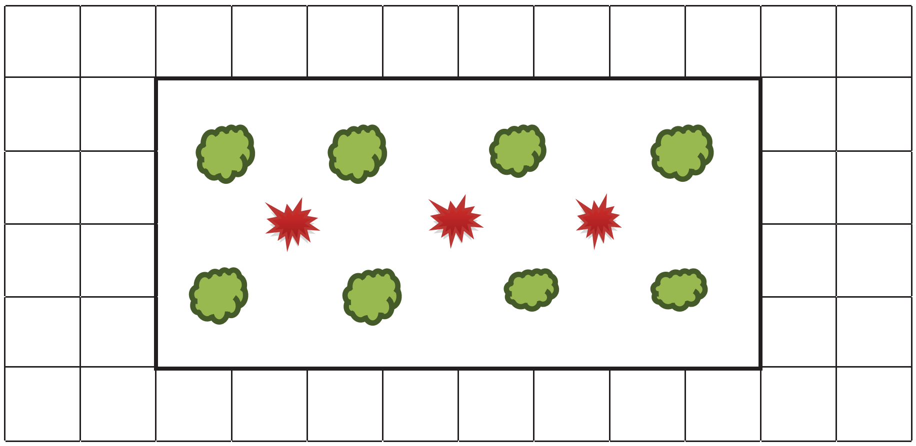
Vicente propone al gobierno estudiantil instalar una canasta de baloncesto y una cancha marcada con todas las líneas en su escuela para que los estudiantes la usen en el recreo. Él presenta un plan con un diseño para instalar media cancha como se muestra a continuación. Después de platicarlo con la administración de la escuela, se le dice que será aprobada si cabe en el terreno baldío que mide 25 pies por 75 pies en la propiedad de la escuela. ¿El lote será lo suficientemente grande para la cancha que diseñó? Explica.

Dibujo a escala: 1 pulgada en el dibujo corresponde a 15 pies de longitud real.



Ejemplo 2

El diagrama mostrado representa al jardín. La escala es 1 centímetro por cada 20 metros. Cada cuadrado en las medidas del dibujo mide 1 cm por 1 cm. Encuentra la longitud y el ancho real del jardín basándote en el dibujo dado.



Ejemplo 3

Una diseñadora gráfica está creando un anuncio para una tableta. Ella necesita ampliar la imagen que se da aquí para que 0.25 pulgadas en la escala de la imagen correspondan a 1 pulgada del anuncio real. ¿Cuál será la longitud y el ancho de la tableta en el anuncio?

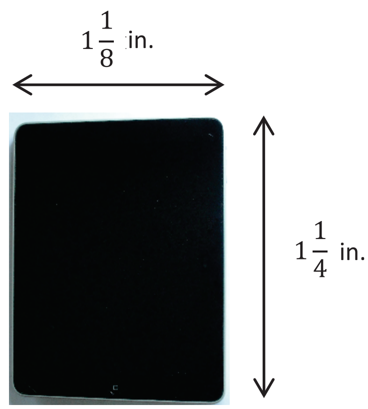
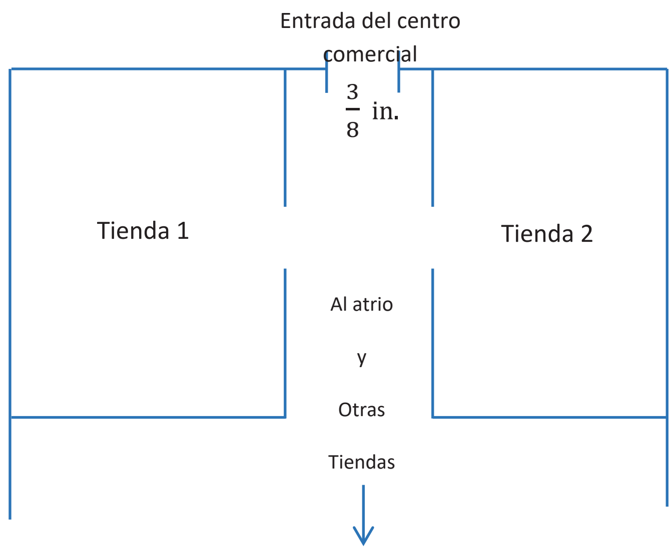


Imagen a escala de tableta

Ejercicio

Los estudiantes de escuela secundaria van a presentar una de sus obras de su próximo musical en el atrio del centro comercial. Los estudiantes quieren llevar un poco de su equipo para que el público pueda tener una mejor experiencia de la producción. El telón de fondo que quieren llevar tiene paneles que miden 10 pies por 10 pies. Los estudiantes no están seguros de si van a ser capaces de meter estos paneles en la entrada del centro comercial ya que los paneles deben ser transportados acostados (horizontalmente). Obtienen una copia del plano de la planta del centro comercial, se muestra a continuación, en la oficina de planificación de la ciudad. Utiliza este diagrama para decidir si los paneles podrán pasar por la entrada. Usa una regla para medir.



Escala:

$\frac{1}{8}$ pulgada en el dibujo representa $4\frac{1}{2}$ pies de la longitud real.

Responde las siguientes preguntas.

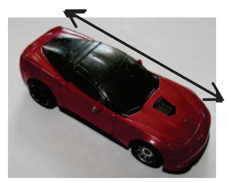
a. Encuentra la distancia real de la entrada del centro comercial y determina si los paneles podrán pasar.

b. ¿Cuál es el factor a escala? ¿Qué nos dice?

Grupo de problemas

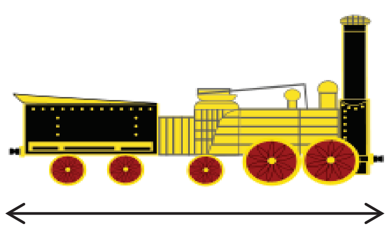
1. Una empresa de juguetes está rediseñando su empaque para un modelo de coches. El equipo de diseño gráfico tiene que tomar la antigua imagen que se muestra a continuación y cambiar su tamaño para que $\frac{1}{2}$ pulgada en el antiguo empaque represente $\frac{1}{3}$ pulgada en el nuevo empaque. Encuentra la longitud de la imagen en el nuevo empaque.

   La longitud de la imagen del coche en el antiguo empaque mide 2 pulgadas.



2. La ciudad de San Luis esta creando un cartel de bienvenida en una valla publicitaria espectacular para los visitantes que entran a la ciudad. La siguiente imagen necesita ser ampliada para que $\frac{1}{2}$ pulgada represente 7 pies en la valla real. ¿Cabrá en una valla que mide 14 pies de altura?

3. Tu mamá está volviendo a pintar la habitación de tu hermano menor. Ella va a proyectar la imagen que se muestra a continuación en la pared para que pueda pintar una versión ampliada como un mural. Usa la regla para determinar la longitud de la imagen del tren. Entonces, determina qué tan largo será el mural si el proyector utiliza una escala donde 1 pulgada de la imagen representa $2\frac{1}{2}$ pies en la pared.



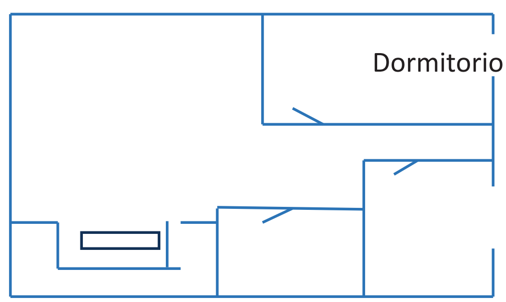
4. Se hace un modelo de un rascacielos donde 1 pulgada representa 75 pies. ¿Cuál es la altura real del edificio si la altura del modelo es $18\frac{3}{5}$ pulgadas?

5. La compañía de retratos que toma fotos de equipos de la liga menor de béisbol está ofreciendo una opción donde un retrato de tu equipo de béisbol se puede ampliar para utilizarse como una calcomanía de pared (pegatina). Tu altura en el retrato mide $3\frac{1}{2}$ pulgadas. Si la empresa utiliza una escala donde 1 pulgada en el retrato representa 20 pulgadas en la calcomanía de pared, encuentra la altura de la calcomanía de pared. Tu altura real es 55 pulgadas. Si estás parado al lado de la calcomanía de pared, ¿será más alta o más baja que tú?

6. El patrocinador de una carrera/caminata de $5K$ a beneficencia desea crear una estampa de su valla publicitaria para conmemorar el evento. Si el patrocinador utiliza una escala donde 1 pulgadas representan 4 pies y la valla es un rectángulo con un ancho de 14 pies y una longitud de 48 pies, ¿cuál será la forma y el tamaño de la estampa?

7. Daniel esta creando un dibujo a escala de su habitación. La habitación rectangular mide $20\frac{1}{2}$ ft. por 25 ft. Si su dibujo utiliza la escala donde 1 pulgada representa 2 pies de la habitación real, ¿su dibujo cabrá en un pedazo de papel de $8\frac{1}{2}$ in. por 11 in.?

8. Un modelo de un apartamento se muestra a continuación donde $\frac{1}{4}$ pulgada representa 4 pies en el apartamento real. Usa una regla para medir el dibujo y encontrar la longitud y el ancho real del dormitorio.



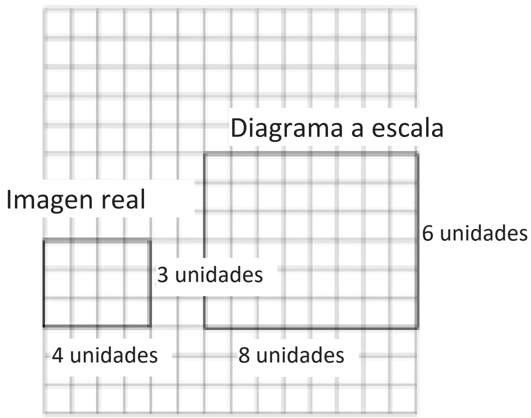
Lección 19: Calcular áreas reales a partir de un dibujo a escala

Trabajo en clase

Ejemplos 1–3: Explorar las relaciones de área

Usa los siguientes diagramas para encontrar el factor de escala y luego encontrar el área de cada figura.

Ejemplo 1



Factor de escala: _________

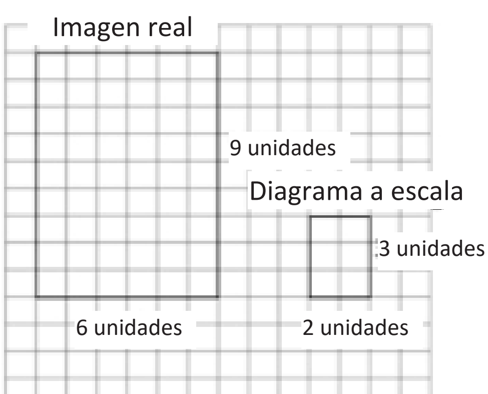
Área real = ______________

Área de dibujo a escala = ________________

Valor de la razón del área del dibujo a escala al

Área real: _________

Ejemplo 2



Factor de escala: _________

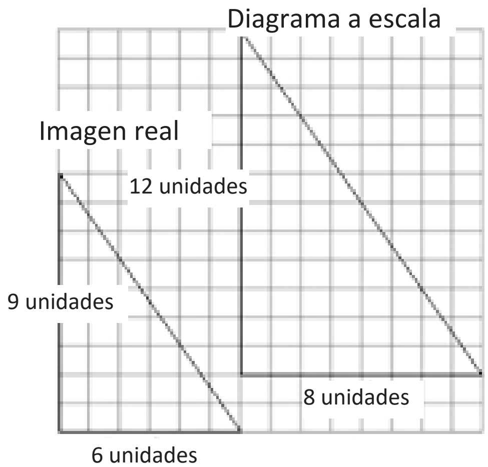
Área real = ______________

Área del dibujo a escala = ________________

Valor de la razón del Área del dibujo a escala al

Área real: _________

Ejemplo 3



Factor de escala: _________

Área real = ______________

Área del dibujo a escala = ________________

Valor de la razón del Área del dibujo a escala al Área real: _________

Resultados: ¿Qué notas acerca de la razón de las áreas en los Ejemplos 1-3? Completa las siguientes afirmaciones.

Cuando el factor de escala de los lados era 2, entonces el valor de la razón de las áreas era _____________.

Cuando el factor de escala de los lados era $\frac{1}{3}$, entonces el valor de la razón de las áreas era _____________.

Cuando el factor de escala de los lados era $\frac{4}{3}$, entonces el valor de la razón de las áreas era _____________.

Basado en estas observaciones, ¿qué conclusión pueden sacar acerca del factor de escala y el área?

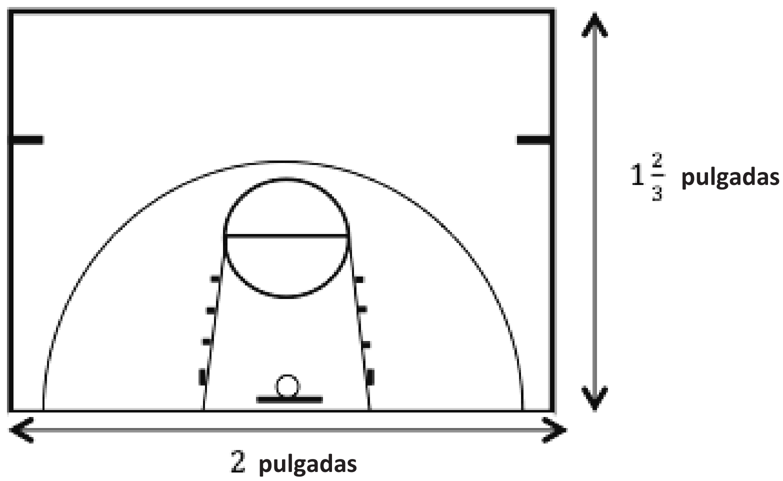
Si el factor de escala de los lados es r, entonces la relación de las áreas es ___________________.

Ejemplo 4: ¡Dijeron que sí!

Al gobierno estudiantil le gustó tu plan de una media cancha de baloncesto. Te han pedido que calcules el área real de la cancha para que puedan calcular el costo del proyecto.

Basándote en el siguiente dibujo, ¿cuál será el área de la media cancha planificada?

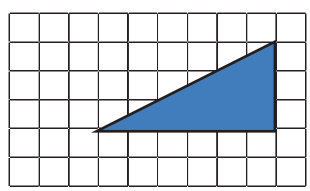
Dibujo escala: 1 pulgada en el dibujo se corresponde a 15 pies de longitud real.



¿Refleja el área real que encontraste los resultados que encontraste de los Ejemplos 1 - 3? Explica cómo lo sabes.

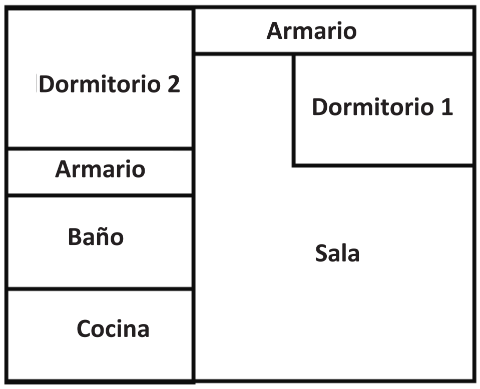
Ejercicios

1. El triángulo representado por el dibujo tiene un área real de 36 unidades cuadradas. ¿Cuál es la escala del dibujo? (Nota: Cada cuadrado en la cuadrícula tiene una longitud de 1 unidad.)



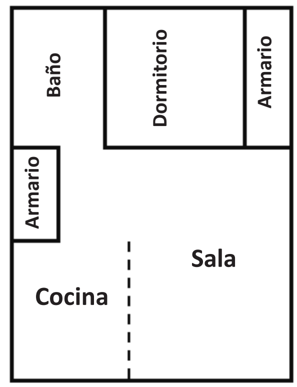
2. Usa los dibujos a escala de dos apartamentos diferentes para responder las preguntas. Usa una regla para medir.

Apartamento suburbano



Escala: 1 pulgada en un dibujo a escala corresponde a 12 pies en el apartamento real.

Apartamento en la ciudad



Escala: 1 pulgada en un dibujo a escala corresponde a 16 pies en el apartamento real.

a. Encuentra el área del dibujo a escala para ambos apartamentos, y luego úsala para encontrar el área real de ambos apartamentos.

b. ¿Qué apartamento tiene armarios con más pies cuadrados? Justifica tu razonamiento.

c. ¿Cuál apartamento tiene el baño más grande? Justifica tu razonamiento.

d. Un alquiler de un año para el apartamento suburbano cuesta $\$750$ por mes. Un alquiler de un año para el apartamento de la ciudad cuesta $\$925$. ¿Cuál apartamento ofrece el mayor valor en términos de costo por pie cuadrado?

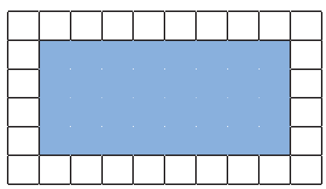
Resumen de la lección

Considerando el factor de escala, r, que representa la relación entre la longitud del dibujo a escala y la longitud real r^2 representa la relación entre el área del dibujo a escala y el área real.

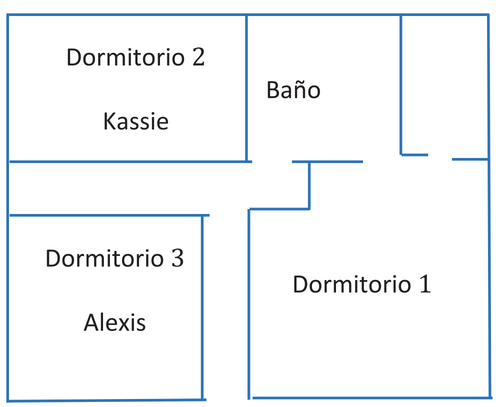
Por ejemplo, si 1 pulgada en el dibujo a escala representan 4 pulgadas de longitud real, entonces el factor de escala,r, es $\frac{1}{4}$. En el mismo dibujo, 1 pulgada cuadrada del área del dibujo a escala representaría 16 pulgadas cuadradas del área real puesto que r^2 es $\frac{1}{16}$.

Grupo de problemas

1. El rectángulo sombreado que se muestra es un dibujo a escala de un rectángulo cuya área es de 288 pies cuadrados. ¿Cuál es el factor de escala del dibujo? (Nota: Cada cuadro en la cuadrícula tiene una longitud de 1 unidad.)



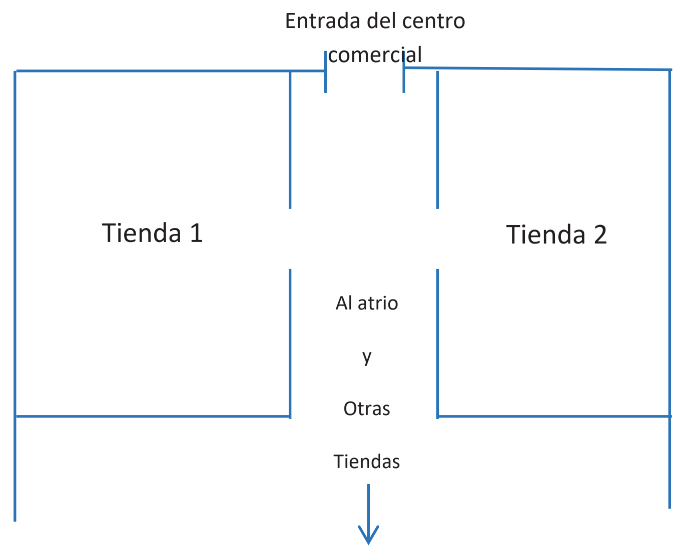
2. A continuación se muestra un plano para una casa donde $\frac{1}{2}$ pulgada corresponde a 6 pies para la casa real. El dormitorio 2 pertenece a Kassie, de 13 años de edad, y el dormitorio 3 pertenece a Alexis de 9 años de edad. Kassie reclama que a su hermana más pequeña, Alexis, le dieron el dormitorio más grande. ¿Tiene razón? Explique.



3. En el plano del centro comercial, $\frac{1}{4}$ de pulgada representa 3 pies en la tienda real.

   a. Encuentra el área real de la Tienda 1 y la Tienda 2.

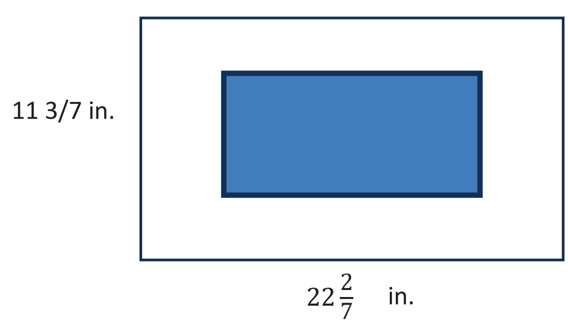
   b. En el centro del atrio, hay una fuente de agua circular que tiene un área de $\left(\frac{9}{64}\right)\pi$ pulgadas cuadradas en el dibujo. Encuentra el área real en pies cuadrados.



4. El club invernadero está comprando semillas para el césped en el patio de la escuela. El club necesita determinar la cantidad que debe comprar. Desafortunadamente, el club se reúne después de la escuela, y los estudiantes no pueden encontrar un custodio para abrir la puerta. Anthony sugiere que simplemente usen su mapa de la escuela para calcular el área que se deberá sembrar. Él mide el área rectangular en el mapa y encuentra que la longitud es de 10 pulgadas y el ancho es de 6 pulgadas. El mapa indica una escala de 1 pulgada que representa 7 pies en el patio real. ¿Cuál es el área real en pies cuadrados?

5. La compañía que instala la nueva piscina en el suelo en tu patio te ha dado el dibujo a escala que se muestra a continuación. Si el dibujo usa una escala de 1 pulgada a $1\frac{3}{4}$ pies, calcula la cantidad total de espacio bidimensional necesario para la piscina y su patio alrededor.

Dibujo de piscina y patio



Lección 20: Un ejercicio para crear un dibujo a escala

Trabajo en clase

Hoy van a aplicar lo que saben sobre dibujos a escala para crear un plano de lo que ustedes considerarían ser el salón de clases de sus sueños.

Desafío de exploratorio: Su salón de clases ideal

Pautas

Tomar medidas: Todos los estudiantes trabajarán con el perímetro del salón de clases, así como el de las puertas y las ventanas. Dele a los estudiantes las dimensiones del salón. Instruya a los estudiantes que usen la tabla para anotar las medidas.

Crear tu salón de clases ideal y usar el catálogo para elegir los muebles: Los estudiantes comentarán con su compañero cómo sería su salón de clases ideal y elegir los muebles del catálogo. Los estudiantes deberán anotar las medidas en la tabla que se les proporciona.

Determinar la escala y calcular la longitud y el ancho del dibujo a escala: Cada pareja de estudiantes decidirá su propia escala. Deberán incluir el cálculo de la longitud, el ancho y el área del dibujo a escala.

Dibujo a escala: Usando una regla y la longitud de la escala como referencia, los estudiantes harán un dibujo a escala que incluye puertas, ventanas y muebles.

Medidas

	Perímetro del salón de clases	Ventanas	Puerta	Otros muebles					
Longitud real:									
Ancho:									
Longitud de dibujo a escala:									
Ancho:									

Escala: ___________________

Boceto original: Usa este espacio para dibujar el perímetro, dibujar tus ideas y juegar con la ubicación de los muebles.

Dibujo a escala: Usa una regla y la longitud de la escala como referencia para hacer un dibujo a escala que incluya puertas, ventanas y muebles.

Área

	Salón de clases					
Área real (ft^2):						
Área de dibujo a escala (in^2):						

Resumen de la lección

Proceso del dibujo a escala:

1. Mide cuidadosamente longitudes y anchos con una regla o una cinta de medir. Anota las medidas en una tabla organizada.
2. Calcula la longitud, el ancho y el área del dibujo a escala usando los conocimientos adquiridos en la lección anterior.
3. Calcula las áreas reales.
4. Comienza por el dibujo del perímetro, ventanas y puertas.
5. Prosigue con el dibujo de los muebles, anota la ubicación de los objetos (distancia de la pared más cercana).
6. Comprueba qué tan lógicas son tus medidas y cálculos.

Grupo de problemas

Diseñador de interiores:

¡Ganaste un lugar en un famoso programa de televisión sobre diseño de interiores! Los diseñadores trabajarán contigo y los muebles que tienes para rediseñar la habitación que tú quieras. Tu trabajo es hacer un dibujo a escala de la habitación y los muebles, vistos desde arriba.

- Con un factor de escala de $\frac{1}{24}$, haz un dibujo a escala de tu cuarto o la habitación de tu casa que prefieras, sobre una hoja cuadriculada de 8.5×11pulgadas.
- Incluye el perímetro del cuarto, las ventanas, las puertas y tres o más muebles (como mesas, escritorios, cómodas, sillas, cama, sofá, otomana, etc.).
- Usa la tabla para anotar las longitudes e incluye cálculos de las áreas.
- Haz muebles “movedizos”: duplica tu dibujo a escala y recorta los muebles.
- Haz un “antes” y “después” para ayudarte a decidir la ubicación de los muebles. Tómale una foto al “antes.”
- ¿Qué cambió en el plano de los muebles?
- ¿Por qué te gusta más el “después” que el “antes”?

	La habitación entera	Ventanas	Puerta	Escritorio/Mesa:	Asientos	Almacén	Cama		
Longitud real:									
Ancho real:									
Longitud de dibujo a escala:									
Ancho de dibujo a escala:									

	Longitud de la habitación entera	Escritorio/ Mesa	Asientos	Almacén	Cama		
Área real (ft^2):							
Área de dibujo a escala (in^2) :							

Lección 21: Un ejercicio para cambiar escalas

Trabajo en clase

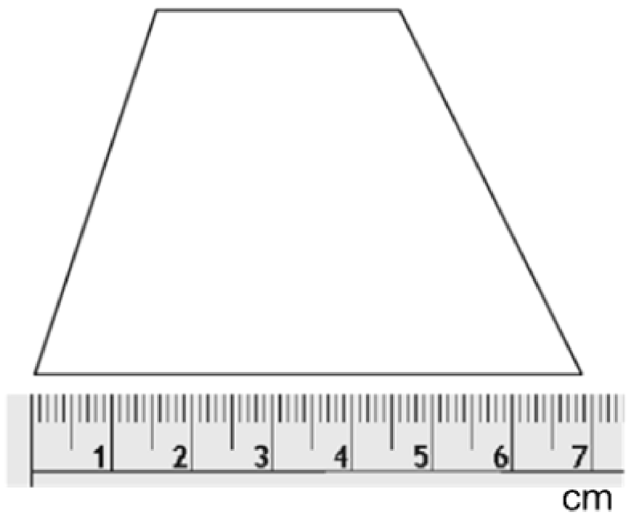
¿De qué forma cambia tu dibujo a escala cuando se presenta un nuevo factor de escala?

Desafío de exploratorio: Un nuevo factor de escala

La escuela planea publicar tu trabajo del salón ideal en el siguiente boletín. Desafortunadamente, para que el dibujo quepa en la página de la revista, su longitud actual debe ser de $\frac{1}{4}$. Crea un nuevo dibujo ($SD2$) en el que todas las longitudes sean $\frac{1}{4}$ en relación a las del dibujo a escala original ($SD1$) de la Lección 20.

Ejercicio

La imagen muestra una ampliación o una reducción de un dibujo a escala de un trapezoide.



Usando el factor de escala escrito en la tarjeta que elegiste, dibuja tu nuevo dibujo a escala con las medidas calculadas correctamente.

a. ¿Cuál es el factor de escala entre el dibujo a escala original y el que tú dibujaste?

b. La longitud de la base más larga del trapecio real es 10 cm. ¿Cuál es el factor de escala entre el dibujo a escala original y el trapecio real?

c. ¿Cuál es el factor de escala entre el nuevo dibujo a escala que dibujaste y el trapecio real?

Cambiar los factores de escala:

- Para producir un dibujo a escala en una escala diferente, debes determinar el nuevo factor de escala. El nuevo factor de escala se encuentra dividiendo el factor de escala diferente (el nuevo dibujo) entre el factor de escala original.
- Para encontrar cada una de las longitudes nuevas, puedes multiplicar cada longitud en el dibujo a escala original por este nuevo factor de escala.

Pasos:

- Encuentra cada factor de escala.
- Divide el nuevo factor de escala entre el factor de escala original.
- Divide la longitud dada entre el nuevo factor de escala (el cociente del paso anterior).

Resumen de la lección

Las variaciones de los dibujos a escala con distintos factores de escala son dibujos a escala de un dibujo a escala original.

A partir de un dibujo a escala en una escala diferente, el factor de escala para el dibujo a escala original puede calcularse sin información sobre el objeto, figura o imagen real.

- Por ejemplo, si el *dibujo a escala uno* tiene un factor de escala de $\frac{1}{24}$ y el *dibujo a escala dos* tiene un factor de escala de $\frac{1}{72}$, entonces, el factor de escala que relaciona el *dibujo a escala dos* con el *dibujo a escala uno* es

$$\frac{1}{72} \text{ to } \frac{1}{24} = \frac{\frac{1}{72}}{\frac{1}{24}} = \frac{1}{72} \cdot \frac{24}{1} = \frac{1}{3}.$$

- *El dibujo a escala dos* tiene longitudes que son $\frac{1}{3}$ el tamaño de las longitudes del *dibujo a escala uno.*

Grupo de problemas

1. Jake lee el siguiente problema: Si el factor de escala original del dibujo a escala de una alberca cuadrada es de $\frac{1}{90}$, y la longitud del dibujo original mide 8 pulgadas, ¿cuál es la longitud del nuevo dibujo a escala si el factor de escala de la longitud del nuevo dibujo a escala en relación a la longitud real es $\frac{1}{144}$?

   Él resuelve el problema:

   8 pulgadas $\div \frac{1}{90} = 720$ pulgadas

   720 pulgadas $\times \frac{1}{144} = 5$ pulgadas

   ¿Tiene razón? Explica por qué sí o por qué no.

2. ¿Cuál es el factor de escala del nuevo dibujo a escala en relación al dibujo a escala original ($SD2$ a $SD1$)?

3. Usando la escala, si la longitud de la alberca mide 10 cm en el nuevo dibujo a escala:

   a. Usando el factor de escala del Problema 1, $\frac{1}{144}$, encuentra la longitud real de la alberca en metros.

   b. ¿Cuál es el área de la superficie del piso de la alberca real? Redondea a la décima más cercana.

   c. Si la alberca tiene una profundidad constante de $1{,}5$metros, ¿cuál es el volumen de la alberca? Redondea a la décima más cercana.

   d. Si 1 metro cúbico de agua es igual a 264.2 galones, ¿cuánta agua podrá contener la piscina cuando esté completamente llena? Redondea a la unidad más cercana.

4. Completa un nuevo dibujo a escala del cuarto de tus sueños del Grupo de problemas de la Lección 20 reduciéndolo en $\frac{1}{4}$ o ampliándolo en 4.

Lección 22: Un ejercicio para cambiar de escalas

Trabajo en clase

Desafío exploratorio: Reflexión sobre los diagramas a escala

Usando el nuevo dibujo a escala de tu dormitorio ideal, haz una lista de las similitudes y diferencias entre este dibujo y el dibujo original completado para la Lección 20.

<u>Similitudes</u> <u>Diferencias</u>

Factor de escala original: ____________________ Nuevo factor de escala: ________________________

¿Cuál es la relación entre estos factores de escala?

Idea principal:

Dos diagramas a escala diferentes de la misma vista superior de una habitación también son dibujos a escala entre sí. En otras palabras, un diagrama a una escala diferente también se puede considerar un diagrama a escala del diagrama a escala original.

Ejemplo 1: Construcción de una banca

Para sorprender a su mamá, Taylor le ayudó a su papá a construir una banca para el porche delantero. El papá de Taylor tenía las instrucciones con diagramas, pero Taylor quería hacer su propia copia. Agrandó su copia para que fuera más fácil de leer. Llena la información que falta usando el siguiente diagrama. Para completar la primera fila de la tabla, escribe el factor de escala de la banca en relación a sí misma, de la banca en relación al diagrama original y de la banca en relación con el diagrama de Taylor. Llena las filas restantes de la misma forma.

Las imágenes de abajo muestran el diagrama de la banca en el diagrama original y el diagrama de la banca de la copia de Taylor, agrandada del diagrama original.

Dibujo original de la banca (vista superior)

2 pulgadas

Dibujo de Taylor (vista superior)

Factor de escala a la banca: 12

6 pulgadas

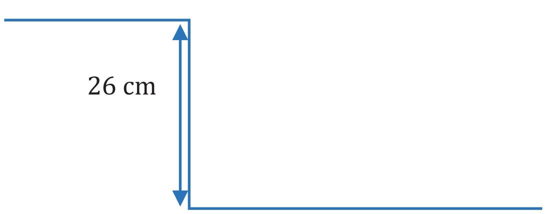
Factores de escala

	Banca	Diagrama original	Diagrama de Taylor
Banca	1		
Diagrama original		1	
Diagrama de Taylor			1

Ejercicio 1

Carmen y Jackie manejaron separadamente a un concierto. Jackie imprimió un mapa de las direcciones en un pedazo de papel antes de conducir y Carmen tomó una foto del mapa de Jackie en su teléfono. El mapa de Carmen tenía un factor de escala de $\frac{1}{563.270}$. Usando las imágenes, ¿cuál es la escala del mapa de Carmen al mapa de Jackie? ¿Cuál era el factor de escala del mapa impreso de Jackie a la distancia real?

Mapa de Jackie



Mapa de Carmen

Ejercicio 2

Ronald recibió un tren de juguete especial por su cumpleaños. En la imagen del tren en el paquete, el vagón tiene las siguientes dimensiones: longitud de $4\frac{5}{16}$ pulgadas; ancho de $1\frac{1}{8}$ pulgadas; y altura de $1\frac{5}{8}$ pulgadas. El vagón de juguete que recibió Ronald tiene las siguientes dimensiones: l es 17.25 pulgadas; w es 4.5 pulgadas; y h es 6.5 pulgadas. Si el vagón real mide 50 pies de largo:

a. Calcula el factor de escala de la imagen en el paquete del vagón de juguete.

b. Calcula el factor de escala de la imagen en el paquete al vagón real.

c. Usa estos dos factores de escala para calcular el factor de escala entre el vagón de juguete y el vagón real.

d. ¿Cuál es el ancho y la altura del vagón real?

Resumen de la lección

El diagrama a escala con una escala diferente es un diagrama a escala del diagrama a escala original.

Para encontrar el factor de escala del diagrama original, escribe una relación para comparar una longitud del dibujo original a su longitud real correspondiente del segundo dibujo a escala.

Consulta el ejemplo de abajo donde comparamos la longitud del diagrama a escala original con su longitud real correspondiente del nuevo dibujo a escala:

6 pulgadas representan 12 pies o 0.5 pies representan 12 pies

Esto da una relación equivalente de $\frac{1}{24}$ para el factor de escala del dibujo original.

Dibujo a escala original:

(FE desconocido)

La longitud es de 6 pulgadas en el dibujo

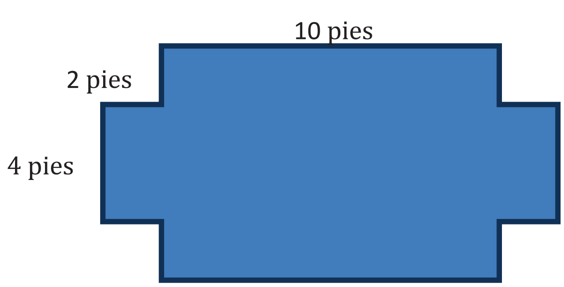
Dibujo con nueva escala (escala diferente)

1 pulgada representa 6 pies

La longitud es de 2 pulgadas en el dibujo o 12 pies de longitud real usando la escala dada

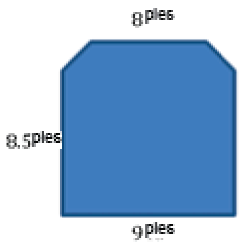
Grupo de problemas

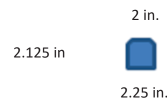
1. Para el diagrama a escala, las longitudes reales están etiquetadas en el dibujo a escala. Mide las longitudes, en centímetros, del dibujo a escala con una regla, y haz un nuevo diagrama a escala con un factor de escala (SD2 a SD1) de $\frac{1}{2}$.



2. Calcula el factor de escala del nuevo diagrama a escala (SD2) al primer diagrama a escala (SD1) usando la información de los diagramas a escala dados.

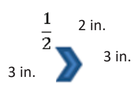
a. Factor de escala original: $\frac{6}{35}$ Nuevo factor de escala: $\frac{1}{280}$

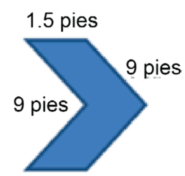




Factor de escala: ______________

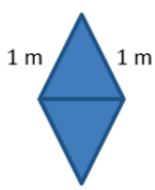
b. Factor de escala original: $\frac{1}{12}$ Nuevo factor de escala: 3

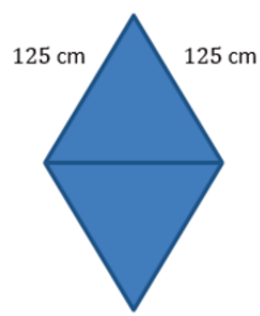




Factor de escala: ________________

c. Factor de escala original: 20 Nuevo factor de escala: 25





Factor de escala: ________________