Una historia de proporciones®

Eureka Math™

6.º grado Módulo 4

Archivo del estudiante_A

Contiene Trabajo en clase y Tareas reproducibles, así como plantillas (que incluyen recortables)

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Impreso en EE. UU.
Este libro puede comprarse directamente en la editorial en eureka-math.org
10 9 8 7 6 5 4 3 2

G6-M4-SFA-1.1.0-07.2017

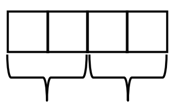
Lección 1: La relación de la suma y la resta

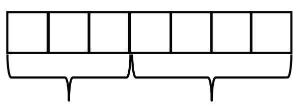
Trabajo en clase

Ejercicio inicial

a. Dibuja un diagrama de cinta para representar la siguiente expresión: $5 + 4$.

b. Escribe una expresión para cada diagrama de cinta.

i. 

ii. 

Ejercicios

1. Predice lo que sucederá cuando un diagrama de cinta tiene un gran número de cuadrados, algunos cuadrados se retiran y luego se agrega la misma cantidad de cuadrados.

2. Construye un diagrama de cinta con 10 cuadrados.

   a. Retira seis cuadrados. Escribe una expresión para representar el diagrama de cinta.

   b. Agrégale seis cuadrados al diagrama de cinta. Altera la expresión original para representar el diagrama de cinta actual.

c. Resuelve la expresión.

3. Escribe una ecuación, usando variables, para representar las identidades que demostramos con los diagramas de cinta.

4. Usando tu conocimiento de las identidades, llena cada uno de los espacios en blanco.

a. $4 + 5 -$ _____ $= 4$

b. $25 -$ _____ $+ 10 = 25$

c. _____ $+ 16 - 16 = 45$

d. $56 - 20 + 20 =$ _____

5. Usando tu conocimiento de las identidades, llena cada uno de los espacios en blanco.

a. $a + b -$ _____ $= a$

b. $c - d + d =$ _____

c. $e +$ _____ $- f = e$

d. _____ $- h + h = g$

Grupo de problemas

1. Llena los espacios en blanco.
   a. $\_\_\_\_\_ + 15 - 15 = 21$
   b. $450 - 230 + 230 = \_\_\_\_\_$
   c. 1289 $\_\_\_\_\_\_$ $+ 856 = 1289$

2. ¿Por qué a las ecuaciones $w - x + x = w$ y $w + x - x = w$ se les conoce como *identidades*?

Lección 2: La relación de la multiplicación y la división

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Dibuja una representación pictórica de los problemas de división y multiplicación utilizando un diagrama de cinta.

a. $8 \div 2$

b. 3×2

Desafío exploratorio

Trabaja en pareja o en un grupo pequeño para determinar las ecuaciones y mostrar la relación entre la multiplicación y la división. Usa diagramas de cinta para respaldar tus conclusiones.

1. Crea dos ecuaciones para mostrar la relación entre la multiplicación y la división. Estas ecuaciones deben ser identidades e incluir variables. Usa los cuadrados para desarrollar estas ecuaciones.

2. Escribe tus ecuaciones en una hoja grande. Muestra una serie de diagramas de cinta para defender cada una de tus ecuaciones.

Usa los siguientes criterios para calificar los otros afiches.

1. Nombre del grupo que estás calificando
2. Ecuación que estás calificando
3. Si crees o no que las ecuaciones son verdaderas y por qué razón

Grupo de problemas

1. Llena los espacios en blanco para hacer que la ecuación sea verdadera.
   a. $132 \div 3 \times 3 = $ ____
   b. ____ $\div\, 25 \times 25 = 225$
   c. $56 \times$ ____ $\div\, 8 = 56$
   d. $452 \times 12 \div$ ____ $= 452$

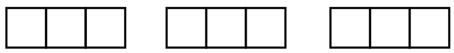
2. ¿En qué es semejante la relación de la suma y la resta a la relación de la multiplicación y la división?

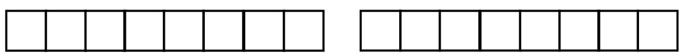
Lección 3: La relación de la multiplicación y la suma

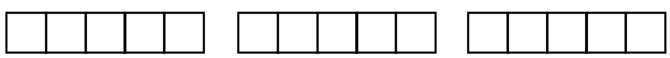
Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Escribe dos expresiones diferentes que se puedan representar con el diagrama de cinta a continuación. Una expresión debe incluir la suma, mientras que la otra debe incluir la multiplicación.

a. 

b. 

c. 

Ejercicios

1. Escribe el enunciado de suma que describe la representación y el enunciado de multiplicación que describe la representación.

2. Escribe una expresión equivalente para demostrar la relación de la multiplicación y la suma.

   a. $6 + 6$

   b. $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

   c. $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

   d. 6×2

   e. 4×6

   f. 3×9

   g. $h + h + h + h + h$

   h. $6y$

3. Roberto no está familiarizado con los diagramas de cinta y cree que puede mostrar la relación de la multiplicación y la suma en una recta numérica. Ayuda a Roberto a demostrar que la expresión 3×2 es equivalente a $2+2+2$ en una recta numérica.

4. Indica si las siguientes ecuaciones son verdaderas o falsas. Luego explica tu razonamiento.
   a. $x+6g-6g=x$

   b. $2f-4e+4e=2f$

5. Escribe una expresión equivalente para demostrar la relación entre la suma y la multiplicación.

   a. $6 + 6 + 6 + 6 + 4 + 4 + 4$

   b. $d + d + d + w + w + w + w + w$

   c. $a + a + b + b + b + c + c + c + c$

Grupo de problemas

Escribe una expresión equivalente para mostrar la relación de la multiplicación y la suma.

1. $10 + 10 + 10$

2. $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

3. 8×2

4. 3×9

5. $6m$

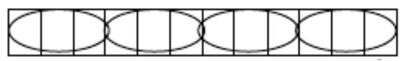
6. $d + d + d + d + d$

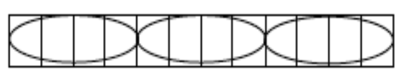
Lección 4: La relación de la división y la resta

Trabajo en clase

Ejercicio 1

Construye ecuaciones de resta usando las ecuaciones indicadas. El primer ejemplo se ha completado por ti.

Ecuación de división	El divisor indica el tamaño de la unidad	Diagrama de cinta	¿Qué es x, y, z?
$12 \div x = 4$	$12 - x - x - x - x = 0$	 12 – 3 – 3 – 3 – 3 = 0; x = 3 *unidades en cada grupo*	$x = 3$
$18 \div x = 3$			
$35 \div y = 5$			
$42 \div z = 6$			

Ecuación de división	El divisor indica el número de unidades	Diagrama de cinta	¿Qué es x, y, z?
$12 \div x = 4$	$12 - 4 - 4 - 4 = 0$	 12 – 4 – 4 – 4 = 0; x = 3 *grupos*	$x = 3$
$18 \div x = 3$			
$35 \div y = 5$			
$42 \div z = 6$			

Ejercicio 2

Responde cada pregunta usando lo que has aprendido acerca de la relación de la división y la resta.

a. Si $12 \div x = 3$, ¿cuántas veces tendría que restarse x de 12 para que la respuesta sea cero? ¿Cuál es el valor de x?

b. $36 - f - f - f - f = 0$. Escribe un enunciado de división para este enunciado de resta repetida. ¿Cuál es el valor de f?

c. Si $24 \div b = 12$, ¿qué número se está restando 12 veces para que la respuesta sea cero?

Grupo de problemas

Construye ecuaciones de resta usando las ecuaciones indicadas.

	Ecuación de división	El divisor indica el tamaño de la unidad	Diagrama de cinta	¿Qué es x, y, z?
1.	$24 \div x = 4$			
2.	$36 \div x = 6$			
3.	$28 \div y = 7$			
4.	$30 \div y = 5$			
5.	$16 \div z = 4$			

	Ecuación de división	El divisor indica el número de unidades	Diagrama de cinta	¿Qué es x, y, z?
1.	$24 \div x = 4$			
2.	$36 \div x = 6$			
3.	$28 \div y = 7$			
4.	$30 \div y = 5$			
5.	$16 \div z = 4$			

Lección 5: Exponentes

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Al resolver estas expresiones, presta atención a cómo obtienes tus respuestas.

$4+4+4+4+4+4+4+4+4+4$

$9+9+9+9+9$

$10+10+10+10+10$

Ejemplos 1-10

Escribe cada expresión en forma exponencial.

1. $5\times5\times5\times5\times5=$

2. $2\times2\times2\times2=$

Escribe cada expresión en forma expandida.

3. $8^3=$

4. $10^6=$

5. $g^3 =$

Vuelve a los Ejemplos 1-4 y usa una calculadora para resolver las expresiones.

¿Cuál es la diferencia entre $3g$ y g^3?

6. Escribe la expresión en forma expandida y luego resuelve.
   $(3.8)^4 =$

7. Escribe la expresión en forma exponencial y luego resuelve.
   $2.1 \times 2.1 =$

8. Escribe la expresión en forma exponencial y luego resuelve.
   $0.75 \times 0.75 \times 0.75 =$

El número base también puede ser una fracción. Convierte los decimales a fracciones en los Ejemplos 7 y 8 y resuelve. Deja tu respuesta como una fracción. ¡Recuerda cómo multiplicar fracciones!

9. Escribe la expresión en forma exponencial y luego resuelve.

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$

10. Escribe la expresión en forma expandida y luego resuelve.

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

Ejercicios

1. Llena las expresiones faltantes para cada fila. Por las bases de números enteros y decimales, usa una calculadora para encontrar la forma estándar del número. Para las bases de fracciones, deja tu respuesta como una fracción.

Forma exponencial	Forma expandida	Forma estándar
3^2	3×3	9
	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	
4^5		
	$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$	
	1.5×1.5	

2. Escribe cinco al cubo en las tres formas: exponencial, expandida y estándar.

3. Escribe catorce y siete décimas al cuadrado en las tres formas.

4. Un estudiante pensó que dos a la tercera potencia era igual a seis. ¿Qué error crees que cometió y cómo le ayudarías a arreglar su error?

Resumen de la lección

NOTACIÓN EXPONENCIAL PARA EXPONENTES DE NÚMEROS ENTEROS: Deja que m sea un número entero distinto de cero. Para cualquier número a, la expresión a^m es el producto de m factores de a, p. ej.,

$$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{m \text{ times}}.$$

Al número a se le dice base y al m se le dice *exponente* o *potencia* de a.

Cuando m es 1, "el producto de un factor de a" simplemente significa a (p. ej., $a^1 = a$). Elevar cualquier número distinto de cero a a la potencia de 0 se define como 1 (p. ej., $a^0 = 1$ para todos los $a \neq 0$).

Grupo de problemas

1. Completa la tabla llenando las celdas en blanco. Usa una calculadora cuando sea necesario.

Forma exponencial	Forma expandida	Forma estándar
3^5		
	$4\times4\times4$	
$(1.9)^2$		
$\left(\frac{1}{2}\right)^5$		

2. ¿Por qué los números enteros elevados a un exponente se hacen más grandes, mientras que las fracciones elevadas a un exponente se hacen más pequeñas?

3. Las potencias de 2 que están en el rango de 2 a $1,000$ son 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, y 512. Encuentra todas las potencias de 3 que están en el rango de 3 a $1,000$.

4. Encuentra todas las potencias de 4 en el rango de 4 a $1,000$.

5. Escribe una expresión equivalente a $n\times a$ usando solo la suma.

6. Escribe una expresión equivalente a w^b usando solo la multiplicación.
   a. Explica qué es w en esta nueva expresión.
   b. Explica qué es b en esta nueva expresión.

7. ¿Cuál es la ventaja de utilizar la notación exponencial?

8. ¿Cuál es la diferencia entre $4x$ y x^4? Resuelve estas dos expresiones cuando $x = 2$.

Lección 6: El orden de las operaciones

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Expresiones con solo suma, resta, multiplicación y división

¿Qué operaciones se resuelven primero?

¿Qué operaciones siempre se resuelven de último?

Ejercicios 1–3

1. $4 + 2 \times 7$

2. $36 \div 3 \times 4$

3. $20 - 5 \times 2$

Ejemplo 2: Expresiones con cuatro operaciones y exponentes

$$4 + 9^2 \div 3 \times 2 - 2$$

¿Qué operación se resuelve primero?

¿Qué operaciones se resuelven después?

¿Qué operaciones siempre se resuelven de último?

¿Cuál es la respuesta final?

Ejercicios 4–5

4. $905^2 \times 3$

5. $4^3 + 2 \times 8$

Ejemplo 3: Expresiones con paréntesis

Considera una familia de 4 que va a un partido de fútbol. Las entradas cuestan $\$5.00$ cada una. La madre también compra un refresco por $\$2.00$. ¿Cómo escribirías esta expresión?

¿Cuánto costaría esta salida?

Considera una situación diferente: La misma familia va al partido como antes, pero cada uno de los miembros de la familia quiere un refresco. ¿Cómo escribirías esta expresión?

¿Por qué sumarías 5 y 2 primero?

¿Cuánto costaría esta salida?

¿Cuántos grupos hay?

¿De qué se compone cada grupo?

Ejercicios 6–7

6. $2 + (9^2 - 4)$

7. $2 \cdot \big(13 + 5 - 14 \div (3 + 4)\big)$

Ejemplo 4: Expresiones con paréntesis y exponentes

$$2 \times (3 + 4^2)$$

¿Qué valor vamos a resolver primero dentro de los paréntesis? Resuelve.

Resuelve el resto de la expresión.

¿ Qué crees que sucedería si el exponente en esta expresión estuviera fuera de los paréntesis?

$$2\times(3+4)^2$$

¿La respuesta será la misma?

¿Cuál debemos resolver primero? Resuelve.

¿Qué sucedió diferentemente aquí comparado con nuestro último ejemplo?

¿Cuál debe ser nuestro siguiente paso?

Resuelve para encontrar la respuesta final.

¿Qué observas acerca de las dos respuestas?

¿ Cuál es la diferencia entre las dos expresiones?

¿Qué conclusiones puedes sacar acerca de la resolución de expresiones con paréntesis y exponentes?

Ejercicios 8–9

8. $7 + (12 - 3^2)$

9. $7 + (12 - 3)^2$

Resumen de la lección

EXPRESIÓN NUMÉRICA: Una *expresión numérica* es un número, o es cualquier combinación de sumas, diferencias, productos o divisiones de números que dan como resultado un número.

Enunciados como "$3 +$" o "$3 \div 0$" no son expresiones numéricas porque ninguna de las dos representa un punto en la recta numérica. Nota: Elevar números a la potencia de números enteros se considera también como expresiones numéricas ya que la operación es solo una forma abreviada de la multiplicación, por ejemplo, $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$.

VALOR DE UNA EXPRESIÓN NUMÉRICA: El *valor de una expresión numérica* es el número que se encuentra por medio de la resolución de la expresión.

Por ejemplo: $\frac{1}{3} \cdot (2 + 4) + 7$ es una expresión numérica y su valor es 9.

Grupo de problemas

Resuelve cada expresión.

1. $3\times5 + 2\times8 + 2$

2. $(\$1.75 + 2\times\$0.25 + 5\times\$0.05)\times24$

3. $(2\times6) + (8\times4) + 1$

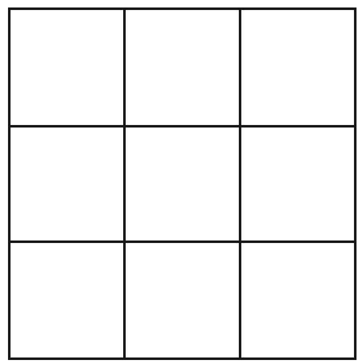
4. $\big((8\times1.95) + (3\times2.95) + 10.95\big)\times1.06$

5. $\big((12 \div 3)^2 - (18 \div 3^2)\big)\times(4 \div 2)$

Lección 7: Reemplazar letras con números

Trabajo en clase

Ejemplo 1



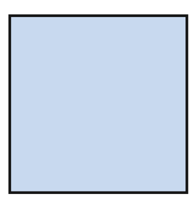
¿Cuál es la longitud de un lado de este cuadrado?

¿Cuál es la fórmula para el área de un cuadrado?

¿Cuál es el área del cuadrado como una expresión de multiplicación?

¿Cuál es el área del cuadrado?

Podemos contar las unidades. Sin embargo, observa este otro cuadrado. Su longitud lateral es 23 cm. Son demasiadas unidades pequeñas para dibujar. ¿Qué expresión podemos crear para encontrar el área de este cuadrado?

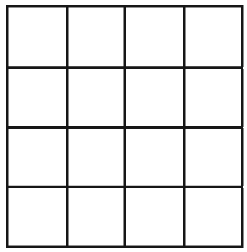


¿Cuál es el área del cuadrado? Usa una calculadora si es necesario.

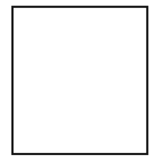
Ejercicio 1

Completa la siguiente tabla para ambos cuadrados. Nota: Estos dibujos no están a escala.

$s = 4$

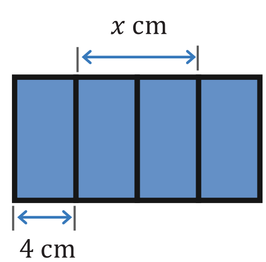


$s = 25$ in



Longitud de un lado del cuadrado	Área del cuadrado escrita como una expresión	Área del cuadrado escrita como un número

Ejemplo 2



¿Qué representa la letra b en este rectángulo azul?

Con un compañero(a), responde la siguiente pregunta: Teniendo en cuenta que el segundo rectángulo se divide en cuatro partes *iguales*, ¿qué número representa la x?

¿Cómo obtuviste esta respuesta?

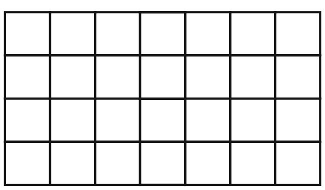
¿Cuál es la longitud total del segundo rectángulo? Explica a tu compañero(a) cómo lo sabes.

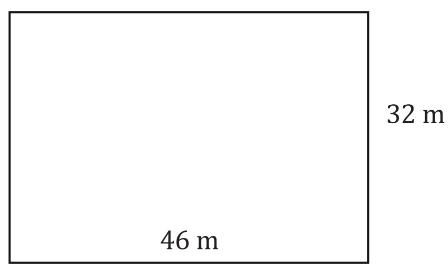
Si los dos rectángulos grandes tienen longitudes y anchos iguales, encuentra el área de cada rectángulo.

Habla con tu compañero(a) sobre cómo se pueden usar las fórmulas para el área de cuadrados y rectángulos para resolver el área de una figura en particular.

Ejercicio 2

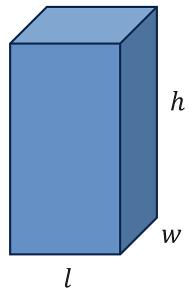
Completa la siguiente tabla para ambos rectángulos. Nota: Estos dibujos no están a escala. Puedes usar una calculadora.

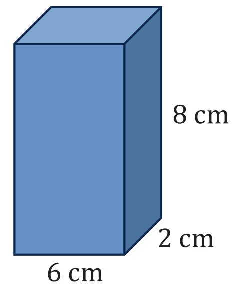




Longitud del rectángulo	**Ancho del rectángulo**	**Área del rectángulo escrita como una expresión**	**Área del rectángulo escrita como un número**

Ejemplo 3





¿Qué representa la l en el primer diagrama?

¿Qué representa la w en el primer diagrama?

¿Qué representa la h en el primer diagrama?

Ya que sabemos que la fórmula para encontrar el volumen es $V = l \times w \times h$, ¿con qué número podemos sustituir la l en la fórmula? ¿Por qué?

¿Con qué otro número podemos sustituir la l?

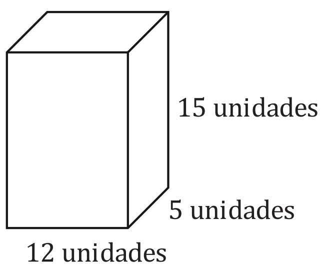
¿Con qué número podemos reemplazar a la w en la fórmula? ¿Por qué?

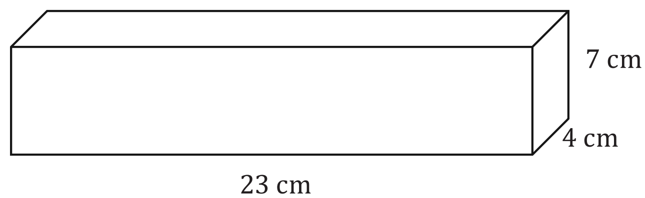
¿Con qué número podemos reemplazar a la h en la fórmula?

Determina el volumen del segundo prisma rectangular recto reemplazando las letras en la fórmula con sus números correspondientes.

Ejercicio 3

Completa la tabla para ambas figuras. Puedes usar una calculadora.





Duración del prisma rectangular	Ancho del prisma rectangular	Altura de prisma rectangular	Volumen del prisma rectangular escrito como una expresión	Volumen del prisma rectangular escrito como un número

Resumen de la lección

VARIABLE (descripción): Una *variable* es un símbolo (como una letra) que es un marcador de posición para un número.

EXPRESIÓN (descripción): Una *expresión* es una expresión numérica o es el resultado de la sustitución de algunos (o todos) los números en una expresión numérica con variables.

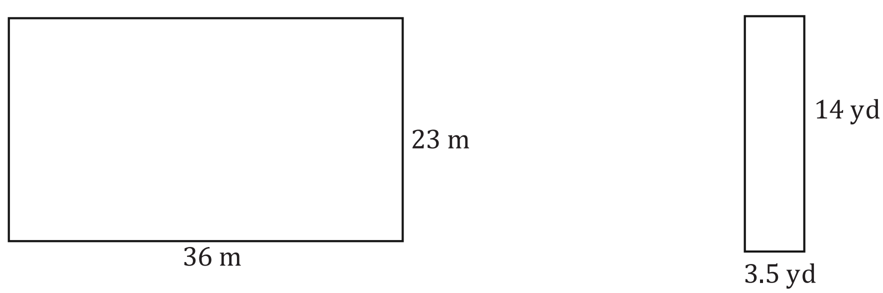
Hay dos maneras de crear expresiones:

1. Podemos empezar con una expresión numérica, como $\frac{1}{3} \cdot (2 + 4) + 7$ y reemplazar algunos de los números con letras para obtener $\frac{1}{3} \cdot (x + y) + z$.
2. Podemos crear expresiones de la nada, como en $x + x(y - z)$ y observar que si se colocaran números en la expresión para las variables x, y y z, el resultado sería una expresión numérica.

Grupo de problemas

1. Reemplaza la longitud de los lados de este cuadrado con 4 pulgadas y encuentra el área.

2. Completa la tabla para cada una de las figuras.



Longitud del rectángulo	Ancho del rectángulo	Área del rectángulo escrita como una expresión	Área del rectángulo escrita como un número

3. Encuentra el perímetro de cada cuadrilátero en los Problemas 1 y 2.

4. Usando la fórmula $V = l \times w \times h$, encuentra el volumen de un prisma rectangular recto cuando la longitud del prisma es 45 cm, el ancho es 12 cm y la altura es 10 cm.

Lección 8: Reemplazar números con letras

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

$$4 + 0 = 4$$

$$4 \times 1 = 4$$

$$4 \div 1 = 4$$

$$4 \times 0 = 0$$

$$1 \div 4 = \frac{1}{4}$$

¿Cuántos de estos enunciados son ciertos?

¿Cuántos de esos enunciados serían ciertos si el número 4 se reemplazara con el número 7 en cada uno de los enunciados numéricos?

¿Los enunciados numéricos serían verdaderos si tuviéramos que reemplazar el número 4 con cualquier otro número?

¿Y si reemplazamos el número 4 con el número 0? ¿Cada uno de los enunciados numéricos sería verdadero?

¿Y si reemplazamos el número 4 con la letra g? Escribe las 4 expresiones abajo, sustituyendo cada 4 con una g.

¿Todos estos son verdaderos (excepto $g = 0$) cuando se dividen?

Ejemplo 1: Propiedad de identidad de la suma de cero

$$g+0=g$$

Recuerda que una letra en una expresión matemática representa un número. ¿Podemos reemplazar g con cualquier número?

Escoge un valor para g y reemplaza g con ese número en la ecuación. ¿Qué observas?

Repite este proceso varias veces, cada vez escogiendo un número diferente para g.

¿Todos los valores de g resultarán en un enunciado numérico verdadero?

Escribe el lenguaje matemático para esta propiedad a continuación:

Ejemplo 2: Propiedad de identidad de la multiplicación de uno

$$g\times 1=g$$

Recuerda que una letra en una expresión matemática representa un número. ¿Podemos reemplazar g con cualquier número?

Elige un valor para g y reemplaza g con ese número en la ecuación. ¿Qué observas?

¿Todos los valores de g resultarán en un enunciado numérico verdadero? Experimenta con diferentes valores antes de hacer tu enunciado.

Escribe el lenguaje matemático para esta propiedad a continuación:

Ejemplo 3: Propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación

$$3+4=4+3$$

$$3\times 4=4\times 3$$

Reemplaza los 3 en estos enunciados numéricos con la letra a.

Elige un valor para a y reemplaza a con ese número en cada una de las ecuaciones. ¿Qué observas?

¿Todos los valores de a resultarán en un enunciado numérico verdadero? Experimenta con diferentes valores antes de hacer tu enunciado.

Ahora escribe las ecuaciones de nuevo, esta vez reemplazando el número 4 con una variable, b.

¿Todos los valores de a y b resultarán en enunciados numéricos verdaderos para las primeras dos ecuaciones? Experimenta con diferentes valores antes de hacer tu enunciado.

Escribe el lenguaje matemático para esta propiedad a continuación:

Ejemplo 4

$$3+3+3+3=4\times 3$$

$$3\div 4=\frac{3}{4}$$

Reemplaza los 3 en estos enunciados numéricos con la letra a.

Elige un valor para a y reemplaza a con ese número en cada una de las ecuaciones. ¿Qué observas?

¿Todos los valores de a resultarán en un enunciado numérico verdadero? Experimenta con diferentes valores antes de hacer tu enunciado.

Ahora escribe las ecuaciones de nuevo, esta vez reemplazando el número 4 con una variable, b.

¿Todos los valores de a y b resultarán en enunciados numéricos verdaderos para las ecuaciones? Experimenta con diferentes valores antes de hacer tu enunciado.

Grupo de problemas

1. Escribe la propiedad conmutativa de la suma usando las variables a y b.

2. Escribe la propiedad conmutativa de la multiplicación usando las variables a y b.

3. Escribe la propiedad de la suma de cero usando la variable b.

4. Escribe la propiedad de identidad de la multiplicación de uno usando la variable b.

5. Demuestra la propiedad que aparece en la primera columna llenando la tercera columna de la tabla.

Propiedad conmutativa de la suma	$25 + c =$	
Propiedad conmutativa de la multiplicación	$l \times w =$	
Propiedad de la suma de cero	$h + 0 =$	
Propiedad de identidad de la multiplicación de uno	$v \times 1 =$	

6. ¿Por qué no hay propiedad conmutativa para la resta o división? Muestra ejemplos.

Lección 9: Escribir expresiones de suma y resta

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Crea un diagrama de barras para mostrar 3 más 5.

¿Cómo se vería esto si se te pidiera que mostraras 5 más 3?

¿Estas dos expresiones son equivalentes?

Ejemplo 2

¿Cómo podemos mostrar un número aumentado por 2?

¿Puedes comprobar esto usando una representación? Si es así, dibuja la representación.

Ejemplo 3

Escribe una expresión para mostrar la suma de m y k.

¿Qué propiedad se puede usar en los Ejemplos 1-3 para mostrar que ambas expresiones dadas son equivalentes?

Ejemplo 4

¿Cómo podemos mostrar 10 menos 6?

- Dibuja un diagrama de barras para representar esta expresión.

- ¿Qué expresión ilustraría esta representación?

- ¿Podríamos también usar $6 - 10$?

Ejemplo 5

¿Cómo podemos escribir una expresión para mostrar 3 menos de un número?

- Comienza dibujando un diagrama para representar la resta. ¿Estamos quitando de 3 o del número desconocido?

- ¿Qué expresión mostraría esta representación?

Ejemplo 6

¿Cómo escribiríamos una expresión para mostrar que el número c se resta de la suma de a y b?

- Comienza escribiendo una expresión para "la suma de a y b".

- Ahora, muestra que c se resta de la suma.

Ejemplo 7

Escribe una expresión para mostrar c menos la suma de a y b.

¿Por qué es necesario el paréntesis en este ejemplo y no en los otros?

Reemplaza las variables con números para ver si $c-(a+b)$ es lo mismo que $c-a+b$.

Ejercicios

1. Escribe una expresión para mostrar la suma de 7 y 1.5.

2. Escribe dos expresiones para mostrar w aumentado por 4. Luego dibuja representaciones para demostrar que ambas expresiones indican lo mismo.

3. Escribe una expresión para mostrar la suma de a, b y c.

4. Escribe una expresión y una representación que muestre 3 menos que p.

5. Escribe una expresión para mostrar la diferencia de 3 y p.

6. Escribe una expresión para mostrar 4 menos que la suma de g y 5.

7. Escribe una expresión para mostrar 4 disminuido por la suma de g y 5.

8. ¿Los Ejercicios 6 y 7 deben tener diferentes expresiones? ¿Por qué sí o por qué no?

Grupo de problemas

1. Escribe dos expresiones para mostrar un número aumentado por 11. Luego dibuja representaciones para demostrar que ambas expresiones representan lo mismo.

2. Escribe una expresión para mostrar la suma de x y y.

3. Escribe una expresión para mostrar h disminuido por 13.

4. Escribe una expresión para mostrar k menos que 3.5.

5. Escribe una expresión para mostrar la suma de g y h disminuida por 11.

6. Escribe una expresión para mostrar 5 menos que y, más g.

7. Escribe una expresión para mostrar 5 menos que la suma de y y g.

Lección 10: Escribir y expandir expresiones de multiplicación

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Escribe cada expresión usando el menor número de símbolos y caracteres. Usa términos matemáticos para describir las expresiones y las partes de las expresiones.

a. $6 \times b$

b. $4 \cdot 3 \cdot h$

c. $2 \times 2 \times 2 \times a \times b$

d. $5 \times m \times 3 \times p$

e. $1 \times g \times w$

Ejemplo 2

Para expandir expresiones de multiplicación, volveremos a escribir las expresiones incluyendo el " · " nuevamente en las expresiones.

a. 5g

b. 7abc

c. 12g

d. $3h \cdot 8$

e. $7g \cdot 9h$

Ejemplo 3

a. Encuentra el producto de $4f \cdot 7g$.

b. Multiplica $3de \cdot 9yz$.

c. Duplica el producto de $6y$ y $3bc$.

Resumen de la lección

UNA EXPRESIÓN EN FORMA EXPANDIDA: Una expresión que se escribe como sumas (y/o diferencias) de productos cuyos factores son números, variables o variables elevadas a potencias de números enteros está en *forma expandida*. Un solo número, una variable o un solo producto de números y/o variables también se consideran que están en forma expandida.

Grupo de problemas

1. Vuelve a escribir la expresión en forma estándar (usa el menor número de símbolos y caracteres posibles).
   a. $5 \cdot y$
   b. $7 \cdot d \cdot e$
   c. $5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot y \cdot z$
   d. $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot d$

2. Escribe las siguientes expresiones en forma expandida.
   a. $3g$
   b. $11mp$
   c. $20yz$
   d. $15abc$

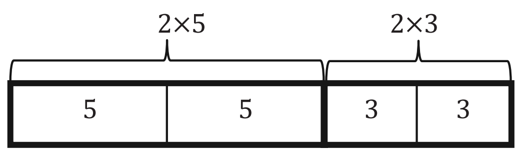
3. Encuentra el producto.
   a. $5d \cdot 7g$
   b. $12ab \cdot 3cd$

Lección 11: Factorizar expresiones

Trabajo en clase

Ejemplo 1

a. Usa la representación para responder las siguientes preguntas.



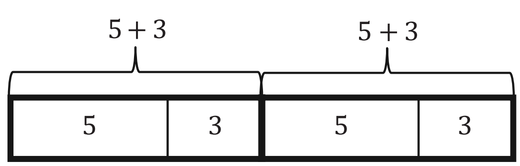
¿Cuántos cincos hay en la representación?

¿Cuántos tres hay en la representación?

¿Qué representa la expresión en palabras?

¿Qué expresión podríamos escribir para demostrar la representación?

b. Usa la nueva representación y la representación anterior para responder la siguiente serie de preguntas.



¿Cuántos cincos hay en la representación?

¿Cuántos tres hay en la representación?

¿Qué representa la expresión en palabras?

¿Qué expresión podríamos escribir para demostrar la representación?

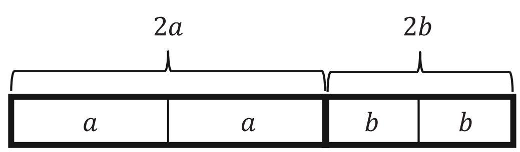
c. ¿La representación de la parte (a) es equivalente a la representación de la parte (b)?

d. ¿Qué relación vemos que sucede en cada lado del signo de igual?

e. En el 5.º grado y en el Módulo 2 de este año, has usado un razonamiento semejante para resolver problemas. ¿Cuál es el nombre de la propiedad que se utiliza para decir que $2(5+3)$ es lo mismo que $2\times5+2\times3$?

Ejemplo 2

Ahora vamos a ver a un ejemplo con variables. Discute las preguntas con tu compañero(a).



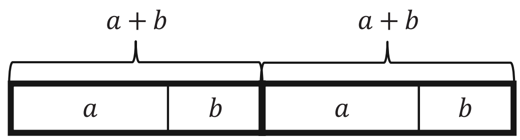
¿Qué demuestra la representación en palabras?

¿Qué significa 2a?

¿Cuántos a hay en la representación?

¿Cuántos b hay en la representación?

¿Qué expresión podríamos escribir para demostrar la representación?



¿Cuántos a hay en la expresión?

¿Cuántos b hay en la expresión?

¿Qué expresión podríamos escribir para demostrar la representación?

¿Las dos expresiones son equivalentes?

Ejemplo 3

Usa el MCD y la propiedad distributiva para escribir expresiones equivalentes.

1. $3f + 3g =$ ____________________

   ¿Qué nos está pidiendo la pregunta?

   ¿Cómo sería el Problema 1 si expandimos cada término?

   ¿Cuál es el MCD en el Problema 1?

   ¿Cómo podemos usar el MCD para volver a escribir esta expresión?

2. $6x + 9y =$ ______________________

¿Qué nos está pidiendo la pregunta?

¿Cómo sería el Problema 2 si expandimos cada término?

¿Cuál es el MCD en el Problema 2?

¿Cómo podemos usar el MCD para volver a escribir esta expresión?

3. $3c + 11c =$ ______________________

¿Hay un factor común más grande en el Problema 3?

Vuelve a escribir la expresión usando la propiedad distributiva.

4. $24b + 8 =$ ______________________

Explica cómo usaste el MCD y la propiedad distributiva para volve a escribir la expresión en el Problema 4.

¿Por qué hay un 1 en el paréntesis?

¿Cómo se relaciona esto con los dos primeros ejemplos?

Ejercicios

1. Aplica la propiedad distributiva para escribir expresiones equivalentes.
   a. $7x+7y$

   b. $15g+20h$

   c. $18m+42n$

   d. $30a+39b$

   e. $11f+15f$

   f. $18h+13h$

   g. $55m+11$

   h. $7+56y$

2. Resuelve cada una de las expresiones a continuación.
   a. $6x+21y$ y $3(2x+7y)$ $x=3$ y $y=4$

   b. $5g+7g$ y $g(5+7)$ $g=6$

c. $14x + 2$ y $2(7x + 1)$ $x = 10$

d. Explica cualquier patrón que observes en los resultados de las partes (a)-(c).

e. ¿Qué pasaría si se dieran otros valores para las variables?

Cierre

¿Cómo puedes usar tu conocimiento del MCD y la propiedad distributiva para escribir expresiones equivalentes?

Encuentra el valor faltante que hace que las dos expresiones sean equivalentes.

$4x + 12y$	$\_\_\_\_\_(x + 3y)$
$35x + 50y$	$\_\_\_\_\_(7x + 10y)$
$18x + 9y$	$\_\_\_\_\_(2x + y)$
$32x + 8y$	$\_\_\_\_\_(4x + y)$
$100x + 700y$	$\_\_\_\_\_(x + 7y)$

Explica cómo determinas el número faltante.

Resumen de la lección

UNA EXPRESIÓN EN FORMA FACTORIZADA: Una expresión que es un producto de dos o más expresiones se dice que está en forma *factorizada*.

Grupo de problemas

1. Usa representaciones para demostrar que $3(a+b)$ es equivalente a $3a+3b$.

2. Usa el máximo común divisor y la propiedad distributiva para escribir expresiones equivalentes en forma factorizada para las siguientes expresiones.
   a. $4d+12e$
   b. $18x+30y$
   c. $21a+28y$
   d. $24f+56g$

Lección 12: Distribuir expresiones

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

a. Crea una representación para mostrar 2×5.

b. Crea una representación para mostrar $2 \times b$, o $2b$.

Ejemplo 1

Escribe una expresión equivalente a $2(a+b)$.

Crea una representación para demostrar $(a+b)$.

La expresión $2(a+b)$ nos dice que tenemos 2 de los $(a+b)$. Crea una representación que muestre 2 grupos de $(a+b)$.

¿Cuántos a y cuántos b ves en el diagrama?

¿Cómo sería la representación si agrupamos los a y luego agrupamos los b?

¿Qué expresión podríamos escribir para representar el nuevo diagrama?

¿Qué conclusión podemos sacar de las representaciones sobre expresiones equivalentes?

Deja que $a = 3$ y $b = 4$.

¿Qué pasa cuando duplicamos $(a + b)$?

Ejemplo 2

Escribe una expresión equivalente al doble de $(3x + 4y)$.

¿Cómo podemos volver a escribir el doble de $(3x + 4y)$?

¿Esta expresión está en forma factorizada, forma expandida o ninguna de las dos?

Vamos a empezar este problema de la misma manera que empezamos el primer ejemplo. ¿Qué debemos hacer?

¿Cómo podemos cambiar la representación para mostrar $2(3x + 4y)$?

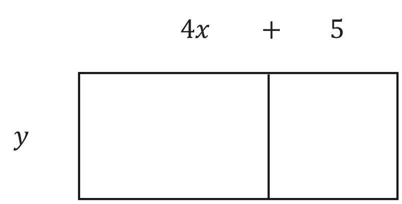
¿Hay términos que podemos combinar en este ejemplo?

¿Cuál es una expresión equivalente que podemos utilizar para representar $2(3x + 4y)$?

Resume cómo resolverías esta pregunta sin la representación.

Ejemplo 3

Escribe una expresión en forma expandida que sea equivalente a la siguiente representación.



¿Qué expresión factorizada muestra la representación?

¿Cómo podemos volver a escribir esta expresión en forma expandida?

Ejemplo 4

Escribe una expresión en forma expandida que sea equivalente a $3(7d + 4e)$.

Ejercicios

Crea una representación para cada expresión a continuación. Luego escribe otra expresión equivalente usando la propiedad distributiva.

1. $3(x+y)$

2. $4(2h+g)$

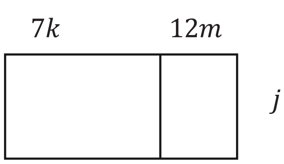
Aplica la propiedad distributiva para escribir expresiones equivalentes en forma expandida.

3. $8(h+3)$

4. $3(2h+7)$

5. $5(3x+9y)$

6. $4(11h+3g)$

7. 

8. $a(9b+13)$

Grupo de problemas

1. Usa la propiedad distributiva para escribir las siguientes expresiones en forma expandida.
   a. $4(x+y)$
   b. $8(a+3b)$
   c. $3(2x+11y)$
   d. $9(7a+6b)$
   e. $c(3a+b)$
   f. $y(2x+11z)$

2. Crea una representación para mostrar que $2(2x+3y)=4x+6y$.

Lección 13: Escribir expresiones de división

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Escribe una expresión que muestre $1 \div 2$ sin usar el signo de división.

¿Qué podemos determinar con la representación?

Ejemplo 2

Escribe una expresión que muestre $a \div 2$ sin usar el signo de división.

¿Qué podemos determinar con la representación?

Cuando escribimos expresiones de división usando el símbolo de división, representamos ____________________.

¿Cómo se vería esto cuando escribimos expresiones de división usando una fracción?

Ejemplo 3

a. Escribe una expresión que muestre $a \div b$ sin usar el signo de división.

b. Escribe una expresión para g dividido por la cantidad h más 3.

c. Escribe una expresión para el cociente de la cantidad m reducida por 3 y 5.

Ejercicios

Escribe cada expresión de dos maneras: usando el signo de división y como una fracción.

a. 12 dividido por 4

b. 3 dividido por 5

c. a dividido por 4

d. El cociente de 6 y m

e. Siete dividido por la cantidad x más y

f. y dividido por la cantidad x menos 11

g. La suma de la cantidad h y 3 dividida por 4

h. El cociente de la cantidad k menos 10 y m

Grupo de problemas

1. Vuelve a escribir las expresiones usando el signo de división y como una fracción.
   a. Tres dividido por 4
   b. El cociente de m y 11
   c. 4 dividido por la suma de h y 7
   d. La cantidad x menos 3 dividida por y

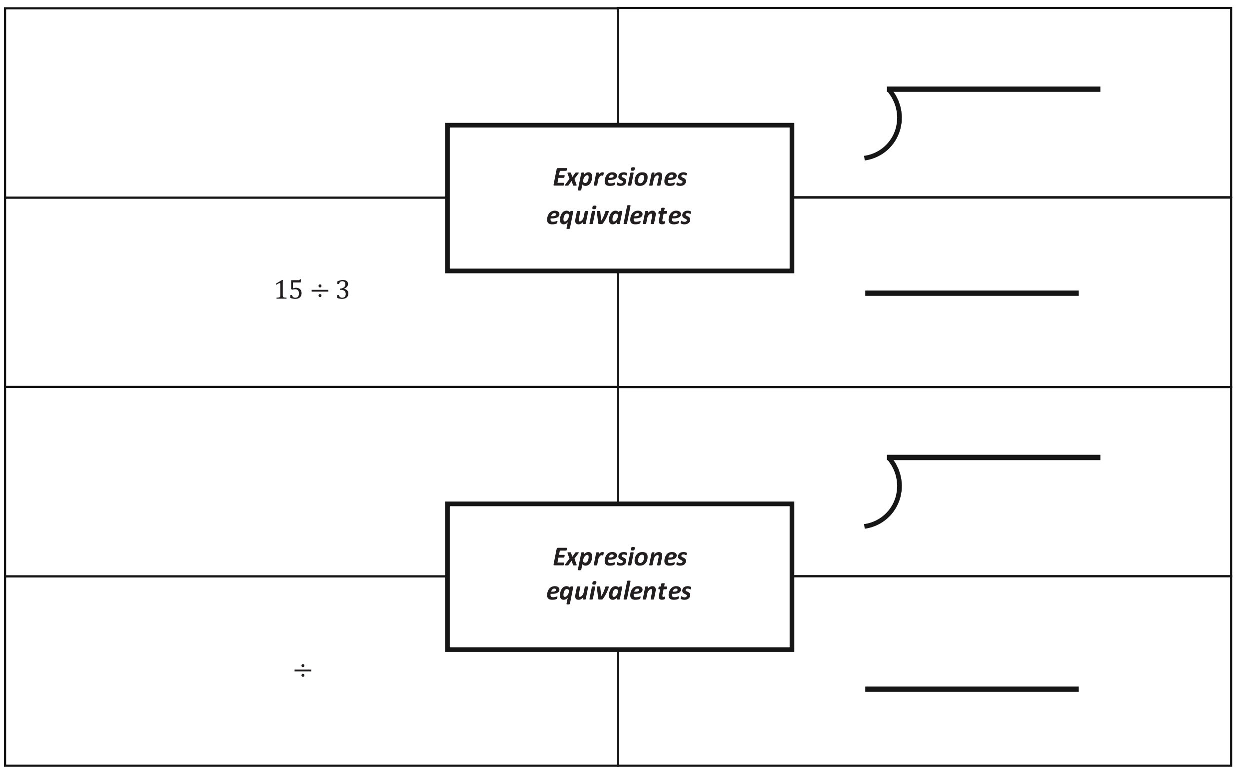
2. Dibuja una representación para demostrar que $x \div 3$ es lo mismo que $\frac{x}{3}$.

Lección 14: Escribir expresiones de división

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Llena los tres cuadrados restantes para que todos los cuadrados contengan expresiones equivalentes.

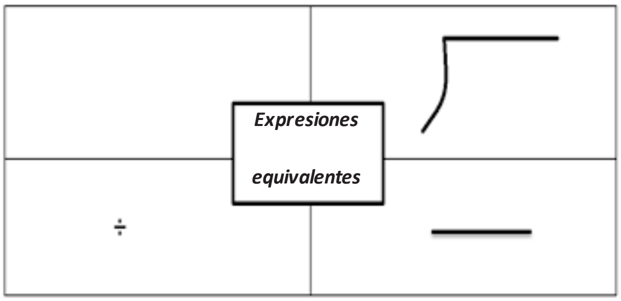


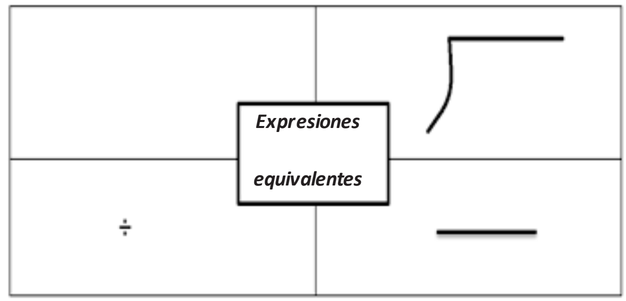
Ejemplo 2

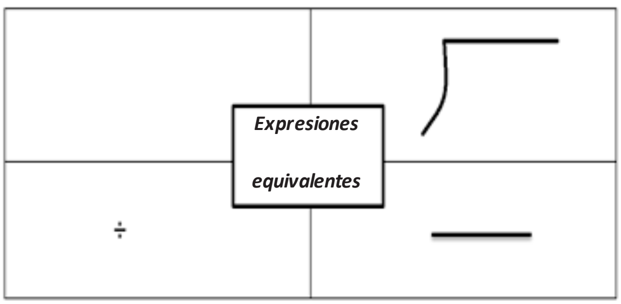
Llena una copia en blanco de los cuatro cuadros usando las palabras *dividendo* y *divisor* de modo que esté preparada para cualquier ejemplo.

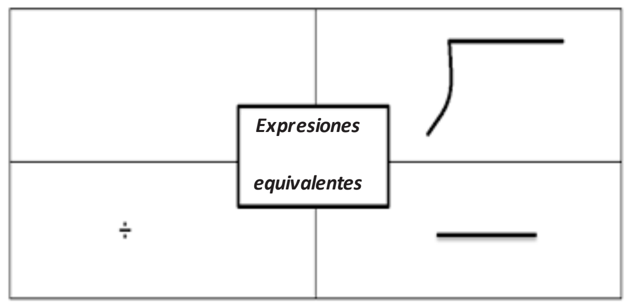
Ejercicios

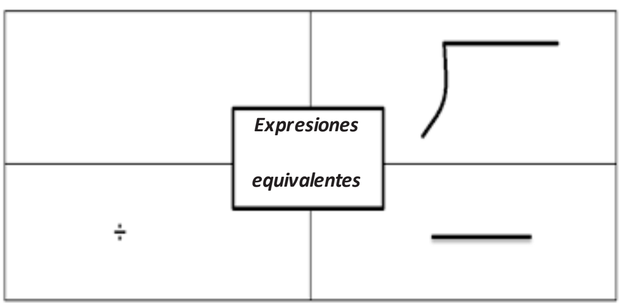
Completa los espacios faltantes en cada conjunto de rectángulos.

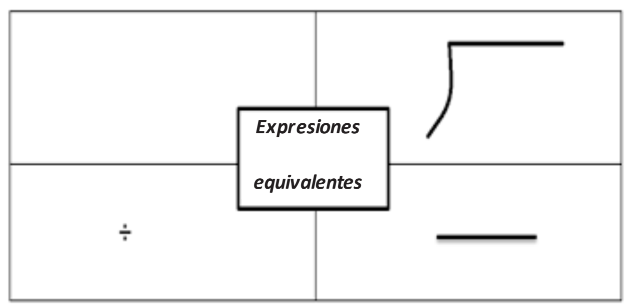


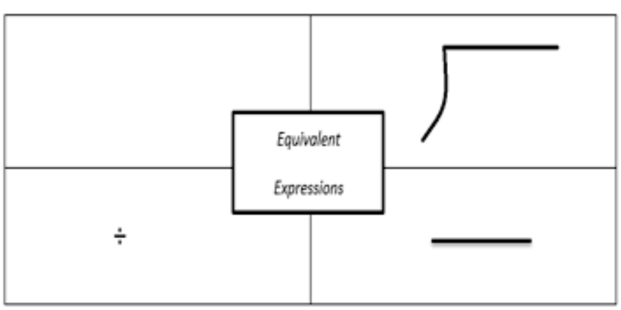


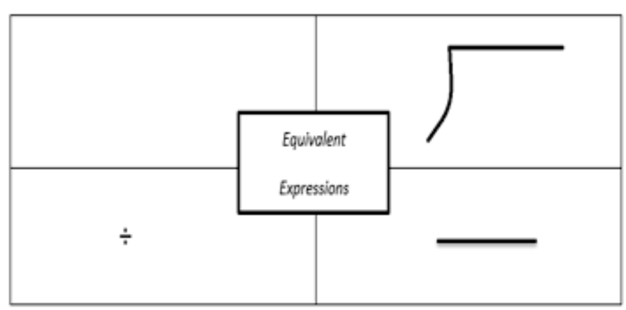












Grupo de problemas

Completa los espacios faltantes en cada conjunto de rectángulos.

	$\overline{)}$
Expresiones equivalentes	
$h \div 16$	$\frac{}{}$

	$\overline{)}$
Expresiones equivalentes	
$\div$	$\frac{m}{b-33}$

7 dividido por x	$\overline{)}$
Expresiones equivalentes	
$\div$	$\frac{}{}$

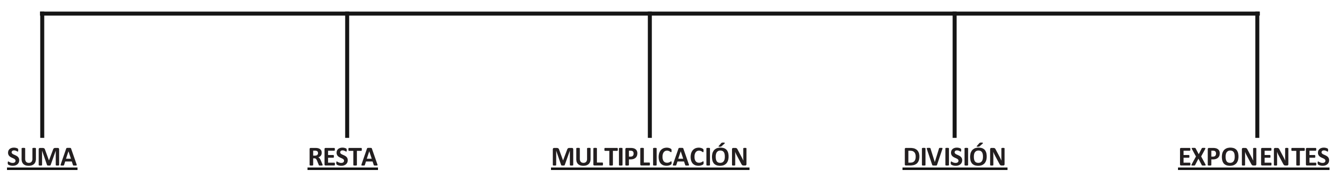
	$2\overline{)y+13}$
Expresiones equivalentes	
$\div$	$\frac{}{}$

Lección 15: Leer expresiones en las que las letras representan números

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Completa el organizador gráfico con las palabras matemáticas que indican cada operación. Algunas palabras pueden indicar más de una operación.



Ejemplo 1

Escribe una expresión usando palabras.

a. $a - b$

b. xy

c. $4f+p$

d. $d - b^3$

e. $5(u - 10) + h$

f. $\frac{3}{d+f}$

Ejercicios

Encierra en un círculo todas las palabras del vocabulario que se podrían usar para describir la expresión dada.

1. $6h - 10$

SUMA RESTA MULTIPLICACIÓN DIVISIÓN

2. $\frac{5d}{6}$

SUMA DIFERENCIA PRODUCTO COCIENTE

3. $5(2 + d) - 8$

SUMAR RESTAR MULTIPLICAR DIVIDIR

4. abc

MÁS QUE MENOS QUE POR CADA UNO

Escribe una expresión usando las palabras del vocabulario para representar cada expresión dada.

5. $8 - 2g$

6. $15(a + c)$

7. $\frac{m+n}{5}$

8. $b^3 - 18$

9. $f - \frac{d}{2}$

10. $\frac{u}{x}$

Grupo de problemas

1. Escribe cinco palabras diferentes del vocabulario que se podrían usar para describir cada expresión dada.
   a. $a\text{-}d+c$
   b. $20-3c$
   c. $\frac{b}{d+2}$

2. Escribe una expresión usando el vocabulario matemático para cada expresión de abajo.
   a. $5b-18$
   b. $\frac{n}{2}$
   c. $a+(d-6)$
   d. $10+2b$

Lección 16: Escribir expresiones en las que las letras representan números

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Subraya las palabras clave en cada enunciado.

a. La suma de dos veces b y 5

b. El cociente de c y d

c. a elevado a la quinta potencia y luego aumentado por el producto de 5 y c

d. La cantidad de a más b dividida por 4

e. 10 menos que el producto de 15 y c

f. 5 por d y luego aumentado por 8

Ejercicio de representación matemática 1

Representa cómo cambiar las expresiones dadas en el Ejercicio inicial de palabras a variables y números.

a. La suma de dos veces b y 5

b. El cociente de c y d

c. a elevado a la quinta potencia y luego aumentado por el producto de 5 y c

d. La cantidad de a más b dividida por 4

e. 10 menos que el producto de 15 y c

f. 5 por d y luego aumentado por 8

Ejercicio de representación matemática 2

Representa cómo cambiar cada situación del mundo real a una expresión usando variables y números. Subraya el texto para mostrar las palabras clave antes de escribir la expresión.

Marcus tiene 4 más dólares que Yaseen. Si y es la cantidad de dinero que Yaseen tiene, escribe una expresión para mostrar cuánto dinero tiene Marcus.

A Mario le falta la mitad de sus tareas. Si a representa el número de tareas, escribe una expresión para mostrar el número de tareas que le faltan a Mario.

El peso de Kamilah se ha triplicado desde su primer cumpleaños. Si w representa la cantidad que Kamilah pesó en su primer cumpleaños, escribe una expresión para mostrar cuánto pesa Kamilah ahora.

Nathan trae pastelitos a la escuela y se los da a sus cinco mejores amigos, quienes los comparten por igual. Si c representa el número de pastelitos que Nathan llevó a la escuela, escribe una expresión para mostrar cuántos pastelitos recibió cada uno de sus amigos.

La Sra. Marcus combina sus atlas y diccionarios y los divide entre 10 mesas diferentes. Si a representa el número de atlas y d representa el número de diccionarios que la Sra. Marcus tiene, escribe una expresión para mostrar cuántos libros habría en cada mesa.

Para mejorar en baloncesto, el entrenador de Iván le dijo que tenía que intentar cuatro veces más tiros libres y cuatro veces más tiros en elevación todos los días. Si f representa el número de tiros libres y j representa el número de tiros en elevación que Iván intenta diariamente, escribe una expresión para mostrar cuántos tiros necesitará intentar para mejorar en baloncesto.

Ejercicios

Marca el texto subrayando las palabras clave y luego escribe una expresión usando variables y/o números para cada enunciado.

1. b disminuido por c al cuadrado

2. 24 dividido por el producto de 2 y a

3. 150 disminuido por la cantidad de 6 más b

4. La suma de dos veces c y 10

5. Mario tenía $\$35$ pero luego gastó $\$m$

6. Samantha ahorró su dinero y pudo cuadruplicar la cantidad original, m.

7. Verónica aumentó su calificación, g, por 4 puntos y luego la duplicó.

8. Adbell tenía m piezas de dulces y se comió 5. Luego dividió el resto de dulces por igual entre 4 amigos.

9. Para averiguar cuánta pintura se necesita, el Sr. Jones debe elevar al cuadrado la longitud lateral de la puerta, s, y luego restar 15.

10. Luis trajo x latas de refresco de cola para la fiesta, Faith trajo d latas y De'Shawn trajo h latas. ¿Cuántas latas de cola trajeron en total?

Grupo de problemas

Marca el texto subrayando las palabras clave y luego escribe una expresión usando variables y números para cada enunciado a continuación.

1. Justin puede escribir w palabras por minuto. Melvin puede escribir 4 veces más palabras que Justin. Escribe una expresión que represente la velocidad a la que puede escribir Melvin.

2. Yohanna nadó y yardas ayer. Sheylin nadó 5 yardas menos que la mitad de las yardas de Yohanna. Escribe una expresión que represente el número de yardas que Sheylin nadó ayer.

3. Un número d se disminuye por 5 y luego se duplica.

4. Nahom tenía n tarjetas de béisbol y Semir tenía s tarjetas de béisbol. Combinaron sus tarjetas de béisbol y luego vendieron 10.

5. La suma de 25 y h se divide por f al cubo.

Lección 17: Escribir expresiones en las que las letras representan números

Trabajo en clase

Ejercicios

Estación uno:	1. La suma de a y b
	2. Cinco más que dos veces un número c
	3. Marta compró d número de manzanas y luego se comió 6 de estas manzanas.
Estación dos:	1. 14 disminuido por p
	2. El total de d y f, dividido por 8
	3. Rashod anotó 6 menos que 3 veces las canastas de Mike. Mike anotó b canastas.
Estación tres:	1. El cociente de c y 6
	2. El triple de la suma de x y 17
	3. Gabrielle tenía b botones, pero luego perdió 6. Gabrielle tomó los botones restantes y los dividió en partes iguales entre sus 5 amigos.

Estación cuatro:	1. d duplicado
	2. Tres más que 4 veces un número x
	3. Mali tiene c piezas de dulces. Ella duplica la cantidad de dulces que tiene y luego regala 15 piezas.
Estación cinco:	1. f al cubo
	2. La cantidad de 4 incrementado por a y luego la suma se divide entre 9.
	3. Tai ganó 4 puntos menos que el doble de los puntos de Oden. Oden ganó p puntos.
Estación seis:	1. La diferencia entre d y 8
	2. 6 menos que la suma de d y 9
	3. Adalyn tiene x pantalones y s camisetas. Los combinó y vendió la mitad de ellos. ¿Cuántos artículos vendió Adalyn?

Grupo de problemas

Escribe una expresión usando letras y/o números para cada problema a continuación.

1. 4 menos que la cantidad de 8 veces n
2. 6 veces la suma de y y 11
3. El cuadrado de m disminuido por 49
4. El cociente cuando la cantidad de 17 más p se divide por 8
5. Jim ganó j en propinas y Steve ganó s en propinas. Combinan sus propinas y luego las dividen por igual.
6. Owen tiene c tarjetas de colección. Cuadruplica el número de tarjetas que tiene y luego las combina con Ian, quien tiene i tarjetas de colección.
7. Rae corre 4 veces el número de millas que Madison y Aaliyah corren combinadas. Madison corre m millas y Aaliyah corre a millas.
8. Usando cupones, Mary Jo puede reducir el precio de venta de sus comestibles, g, por $\$125$.
9. Para calcular el área de un triángulo, encuentra el producto de la base y la altura y luego divides por 2.
10. La temperatura de hoy fue 10 grados más fría que el doble de la temperatura de ayer, t.

Lección 18: Escribir y resolver expresiones—suma y resta

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

¿Cómo podemos mostrar un número aumentado por 2?

¿Puedes comprobar esto usando una representación?

Ejemplo 1: La importancia de ser específico en la asignación de nombres de variables

Al identificar variables en las expresiones, es importante dejar muy claro qué representan. Las unidades de medida se deben incluir si se mide algo.

Ejercicios 1–2

1. Lee la variable en la tabla y mejora la descripción dada para que sea más específica.

Variable	Descripción incompleta	Descripción completa con unidades
Velocidad de Joshua (J)	Deja que J represente la velocidad de Joshua.	
Estatura de Rufus (R)	Deja que R represente la estatura de Rufus.	
Leche vendida (M)	Deja que M represente la cantidad de leche vendida.	
Tiempo de Colleen en los 40 metros con vallas (C)	Deja que C represente el tiempo de Colleen.	
Edad de Sean (S)	Deja que S represente la edad de Sean.	

2. Lee cada variable en la tabla y mejora la descripción dada para que sea más específica.

Variable	Descripción incompleta	Descripción completa con unidades
CDs de Karolyn (K)	Deja que K represente los CDs de Karolyn.	Deja que K represente el número de CDs que Karolyn tiene.
Insignias de mérito de Joshua (J)	Deja que J represente las insignias de mérito de Joshua.	
Tarjetas coleccionables de Rufus (R)	Deja que R represente las tarjetas coleccionables de Rufus.	
Dinero para la leche (M)	Deja que M represente la cantidad de dinero para la leche.	

Ejemplo 2: Escribir y resolver expresiones de suma y resta

Lee cada problema razonado. Identifica la cantidad desconocida y escribe la expresión de suma o resta que se describe. Por último, resuelve tu expresión utilizando la información dada en la columna cuatro.

Problema razonado	Descripción con unidades	Expresión	Resuelve la expresión si:	Muestra tu trabajo y resuelve
Gregg tiene dos dólares más que su hermano Jeff. Escribe una expresión para la cantidad de dinero que tiene Gregg.	Deja que j represente el dinero de Jeff en dólares.	$j+2$	Jeff tiene \$12.	$j+2$ $12+2$ 14 Gregg tiene \$14.
Gregg tiene dos dólares más que su hermano Jeff. Escribe una expresión para la cantidad de dinero que tiene Jeff.	Deja que g represente el dinero de Gregg en dólares.	$g-2$	Gregg tiene \$14.	$g-2$ $14-2$ 12 Jeff tiene \$12.
Abby leyó 8 libros más que Kristen en el primer período de calificaciones. Escribe una expresión para el número de libros que Abby leyó.			Kristen leyó 9 libros en el primer período de calificaciones.	

Abby leyó 6 libros más que Kristen en el segundo período de calificaciones. Escribe una expresión para el número de libros que Kristen leyó.			Abby leyó 20 libros en el segundo período de calificaciones.	
Daryl ha enseñado durante un año más que Julie. Escribe una expresión para el número de años que Daryl ha estado enseñando.			Julie ha estado enseñando por 28 años.	
Ian anotó 4 goles menos que Julia en la primera mitad de la temporada. Escribe una expresión para el número de goles que Ian anotó.			Julia anotó 13 goles.	
Ian anotó 3 goles menos que Julia en la segunda mitad de la temporada. Escribe una expresión para el número de goles que Julia anotó.			Ian anotó 8 goles.	
Johann visitó Niagara Falls 3 veces menos que Arthur. Escribe una expresión para el número de veces que Johann visitó Niagara Falls.			Arthur visitó Niagara Falls 5 veces.	

Grupo de problemas

1. Lee cada problema razonado. Identifica la cantidad desconocida y escribe la expresión de suma o resta que se describe. Por último, resuelve tu expresión utilizando la información dada en la columna cuatro.

Problema razonado	Descripción con unidades	Expresión	Resuelve la expresión si:	Muestra tu trabajo y resuelve
Sammy tiene dos pelotas de béisbol más que su hermano Ethan.	Deja que e represente el número de pelotas que Ethan tiene.	$e + 2$	Ethan tiene 7 pelotas de béisbol.	$e + 2$ $7 + 2$ 9 Sammy tiene 9 pelotas de béisbol.
Ella escribió 8 más historias que Anna en el quinto grado.			Anna escribió 10 historias en el quinto grado.	
Lisa ha estado bailando durante 3 años más que Danika.			Danika ha estado bailando durante 6 años.	
Los New York Rangers anotaron 2 goles menos que los Buffalo Sabres anoche.			Los Rangers anotaron 3 goles anoche.	
George ha ido a acampar 3 veces menos que Dave.			George ha ido a acampar 8 veces.	

2. Si George ha ido a acampar 15 veces, ¿cómo podrías averiguar cuántas veces Dave fue a acampar?

Lección 19: Sustituir para resolver expresiones de suma y resta

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Mi hermana mayor es exactamente dos años mayor que yo. Compartir un cumpleaños es divertido y molesto a la vez. Cada año en nuestro cumpleaños, tenemos una fiesta, lo cual es divertido, pero ella siempre se jacta de que es dos años mayor que yo, lo cual es molesto. A continuación aparece una tabla de nuestras edades, a partir de cuando nací:

Mi edad (en años)	La edad de mi hermana (en años)
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6

a. Al observar la tabla, ¿qué patrones ves? Discútelo con un compañero(a).

b. El día que cumplí 8 años, ¿cuántos años tenía mi hermana?

c. ¿Cómo lo sabes?

d. El día que cumplí 16 años, ¿cuántos años tenía mi hermana?

e. ¿Cómo lo sabes?

f. ¿Necesitamos extender la tabla para calcular estas respuestas?

Ejemplo 1

Mi edad (en años)	La edad de mi hermana (en años)
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6

a. ¿Qué pasa si no sabes cuántos años tengo? Vamos a usar una variable para mi edad. Deja que Y = mi edad en años. ¿Puedes desarrollar una expresión para describir la edad de mi hermana?

b. Por favor agrega eso a la última fila de la tabla.

Ejemplo 2

Mi edad (en años)	La edad de mi hermana (en años)
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6

a. ¿Qué edad tenía cuando mi hermana tenía 6 años?

b. ¿Qué edad tenía cuando mi hermana tenía 15 años?

c. ¿Cómo lo sabes?

d. Observa la tabla en el Ejemplo 2. Si sabes la edad de mi hermana, ¿puedes determinar mi edad?

e. Si usamos la variable G para la edad de mi hermana en años, ¿qué expresión describiría mi edad en años?

f. Llena la última fila de la tabla con las expresiones.

g. Con un compañero(a), calcula mi edad cuando mi hermana tenía 22, 23 y 24 años.

Ejercicios

1. Noah y Carter están recolectando tapas de cajas para su escuela. Cada uno de ellos trae 1 tapa de caja por día a partir del primer día de clases. Sin embargo, Carter tenía una ventaja debido a que su tía le envió 15 tapas de cajas antes de que comenzara la escuela. La abuela de Noah guardó 10 tapas de cajas y Noah las agregó a su primer día.

a. Llena los valores faltantes que indican el número total de tapas de cajas que cada niño trae a la escuela.

Día de escuela	**Número de tapas de cajas que Noah tiene**	**Número de tapas de cajas que Carter tiene**
1	11	16
2		
3		
4		
5		

b. Si dejamos que D sea el número de días desde el inicio del nuevo año escolar, el día D de la escuela, ¿cuántas tapas de cajas habrá traído Noah a la escuela?

c. El día D de la escuela, ¿cuántas tapas de cajas habrá traído Carter a la escuela?

d. El día 10 de la escuela, ¿cuántas tapas de cajas habrá traído Noah a la escuela?

e. El día 10 de la escuela, ¿cuántas tapas de cajas habrá traído Carter a la escuela?

2. Cada semana, la escuela primaria recicla 200 libras de papel. La escuela intermedia también recicla la misma cantidad, pero tenía otras 300 libras sobrantes de la escuela de verano. El conserje de la escuela intermedia añadió estas 300 extra a la primera semana de reciclaje.

   a. Numera las semanas y escribe la cantidad de papel reciclado por ambas escuelas.

Semana	**Cantidad total de papel reciclado por la escuela primaria en libras este año escolar**	**Cantidad total de papel reciclado por la escuela intermedia en libras este año escolar**

   b. Si esta tendencia continúa, ¿cuál será la cantidad total recolectada por cada escuela en la semana 10?

3. Shelly y Kristen comparten su cumpleaños, pero Shelly tiene 5 años más.

   a. Haz una tabla que muestre sus edades cada año, a partir de cuando nació Kristen.

   b. Si Kristen tiene 16 años, ¿cuántos años tiene Shelly?

   c. Si Kristen tiene K años, ¿cuántos años tiene Shelly?

   d. Si Shelly tiene S años, ¿cuántos años tiene Kristen?

Grupo de problemas

1. Suellen y Tara están en sexto grado y ambas toman clases de baile en Twinkle Toes Dance Studio. Este es el primer año de Suellen, mientras que este es el quinto año de clases de baile de Tara. Las dos chicas planean continuar tomando clases en la escuela secundaria.

   a. Completa la tabla que muestra el número de años que las niñas habrán bailado en el estudio.

Grado	Años de experiencia de baile de Suellen	Años de experiencia de baile de Tara
Sexto		
Séptimo		
Octavo		
Noveno		
Décimo		
Undécimo		
Duodécimo		

   b. Si Suellen ha estado tomando clases de baile por Y años, ¿por cuántos años ha estado tomando clases Tara?

2. Daejoy y Damián coleccionan fósiles. Antes de salir en la excursión de búsqueda de fósiles, Daejoy tenía 25 fósiles en su colección y Damián tenía 16 fósiles en su colección. En una excusión de búsqueda de fósiles de 10 días, cada uno recolectó 2 nuevos fósiles cada día.

   a. Haz una tabla que muestra cuántos fósiles cada persona tenía en su colección al final de cada día.

   b. Si este patrón de hallazgo de fósiles continúa, ¿cuántos fósiles tiene Damián cuando Daejoy tiene F fósiles?

   c. Si este patrón de hallazgo de fósiles continúa, ¿cuántos fósiles tiene Damián cuando Daejoy tiene 55 fósiles?

3. Un tren consta de tres tipos de vagones: vagones de carga, una locomotora y un cabús. La relación entre los tipos de vagones se muestra en la siguiente tabla.

Número vagones de carga	Número de vagones en el tren
0	2
1	3
2	4
10	12
100	102

a. Tom escribió una expresión para la relación representada en la tabla como $B + 2$. Teresa escribió una expresión para la misma relación como $C - 2$. ¿Es posible tener dos expresiones diferentes para representar una relación? Explica.

b. ¿Qué crees que representa la variable en la expresión de cada estudiante? ¿Cómo las definirías?

4. David tenía 3 años cuando nació Marieka. Completa la tabla.

Edad de Marieka en años	Edad de David en años
5	8
6	9
7	10
8	11
10	
	20
32	
M	
	D

5. Caitlin y Michael están jugando cartas. En la primera ronda, Caitlin obtuvo 200 puntos y Michael obtuvo 175 puntos. En cada una de las siguientes rondas, cada uno obtuvo 50 puntos. Su hoja de puntuación aparece a continuación.

Puntos de Caitlin	Puntos de Michael
200	175
250	225
300	275
350	325

a. Si esta tendencia continúa, ¿cuántos puntos tendrá Michael cuando Caitlin tenga 600 puntos?

b. Si esta tendencia continúa, ¿cuántos puntos tendrá Michael cuando Caitlin tenga C puntos?

c. Si esta tendencia continúa, ¿cuántos puntos tendrá Caitlin cuando Michael tenga 975 puntos?

d. Si esta tendencia continúa, ¿cuántos puntos tendrá Caitlin cuando Michael tenga M puntos?

6. La banda de marcha de la high school tiene 15 bateristas este año. El director de la banda insiste en que siempre debe haber 5 trompetistas más que bateristas en todo momento.
   a. ¿Cuántos trompetistas hay en la banda de marcha de este año?
   b. Escribe una expresión que describa la relación entre el número de trompetistas (T) y el número de bateristas (D).
   c. Si solo hay 14 trompetistas interesados en formar parte de la banda de marcha el próximo año, ¿cuántos bateristas va a querer tener en la banda el director?

Lección 20: Escribir y resolver expresiones—multiplicación y división

Trabajo en clase

Ejemplo 1

El mercado de agricultores está vendiendo bolsas de manzanas. En cada bolsa, hay 3 manzanas.

a. Completa la tabla.

Número de bolsas	Número total de manzanas
1	3
2	
3	
4	
B	

b. ¿Y si el mercado tuviera 25 bolsas de manzanas para vender? ¿Cuántas manzanas sería eso en total?

c. Si llegara un camión que tuviera algún número, a, más de manzanas, entonces, ¿cuántas bolsas usarían los empleados para empacar las manzanas?

d. Si llegara un camión con 600 manzanas, ¿cuántas bolsas usarían los empleados para empacar las manzanas?

e. ¿ Cómo es diferente la parte (d) de la parte (b)?

Ejercicios 1–3

1. En el estado de Nueva York hay un depósito de cinco centavos sobre todas las latas y botellas de bebidas carbonatadas. Cuando devuelves la lata o botella vacía, recibes los cinco centavos.

   a. Completa la tabla.

Número de envases devueltos	**Reembolso en dólares**
1	
2	
3	
4	
10	
50	
100	
C	

   b. Si dejamos que C represente el número de latas, ¿cuál es la expresión que muestra cuánto dinero se devuelve?

   c. Utiliza la expresión para averiguar cuánto dinero recibiría Brett si devolviera 222 latas.

   d. Si Gavin necesita ganar $\$4.50$ por devolver latas, ¿cuántas latas necesita recoger y devolver?

   e. ¿ Cómo es diferente la parte (d) de la parte (c)?

2. El precio del pasaje en metro o bus local es $\$2.50$.

   a. Completa la tabla.

Número de pasajes	**Costo de los pasajes en dólares**
1	
2	
3	
4	
5	
10	
30	
R	

   b. Si dejamos que R represente el número de pasajes, ¿cuál es la expresión que muestra el costo de los pasajes?

   c. Usa la expresión para averiguar cuánto dinero costarían 60 pasajes.

   d. Si un viajero gasta $\$175.00$ en el metro o bus, ¿cuántos viajes hizo el viajero?

   e. ¿Cómo es diferente la parte (d) de la parte (c)?

Problema de desafío

3. Un péndulo oscila cierto número de ciclos en un momento dado. Owen hizo un péndulo que oscila 12 veces cada 15 segundos.

   a. Construye una tabla que muestre el número de ciclos que el péndulo oscila. Incluye datos para hasta un minuto. Usa la última fila para C ciclos y escribe una expresión para el tiempo que tarda el péndulo en completar C ciclos.

   b. Owen y su equipo pusieron su péndulo en movimiento y contaron 16 ciclos. ¿Cuánto tiempo transcurrió?

   c. Escribe una expresión para el número de ciclos que un péndulo oscila en S segundos.

   d. En un experimento diferente, Owen y su equipo contaron los ciclos del péndulo durante 35 segundos. ¿Cuántos ciclos contaron?

Grupo de problemas

1. Una estación de radio toca 12 canciones cada hora. Nunca se detienen para anuncios, noticias, el clima o informes de tráfico.
   a. Escribe una expresión que describe cuántas canciones toca la estación de radio en H horas.
   b. ¿Cuántas canciones tocará en un día completo (24 horas)?
   c. ¿Cuánto tiempo se tarda la estación de radio en tocar 60 canciones consecutivas?

2. Una estación de esquí tiene un teleférico de alta velocidad que puede transportar a $2{,}400$ esquiadores a la cima de la montaña cada hora.
   a. Escribe una expresión que describa el número de esquiadores que se pueden transportar en H horas.
   b. ¿Cuántos esquiadores se pueden transportar a la cima de la montaña en 14 horas?
   c. ¿Cuánto tiempo tardaría transportar $3{,}600$ esquiadores a la cima de la montaña?

3. Polly escribe una columna en una revista, por lo cual gana $\$35$ por hora. Crea una tabla de valores que muestre la relación entre el número de horas que trabaja Polly, H, y la cantidad de dinero que Polly gana en dólares, E.

   a. Si sabes cuántas horas trabaja Polly, ¿puedes determinar cuánto dinero ganó? Escribe la expresión correspondiente.
   b. Usa tu expresión para determinar cuánto ganó Polly después de trabajar durante $3\frac{1}{2}$ horas.
   c. Si sabes cuánto dinero ganó Polly, ¿puedes determinar cuánto tiempo trabajó? Escribe la expresión correspondiente.
   d. Usa tu expresión para determinar cuánto tiempo trabajó Polly si ganó $\$52.50$.

4. Mitchell entrega periódicos después de la escuela, por lo cual gana $\$0.09$ por periódico. Crea una tabla de valores que muestra la relación entre el número de periódicos que entrega Mitchell, P, y la cantidad de dinero que Mitchell gana en dólares, E.

   a. Si sabes cuántos periódicos entregó Mitchell, ¿puedes determinar cuánto ganó? Escribe la expresión correspondiente.
   b. Usa tu expresión para determinar cuánto ganó Mitchell por entregar 300 periódicos.
   c. Si sabes cuánto dinero ganó Mitchell, ¿puedes determinar cuántos periódicos entregó? Escribe la expresión correspondiente.
   d. Usa tu expresión para determinar cuántos periódicos entregó Mitchell si ganó $\$58.50$ la semana pasada.

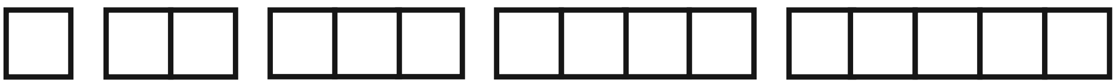
5. Randy es un distribuidor de arte que vende reproducciones de pinturas famosas. Las copias de la *Mona Lisa* se venden por $\$475$.
   a. El año pasado, Randy vendió $\$9,975$ en reproducciones de la *Mona Lisa*. ¿Cuántas vendió?
   b. Si Randy quiere aumentar sus ventas a por lo menos $\$15,000$ este año, ¿cuántas copias necesita vender (sin cambiar el precio por pintura)?

Lección 21: Escribir y resolver expresiones—multiplicación y suma

Trabajo en clase

Ejercicio de representación matemática

El restaurante Italian Villa tiene mesas cuadradas que los camareros pueden juntar para acomodar a los clientes. Solo cabe una silla a lo largo del lado de la mesa cuadrada. Haz una representación de cada situación para determinar cuántas sillas cabrán alrededor de varias mesas rectangulares.



Número de mesas cuadradas	Número de sillas en la mesa
1	
2	
3	
4	
5	
50	
200	
T	

¿Hay otras maneras de pensar en soluciones para este problema?

No es práctico hacer una representación de juntar 50 mesas para hacer un rectángulo largo. Si tuviéramos un rectángulo de ese largo, ¿cuántas sillas caben en los lados largos de la mesa?

¿Cuántas sillas caben en los extremos de la mesa larga?

¿Cuántas sillas cabrán en total? Escríbelo en tu tabla.

Trabaja con tu grupo para determinar cuántas sillas cabrán alrededor de una mesa rectangular muy larga si 200 mesas cuadradas se juntaran.

Si dejamos que T represente el número de mesas cuadradas que conforman una mesa rectangular larga, ¿cuál es la expresión para el número de sillas que caben a su alrededor?

Ejemplo

Observa el Ejemplo 1 con tu grupo. Determina el costo para diversos números de pizzas, y también determina la expresión que describe el costo de recibir P pizzas.

a. Pizza Queen tiene una oferta especial en las pizzas de almuerzo: $\$4.00$ cada una. Cobran $\$2.00$ por entregar, independientemente del número de pizzas ordenadas. Determina el costo para diversos números de pizzas, y también determina la expresión que describe el costo de recibir P pizzas.

Número de pizzas entregadas	Costo total en dólares
1	
2	
3	
4	
10	
50	
P	

¿Qué operaciones matemáticas tuvieron que hacer para encontrar el costo total?

Supongamos que nuestro director quisiera comprar una pizza para todos en nuestra clase. Determina cuánto costaría esto.

b. Si el club de aficionados tuviera $\$400$ para gastar en pizza, ¿cuál es el mayor número de pizzas que podrían ordenar?

c. Si el precio de la pizza aumentó a $\$5.00$ y el precio de entrega aumentó a $\$3.00$, crea una tabla que muestra el costo total (pizza más la entrega) de 1, 2, 3, 4 y 5 pizzas. Incluye la expresión que describe el nuevo costo de ordenar P pizzas.

Número de pizzas entregadas	Costo total en dólares
1	
2	
3	
4	
5	
P	

Grupo de problemas

1. Los discos compactos (CDs) cuestan $\$12$ cada uno en Music Emporium. La compañía cobra $\$4.50$ por gastos de envío, independientemente de cuántos discos compactos se compren.
   a. Crea una tabla de valores que muestra la relación entre el número de discos compactos que Mickey compra, D, y la cantidad de dinero que Mickey gasta, C, en dólares.

Número de CDs que Mickey compra (D)	**Costo total en dólares (C)**
1	
2	
3	

   b. Si sabes cuántos CDs ordena Mickey, ¿puedes determinar la cantidad de dinero que gasta? Escribe la expresión correspondiente.
   c. Usa tu expresión para determinar cuánto gasta Mickey al comprar 8 CDs.

2. La clase del Sr. Gee ordena libros de bolsillo de un club de lectura. Los libros cuestan $\$2.95$ cada uno. Los gastos de envío son $\$4.00$, independientemente del número de libros comprados.
   a. Crea una tabla de valores que muestre la relación entre el número de libros que la clase del Sr. Gee compra, B, y la cantidad de dinero que gastan, C, en dólares.

Número de libros ordenados (B)	**Cantidad de dinero gastado en dólares (C)**
1	
2	
3	

   b. Si sabes cuántos libros ordena la clase del Sr. Gee, ¿puedes determinar la cantidad de dinero que gastan? Escribe la expresión correspondiente.
   c. Usa tu expresión para determinar cuánto gasta la clase del Sr. Gee al comprar 24 libros.

3. Sarah está ahorrando dinero para hacer un viaje a Oregón. Recibió $\$450$ en regalos de graduación y ahorra $\$120$ por semana de trabajo.
   a. Escribe una expresión que muestre cuánto dinero tiene Sara después de trabajar W semanas.
   b. Crea una tabla que muestra la relación entre la cantidad de dinero que Sara tiene (M) y el número de semanas que trabaja (W).

Cantidad de dinero que Sara tiene (M)	Número de semanas trabajadas (W)
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

   c. El viaje costará $\$1,200$. ¿Cuántas semanas tendrá que trabajar Sara para ganar lo suficiente para el viaje?

4. La clase de artes del lenguaje del Sr. Gee mantiene un registro de cuántas palabras por minuto lee en voz alta cada uno de los estudiantes. Se recopilan estos datos de fluidez de lectura oral mensualmente. A continuación aparecen los datos que se recopilaron para un estudiante en los primeros cuatro meses de escuela.
   a. Supongamos que este aumento en la fluidez de la lectura oral continúa durante el resto del año escolar. Completa la tabla para proyectar la velocidad de lectura para este estudiante para el resto del año.

Mes	Número de palabras leídas en voz alta en un minuto
Septiembre	126
Octubre	131
Noviembre	136
Diciembre	141
Enero	
Febrero	
Marzo	
Abril	
Mayo	
Junio	

   b. Si este aumento de la fluidez de lectura oral continúa durante el resto del año escolar, ¿este estudiante cuándo podría lograr el objetivo de leer 165 palabras por minuto?
   c. La expresión para la fluidez de lectura oral de este estudiante es $121 + 5m$, donde m representa el número de meses durante el año escolar. Usa esta expresión para determinar cuántas palabras por minuto leería el estudiante después de 12 meses de instrucción.

5. Cuando las semillas de maíz germinan, tienden a crecer 5 pulgadas en la primera semana y luego 3 pulgadas por semana durante el resto de la temporada. La relación entre la altura (H) y el número de semanas desde la germinación (W) aparece a continuación.

   a. Completa los valores faltantes en la tabla.

Número de semanas desde la germinación (W)	**Altura de la planta de maíz (H)**
1	5
2	8
3	11
4	14
5	
6	

   b. La expresión de esta altura es $2 + 3W$. ¿Qué altura tendrá la planta de maíz después de semanas de crecimiento?

6. La compañía de barcos Honeymoon Charter Fishing solo permite a parejas de recién casados en sus viajes al amanecer. Hay un capitán, un primer oficial y un marinero de cubierta para estos viajes.

   a. Escribe una expresión que muestre el número de personas en el barco cuando hay C parejas reservadas para el viaje.

   b. Si el barco tiene una capacidad máxima de 20 personas, ¿cuántas parejas pueden ir en el viaje de pesca al amanecer?

Lección 22: Escribir y resolver expresiones—exponentes

Trabajo en clase

Ejemplo 1: Plegado de papel

Ejercicios

1. Predice cuántas veces pueden doblar una hoja de papel por la mitad.
   Mi predicción: ___

2. Antes de cualquier pliegue (cero pliegues), solo hay una capa de papel. Esto se indica en la primera fila de la tabla. Dobla tu papel por la mitad. Escribe el número de capas de papel resultante. Continúa todas las veces que puedas.

Número de pliegues	Número de capas de papel resultantes	Número de capas de papel escrito como una potencia de 2
0	1	2^0
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

   a. ¿Puedes continuar doblando el papel de forma indefinida? ¿Por qué sí o por qué no?

   b. ¿Cómo podrías usar una calculadora para encontrar el siguiente número de la serie?

c. ¿Cuál es la relación entre el número de pliegues y el número de capas?

d. ¿Cómo se representa esta relación en forma exponencial de la expresión numérica?

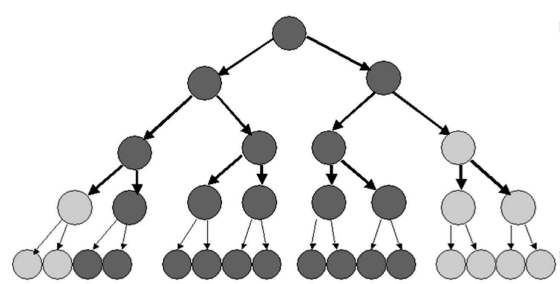
e. Si doblas un papel f veces, escribe una expresión para mostrar el número de capas de papel.

3. Si el papel se cortara en lugar de doblarse, la altura de la pila se duplicará en cada etapa sucesiva y sería posible continuar.
    a. Escribe una expresión que describa el número de capas de papel que resultan de 16 cortes.

    b. Resuelve esta expresión escribiéndola en la forma estándar.

Ejemplo 2: Infección bacteriana

Las bacterias son organismos unicelulares microscópicos que se reproducen de dos maneras diferentes, una de las cuales se llama fisión binaria. En la fisión binaria, una bacteria aumenta su tamaño hasta que es lo suficientemente grande para dividirse en dos partes que son idénticas. Estas dos crecen hasta que son a la vez lo suficientemente grandes como para dividirse en dos bacterias individuales. Esto continúa mientras las condiciones de crecimiento sean favorables.



a. Escribe el número de bacterias que resultan de cada generación.

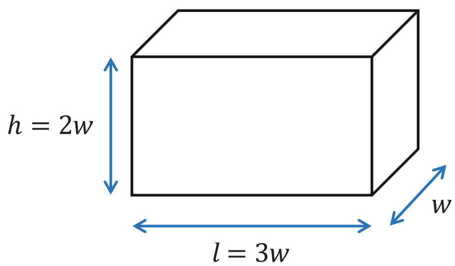
Generación	Número de bacterias	Número de bacterias escrito como una potencia de 2
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		

b. ¿Cuántas generaciones serían necesarias para tener más de un millón de bacterias presentes?

c. Bajo las condiciones de crecimiento adecuadas, muchas bacterias pueden reproducirse cada 15 minutos. En estas condiciones, ¿cuánto tiempo tomaría para que una bacteria se reprodujera a sí misma en más de un millón de bacterias?

d. Escribe una expresión para el número de bacterias que estarían presentes después de g generaciones.

Ejemplo 3: Volumen de un sólido rectangular



Esta caja tiene un ancho de w. La altura de la caja, h, es dos veces el ancho. La longitud de la caja, l, es tres veces el ancho. Es decir, el ancho, la altura y la longitud de un prisma rectangular están en la relación de $1:2:3$.

Para sólidos rectangulares de este tipo, el volumen se calcula multiplicando la longitud por el ancho por la altura.

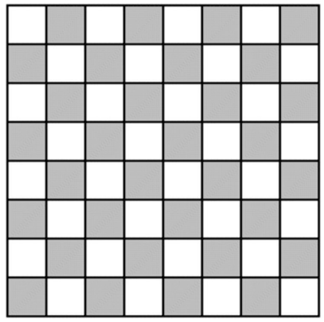
$$V = l \cdot w \cdot h$$
$$V = 3w \cdot w \cdot 2w$$
$$V = 3 \cdot 2 \cdot w \cdot w \cdot w$$
$$V = 6\, w^3$$

Sigue el ejemplo anterior para calcular el volumen de estos sólidos rectangulares, dado el ancho, w.

Ancho en centímetros (cm)	**Volumen en centímetros cúbicos (cm^3)**
1	
2	
3	
4	
w	

Grupo de problemas

1. Un tablero de ajedrez tiene 64 cuadrados.



a. Si se coloca un grano de arroz en el primer cuadrado, 2 granos de arroz en el segundo cuadrado, 4 granos de arroz en el tercer cuadrado, 8 granos de arroz en el cuarto cuadradro y así sucesivamente (duplicando cada vez), completa la tabla para mostrar cuántos granos de arroz hay en cada cuadrado. Escribe tus respuestas en forma exponencial en la tabla de abajo.

Cuadrado del tablero de ajedrez	Granos de arroz	Cuadrado del tablero de ajedrez	Granos de arroz	Cuadrado del tablero de ajedrez	Granos de arroz	Cuadrado del tablero de ajedrez	Granos de arroz
1		17		33		49	
2		18		34		50	
3		19		35		51	
4		20		36		52	
5		21		37		53	
6		22		38		54	
7		23		39		55	
8		24		40		56	
9		25		41		57	
10		26		42		58	
11		27		43		59	
12		28		44		60	
13		29		45		61	
14		30		46		62	
15		31		47		63	
16		32		48		64	

b. ¿Cuántos granos de arroz abría en el último cuadrado? Representa tu respuesta en forma exponencial y en forma estándar. Usa la tabla de arriba como ayuda para resolver el problema.

c. ¿Habría sido más fácil escribir tu respuesta de la parte (b) en forma exponencial o en forma estándar?

2. Si una cantidad de dinero se invierte a una tasa de interés anual de 6%, se duplica cada 12 años. Si Alejandra invierte $\$500$, ¿cuánto tiempo tomará para que su inversión alcance $\$2{,}000$ (suponiendo que no deposite fondos adicionales)?

3. El director deportivo de la escuela de Peter ha creado una cadena telefónica que se utiliza para avisarles a los jugadores del equipo en el caso de que un juego se tenga que cancelar o reprogramar. La cadena telefónica se inicia cuando el director llama a dos capitanes. Durante la segunda etapa de la cadena telefónica, cada uno de los capitanes llama a dos jugadores. Durante la tercera etapa de la cadena telefónica, cada uno de estos jugadores llama a otros dos jugadores. La cadena telefónica continúa hasta que se haya notificado a todos los jugadores. Si hay 50 jugadores en el equipo, ¿cuántas etapas se necesitan para notificar a todos los jugadores?

Lección 23: Enunciados numéricos verdaderos y falsos

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Determina qué significa cada símbolo y proporciona un ejemplo.

Símbolo	Qué significa el símbolo	Ejemplo
$=$		
$>$		
$<$		
$\leq$		
$\geq$		

Ejemplo 1

Para cada ecuación o desigualdad que el maestro(a) muestre, escribe la ecuación o desigualdad y luego sustituye 3 por cada x. Determina si la ecuación o desigualdad resulta en un enunciado numérico verdadero o falso.

Ejercicios

Sustituye el valor indicado en la variable e indica (en un enunciado completo) si el enunciado numérico resultante es verdadero o falso. Si es verdadero, encuentra un valor que resulte en un enunciado numérico falso. Si es falso, encuentra un valor que resulte en un enunciado numérico verdadero.

1. $4 + x = 12$. Sustituye 8 por x.

2. $3g > 15$. Sustituye $4\frac{1}{2}$ por g.

3. $\frac{f}{4} < 2$. Sustituye 8 por f.

4. $14.2 \leq h - 10.3$. Sustituye 25.8 por h.

5. $4 = \frac{8}{h}$. Sustituye 6 por h.

6. $3 > k + \frac{1}{4}$. Sustituye $1\frac{1}{2}$ por k.

7. $4.5 - d > 2.5$. Sustituye 2.5 por d.

8. $8 \geq 32p$. Sustituye $\frac{1}{2}$ por p.

9. $\frac{w}{2} < 32$. Sustituye 16 por w.

10. $18 \leq 32 - b$. Sustituye 14 por b.

Resumen de la lección

ENUNCIADO NUMÉRICO: Un *enunciado numérico* es una declaración de igualdad (o desigualdad) entre dos expresiones numéricas.

VALORES DEL ENUNCIADO NUMÉRICO VERDADEROS: Se dice que un enunciado numérico es *verdadero* si ambas expresiones numéricas se resuelven con el mismo número; de lo contrario, se dice que es *falso*. A verdadero y falso se les dice *valores verdaderos.*

Los enunciados numéricos que son desigualdades también tienen valores verdaderos. Por ejemplo, $3 < 4$, $6 + 8 > 15 - 12$, y $(15 + 3)^2 < 1{,}000 - 32$ son todos enunciados numéricos verdaderos, mientras que el enunciado $9 > 3(4)$ es falso.

Grupo de problemas

Sustituye el valor por la variable e indica (en un enunciado completo) si el enunciado numérico resultante es verdadero o falso. Si es verdadero, encuentra un valor que resulte en un enunciado numérico falso. Si es falso, encuentra un valor que resulte en un enunciado numérico verdadero.

1. $3\frac{5}{6} = 1\frac{2}{3} + h$. Sustituye $2\frac{1}{6}$ por h.

2. $39 > 156g$. Sustituye $\frac{1}{4}$ por g.

3. $\frac{f}{4} \leq 3$. Sustituye 12 por f.

4. $121 - 98 \geq r$. Sustituye 23 por r.

5. $\frac{54}{q} = 6$. Sustituye 10 por q.

Crea un enunciado numérico usando la variable y el símbolo dados. El enunciado numérico que escribas debe ser verdadero para el valor dado de la variable.

6. Variable: d Símbolo: $\geq$ El enunciado es verdadero cuando 5 sustituye a d.

7. Variable: y Símbolo: $\neq$ El enunciado es verdadero cuando 10 sustituye a y.

8. Variable: k Símbolo: $<$ El enunciado es verdadero cuando 8 sustituye a k.

9. Variable: a Símbolo: $\leq$ El enunciado es verdadero cuando 9 sustituye a a.

Lección 24: Enunciados numéricos verdaderos y falsos

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Indica si cada enunciado numérico es verdadero o falso. Si el enunciado numérico es falso, explica por qué.

a. $4 + 5 > 9$

b. $3 \cdot 6 = 18$

c. $32 > \frac{64}{4}$

d. $78 - 15 < 68$

e. $22 \geq 11 + 12$

Ejemplo 1

Escribe verdadero o falso si el número que sustituye a g da como resultado un enunciado numérico verdadero o falso.

Sustituye g por	$4g = 32$	$g = 8$	$3g \geq 30$	$g \geq 10$	$\frac{g}{2} > 2$	$g > 4$	$30 \geq 38 - g$	$g \geq 8$
8								
4								
2								
0								
10								

Ejemplo 2

Indica cuándo serán verdaderas y cuándo serán falsas las siguientes ecuaciones/desigualdades.

a. $r + 15 = 25$

b. $6 - d > 0$

c. $\frac{1}{2} f = 15$

d. $\frac{y}{3} < 10$

e. $7g \geq 42$

f. $a - 8 \leq 15$

Ejercicios

Completa los siguientes problemas en pareja. Indica cuándo las siguientes ecuaciones y desigualdades serán verdaderas y cuándo serán falsas.

1. $15c > 45$

2. $25 = d - 10$

3. $56 \geq 2e$

4. $\frac{h}{5} = 12$

5. $45 > h + 29$

6. $4a \leq 16$

7. $3x = 24$

Identifica todos los signos de igualdad y desigualdad que se pueden colocar en el espacio en blanco para hacer un enunciado numérico verdadero.

8. $15 + 9$ ______ 24

9. $8 \cdot 7$ ______ 50

10. $\frac{15}{2}$ ______ 10

11. 34 ______ $17 \cdot 2$

12. 18 ______ $24.5 - 6$

Grupo de problemas

Indica cuándo serán verdaderas y cuándo serán falsas las siguientes ecuaciones y desigualdades.

1. $36 = 9\mathrm{k}$

2. $67 > \mathrm{f} - 15$

3. $\frac{v}{9} = 3$

4. $10 + \mathrm{b} > 42$

5. $\mathrm{d} - 8 \geq 35$

6. $32\mathrm{f} < 64$

7. $10 - \mathrm{h} \leq 7$

8. $42 + 8 \geq \mathrm{g}$

9. $\frac{m}{3} = 14$

Lección 25: Encontrar soluciones para hacer que las ecuaciones sean verdaderas

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Identifica un valor para la variable que haga que cada ecuación o desigualdad sea un enunciado numérico verdadero. ¿Es esta la única respuesta posible? Indica cuándo la ecuación o desigualdad es verdadera usando símbolos de igualdad y desigualdad.

a. $3 + \mathrm{g} = 15$

b. $30 > 2\mathrm{d}$

c. $\frac{15}{f} < 5$

d. $42 \leq 50 - \mathrm{m}$

Ejemplo

Cada uno de los siguientes números, si reemplaza la variable, hace que una de las siguientes ecuaciones sea un enunciado numérico verdadero. Ponle el número correspondiente a esa ecuación: $3, 6, 15, 16, 44$.

a. $\mathrm{n} + 26 = 32$

b. $\mathrm{n} - 12 = 32$

c. $17\mathrm{n} = 51$

d. $4^2 = n$

e. $\frac{n}{3} = 5$

Resumen de la lección

VARIABLE: Una *variable* es un símbolo (como una letra) que es un marcador de posición para un número.

Una variable es un marcador de posición para "un número" que no "varía".

EXPRESIÓN: Una *expresión* es una expresión numérica, o es el resultado de reemplazar algunos (o todos) los números en una expresión numérica con variables.

ECUACIÓN: Una *ecuación* es un enunciado de igualdad entre dos expresiones.

Si A y B son dos expresiones en la variable x, entonces $A = B$ es una ecuación en la variable x.

Grupo de problemas

Encuentra la solución para cada ecuación.

1. $4^3 = y$

2. $8\text{a} = 24$

3. $32 = \text{g} - 4$

4. $56 = \text{j} + 29$

5. $\frac{48}{r} = 12$

6. $\text{k} = 15 - 9$

7. $x \cdot \frac{1}{5} = 60$

8. $\text{m} + 3.45 = 12.8$

9. $a = 1^5$

Lección 26: Ecuaciones de un paso—suma y resta

Trabajo en clase

Ejercicio 1

Resuelve cada ecuación. Usa tanto los diagramas de cinta como los métodos algebraicos para cada problema. Usa la sustitución para comprobar tus respuestas.

a. $b + 9 = 15$

b. $12 = 8 + c$

Ejercicio 2

Dada la ecuación $d - 5 = 7$:

a. Demuestra cómo resolver la ecuación utilizando diagramas de cinta.

b. Demuestra cómo resolver la ecuación algebraicamente.

c. Comprueba tu respuesta.

Ejercicio 3

Resuelve cada problema y muestra tu trabajo. Puedes elegir el método (diagramas de cinta o algebraicamente) que prefieras. Comprueba tus respuestas después de resolver cada problema.

a. $e + 12 = 20$

b. $f - 10 = 15$

c. $g - 8 = 9$

Grupo de problemas

1. Encuentra la solución para la ecuación a continuación utilizando diagramas de cinta. Comprueba tu respuesta.

$$m - 7 = 17$$

2. Encuentra algebraicamente la solución para la ecuación a continuación. Comprueba tu respuesta.

$$n + 14 = 25$$

3. Encuentra la solución para la ecuación a continuación utilizando diagramas de cinta. Comprueba tu respuesta.

$$p + 8 = 18$$

4. Encuentra algebraicamente la solución para la ecuación. Comprueba tu respuesta.

$$g - 62 = 14$$

5. Encuentra la solución para la ecuación usando el método de tu elección. Comprueba tu respuesta.

$$m + 108 = 243$$

6. Identifica el error en el siguiente problema. Después, corrige el error.

$$\begin{aligned} p - 21 &= 34 \\ p - 21 - 21 &= 34 - 21 \\ p &= 13 \end{aligned}$$

7. Identifica el error en el siguiente problema. Después, corrige el error.

$$\begin{aligned} q + 18 &= 22 \\ q + 18 - 18 &= 22 + 18 \\ q &= 40 \end{aligned}$$

8. Relaciona la ecuación con la solución correcta a la derecha.

$r + 10 = 22$	$r = 10$
$r - 15 = 5$	$r = 20$
$r - 18 = 14$	$r = 12$
$r + 5 = 15$	$r = 32$

Lección 27: Ecuaciones de un paso—multiplicación y división

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Resuelve $3z = 9$ usando diagramas de cinta y algebraicamente. Luego comprueba tu respuesta.

Primero dibuja dos diagramas de cinta, uno para representar cada lado de la ecuación.

Si 9 tuviera que dividirse en tres grupos, ¿qué tan grande sería cada grupo?

Demuestra el valor de z usando diagramas de cinta.

¿Cómo podemos demostrar esto de forma algebraica?

¿Cómo esto nos da el valor de z?

¿Cómo podemos comprobar nuestra respuesta?

Ejemplo 2

Resuelve $\frac{y}{4} = 2$ usando diagramas de cinta y algebraicamente. Luego comprueba tu respuesta.

Primero dibuja dos diagramas de cinta, uno para representar cada lado de la ecuación.

Si el primer diagrama cinta muestra el tamaño de $y \div 4$, ¿cómo podemos dibujar un diagrama de cinta para representar y?

Dibuja este diagrama de cinta.

¿Qué valor representa cada sección de $y \div 4$? ¿Cómo lo sabes?

¿Cómo puedes usar un diagrama de cinta para mostrar el valor de y?

¿Cómo podemos demostrar esto de forma algebraica?

¿Cómo nos ayuda esto a encontrar el valor de y?

¿Cómo podemos comprobar nuestra respuesta?

Ejercicios

1. Usa diagramas de cinta para resolver el siguiente problema: $3m = 21$.

2. Resuelve el siguiente problema algebraicamente: $15 = \frac{n}{5}$.

3. Calcula la solución para la ecuación usando el método de tu elección: $4p = 36$.

4. Examina el diagrama de cinta de abajo y escribe una ecuación que este represente. Después calcula la solución para la ecuación usando el método de tu elección.

<table>
<tr><td colspan="7" align="center">70</td></tr>
<tr><td>q</td><td>q</td><td>q</td><td>q</td><td>q</td><td>q</td><td>q</td></tr>
</table>

5. Escribe una ecuación de multiplicación que tenga una solución de 12. Usa diagramas de cinta para demostrar que tu ecuación tiene una solución de 12.

6. Escribe una ecuación de división que tenga una solución de 12. Demuestra, usando métodos algebraicos, que la ecuación tiene una solución de 12.

Grupo de problemas

1. Usa diagramas de cinta para calcular la solución de $30 = 5w$. Luego verifica tu respuesta.

2. Resuelve $12 = \frac{x}{4}$ algebraicamente. Luego verifica tu respuesta.

3. Usa diagramas de cinta para calcular la solución de $\frac{y}{5} = 15$. Luego verifica tu respuesta.

4. Resuelve $18z = 72$ algebraicamente. Luego verifica tu respuesta.

5. Escribe una ecuación de división que tenga una solución de 8. Demuestra que tu solución es correcta usando diagramas de cinta.

6. Escribe una ecuación de multiplicación que tenga una solución de 8. Resuelve la ecuación algebraicamente para demostrar que tu solución es correcta.

7. Cuando resolvieron ecuaciones algebraicamente, Meghan y Meredith obtuvieron una solución diferente cada una. ¿Quién está en lo correcto? ¿Por qué la otra persona no obtuvo la respuesta correcta?

Meghan	Meredith
$\frac{y}{2} = 4$	$\frac{y}{2} = 4$
$\frac{y}{2} \cdot 2 = 4 \cdot 2$	$\frac{y}{2} \div 2 = 4 \div 2$
$y = 8$	$y = 2$

Lección 28: Problemas de dos pasos—todas las operaciones

Trabajo en clase

Ejercicio de representación matemática

Juan ha aumentado 20 lb desde el año pasado. Ahora pesa 120 lb. Rashod es 15 lb más pesado que Diego. Rashod pesa la misma cantidad este año que lo que Juan pesó el año pasado. ¿Cuánto pesa Diego? Deja que j represente el peso de Juan el año pasado en libras y que d represente el peso de Diego en libras.

Dibuja un diagrama de cinta para representar el peso de Juan.

Dibuja un diagrama de cinta para representar el peso de Rashod.

Dibuja un diagrama de cinta para representar el peso de Diego.

¿Cómo se vería la combinación de los tres diagramas de cinta?

Escribe una ecuación para representar el diagrama de cinta de Juan.

Escribe una ecuación para representar el diagrama de cinta de Rashod.

¿Cómo podemos utilizar el diagrama de cinta final o las ecuaciones de arriba para responder la pregunta planteada?

Calcula el peso de Diego.

Podemos utilizar identidades para respaldar nuestra idea que $d + 35 - 35 = d$.

¿Tiene sentido tu respuesta?

Ejemplo 1

Marissa tiene dos veces más dinero que Frank. Cristina tiene $\$20$ más que Marissa. Si Cristina tiene $\$100$, ¿cuánto dinero tiene Frank? Deja que f represente la cantidad de dinero que Frank tiene en dólares y que m represente la cantidad de dinero que Marissa tiene en dólares.

Dibuja un diagrama de cinta para representar la cantidad de dinero que tiene Frank.

Dibuja un diagrama de cinta para representar la cantidad de dinero que tiene Marissa.

Dibuja un diagrama de cinta para representar la cantidad de dinero que tiene Cristina.

¿Qué diagrama de cinta proporciona suficiente información para determinar el valor de la variable m?

Escribe y resuelve la ecuación.

Las identidades que hemos discutido a lo largo del módulo solidifican que $m + 20 - 20 = m$.

¿Qué representa el 80?

Ahora que sabemos que Marissa tiene $\$80$, ¿cómo podemos utilizar esta información para averiguar la cantidad de dinero que tiene Frank?

Escribe una ecuación.

Resuelve la ecuación.

Una vez más, las identidades que hemos utilizado a lo largo del módulo pueden solidificar que $2f \div 2 = f$.

¿Qué representa el 40?

¿El 40 tiene sentido en el problema?

Ejercicios

<u>Estación uno</u>: Usa diagramas de cinta para resolver el problema.

Raeana es dos veces mayor que Madeline, y Laura es 10 años mayor que Raeana. Si Laura tiene 50 años de edad, ¿cuántos años tiene Madeline? Deja que m represente la edad de Madeline en años y que r represente la edad de Raeana en años.

Estación dos: Usa diagramas de cinta para resolver el problema.

Carli tiene 90 aplicaciones en su teléfono. Braylen tiene la mitad de la cantidad de aplicaciones que tiene Theiss. Si Carli tiene tres veces la cantidad de aplicaciones que tiene Theiss, ¿cuántas aplicaciones tiene Braylen? Deja que b represente el número de aplicaciones de Braylen y t represente el número de aplicaciones de Theiss.

<u>Estación tres</u>: Usa diagramas de cinta para resolver el problema.

Reggie corrió 180 yardas en el último partido de fútbol americano, lo que es 40 más yardas que su mejor marca personal anterior. Monte corrió 50 más yardas que Adrián en el mismo juego. Si Monte corrió la misma cantidad de yardas que Reggie corrió en un juego para su marca personal anterior, ¿cuántas yardas corrió Adrián? Deja que r represente el número de yardas que Reggie corrió durante su marca personal anterior y que a represente el número de yardas que Adrián corrió.

<u>Estación cuatro</u>: Usa diagramas de cinta para resolver el problema.

Lanza conduce su bicicleta cuesta abajo a un ritmo de 60 millas por hora. Cuando Lance conduce su bicicleta cuesta arriba, avanza 8 millas por hora más lento que en el camino plano. Si la velocidad cuesta abajo de Lance es 4 veces más rápida que su velocidad en el camino plano, ¿qué tan rápido viaja cuesta arriba? Deja que f represente el ritmo de Lance en el camino plano en millas por hora y que u represente el ritmo de Lance cuesta arriba en millas por hora.

Grupo de problemas

Usa diagramas de cinta para resolver cada problema.

1. Dwayne anotó 55 puntos en el último partido de baloncesto, lo que es 10 puntos más que su mejor marca personal anterior. Lebron anotó 15 puntos más que Chris en el mismo partido. Lebron anotó el mismo número de puntos que la mejor marca personal anterior de Dwayne. Deja que d represente el número de puntos que Dwayne anotó durante su mejor marca personal anterior y que c represente el número de puntos de Chris.
   a. ¿Cuántos puntos anotó Chris durante el partido?
   b. Si estos son los únicos tres jugadores que anotaron, ¿cuál fue el número total de puntos del equipo al final del partido?

2. El número de clientes en Yummy Smoothies varía a lo largo del día. Durante el almuerzo del sábado, había 120 clientes en Yummy Smoothies. El número de clientes en Yummy Smoothies durante la cena era 10 clientes menos que el número durante el desayuno. El número de clientes en Yummy Smoothies durante el almuerzo era 3 veces más que durante el desayuno. ¿Cuántas personas había en Yummy Smoothies durante el desayuno? ¿Cuántas personas había en Yummy Smoothies durante la cena? Deja que d represente el número de clientes en Yummy Smoothies durante la cena y que b represente el número de clientes en Yummy Smoothies durante el desayuno.

3. Karter tiene 24 camisetas. Karter tiene 8 menos pares de zapatos que pantalones. Si el número de camisetas que Karter tiene es el doble del número de pantalones que tiene, ¿cuántos pares de zapatos tiene Karter? Deja que p represente el número de pantalones que Karter tiene y que s represente el número de pares de zapatos que tiene.

4. Darnell completó 35 flexiones en un minuto, lo que es 8 más que su mejor marca personal anterior. Mia completó 6 más flexiones que Katie. Si Mia completó la misma cantidad de flexiones que Darnell completó durante su mejor marca personal anterior, ¿cuántas flexiones completó Katie? Deja que d represente el número de flexiones que Darnell completó durante su mejor marca personal anterior y que k represente el número de flexiones que Katie completó.

5. Justine nada estilo libre a un ritmo de 150 vueltas por hora. Justine nada estilo pecho a 20 vueltas por hora más lento que cuando nada estilo mariposa. Si la velocidad del estilo libre de Justine es tres veces más rápida que su velocidad de mariposa, ¿a qué velocidad nada de pecho? Deja que b represente la velocidad de mariposa de Justine en vueltas por hora y que r represente la velocidad de pecho de Justine en vueltas por hora.

Lección 29: Problemas de varios pasos—todas las operaciones

Trabajo en clase

Ejemplo

El bibliotecario de la escuela, el Sr. Marker, sabe que la biblioteca tiene $1,400$ libros, pero quiere reorganizar cómo se exhiben los libros en los estantes. El Sr. Marker necesita saber cuántos libros de ficción, no ficción y de referencia hay en la biblioteca. Sabe que la biblioteca tiene cuatro veces el número de libros de ficción que libros de referencia, y la mitad de libros de no ficción que libros de ficción. Si estos son los únicos tipos de libros en la biblioteca, ¿cuántos libros de cada tipo hay en la biblioteca?

Dibuja un diagrama de cinta para representar el número total de libros en la biblioteca.

Dibuja dos diagramas de cinta más; uno para representar el número de libros de ficción en la biblioteca y el otro para representar el número de libros de referencia en la biblioteca.

- Libros de referencia:

- Libros de ficción:

¿Qué variables debemos usar durante todo el problema?

Escribe algebraicamente la relación entre los libros de referencia y los libros de ficción.

Dibuja un diagrama de cinta para representar el número de libros de no ficción.

¿Cómo decidiste el número de secciones que este diagrama de cinta tendría?

Representa algebraicamente el número de libros de no ficción en la biblioteca.

Usa los diagramas de cinta que hemos dibujado para resolver el problema.

Escribe una ecuación que represente el diagrama de cinta.

Determina el valor de r.

¿Cuántos libros de ficción hay en la biblioteca?

¿Cuántos libros de no ficción hay en la biblioteca?

Organiza una tabla con cuatro columnas e identifica cada columna.

¿Cuántos libros de ficción hay en la biblioteca?

¿Cuántos libros de no ficción hay en la biblioteca?

¿Cuántos libros de referencia hay en la biblioteca?

¿La biblioteca tiene cuatro veces el número de libros de ficción que libros de referencia?

¿La biblioteca tiene la mitad de libros de no ficción que libros de ficción?

¿La biblioteca tiene $1{,}400$ libros?

Ejercicios

Resuelve cada problema a continuación utilizando tablas y métodos algebraicos. Posteriormente, comprueba tus respuestas con los problemas escritos.

1. La escuela intermedia Indiana Ridge quería agregar un nuevo deporte escolar, así que encuestaron a los estudiantes para determinar cuál deporte era más popular. Los estudiantes podían elegir entre fútbol, fútbol americano, lacrosse o natación. El mismo número de estudiantes eligieron lacrosse y natación. El número de estudiantes que eligieron fútbol fue el doble de los estudiantes que eligieron lacrosse. El número de estudiantes que eligieron fútbol americano fue el triple de los estudiantes que eligieron natación. Si 434 estudiantes completaron la encuesta, ¿cuántos estudiantes eligieron cada deporte?

2. En la escuela primaria Prairie, a los estudiantes se les pide que seleccionen su almuerzo con antelación para que el personal de la cocina sepa qué preparar. El lunes, 6 veces más estudiantes eligieron hamburguesas que ensaladas. El número de estudiantes que eligieron lasaña fie un tercio el número de estudiantes que eligieron hamburguesas. Si 225 estudiantes pidieron almuerzo, ¿cuántos estudiantes eligieron cada opción si hamburguesas, ensaladas y lasaña eran las únicas tres opciones?

3. El maestro de arte, el Sr. González, se está preparando para un proyecto. Para que los estudiantes tengan los suministros correctos, el Sr. González necesita 10 veces más marcadores que pedazos de cartulina. Necesita el mismo número de botellas de pegamento que pedazos de cartulina. El número de tijeras requeridas para el proyecto es la mitad del número de pedazos de cartulina. Si el Sr. González obtuvo 400 artículos para el proyecto, ¿cuántos de cada suministro obtuvo?

4. La maestra de matemáticas, la Sra. Zentz, está comprando útiles para las matemáticas para usarlos durante todo el año. Está pensando en comprar el doble de reglas que de transportadores. El número de calculadoras que la Sra. Zentz está pensando comprar es una cuarta parte del número de transportadores. Si la Sra. Zentz compra 65 útiles, ¿cuántos transportadores compra la Sra. Zentz?

Grupo de problemas

Crea tablas para resolver los problemas y luego comprueba tus respuestas con los problemas escritos.

1. En promedio, un bebé utiliza tres veces el número de pañales grandes que pañales pequeños y el doble de pañales medianos que pañales pequeños.
   a. Si el bebé promedio usa $2,940$ pañales, de tamaño pequeño, mediano y grande, ¿cuántos de cada tamaño se usarían?
   b. Respalda tu respuesta con ecuaciones.

2. Tom tiene tres veces la cantidad de lápices que de bolígrafos, pero tiene un total de 100 útiles para escribir.
   a. ¿Cuántos lápices tiene Tom?
   b. ¿Cuántos más lápices que bolígrafos tiene Tom?

3. La mamá de Serena está planeando su fiesta de cumpleaños. Compró globos, platos y vasos. La mamá de Serena compró el doble de platos que de vasos. El número de globos que la mamá de Serena compró fue la mitad del número de vasos.
   a. Si la mamá de Serena compró 84 artículos, ¿cuántos de cada artículo compró?
   b. Tammy trajo 12 globos a la fiesta. ¿Cuántos globos en total había en la fiesta de cumpleaños de Serena?
   c. Si se usaron la mitad de los platos y solo quedaron cuatro vasos durante la fiesta, ¿cuántos platos y vasos se usaron?

4. Elizabeth tiene muchas joyas. Tiene cuatro veces más pendientes que relojes, pero la mitad del número de collares que de pendientes. Elizabeth tiene el mismo número de collares que de pulseras.
   a. Si Elizabeth tiene 117 joyas, ¿cuántos pendientes tiene?
   b. Respalda tu respuesta con una ecuación.

5. Claudia estaba cocinando el desayuno para toda su familia. Hizo el doble de panqueques de chocolate que de panqueques regulares. Solo hizo la mitad de panqueque de arándano que de panqueques regulares. Claudia también sabe que a su familia le encanta la salchicha, así que hizo el triple de salchichas que de panqueques de arándano.
   a. ¿Cuántos de cada bocadillo de desayuno hizo Claudia si cocinó 90 bocadillos en total?
   b. Después de que todos comieron el desayuno, había 4 panqueques de chocolate, 5 panqueques regulares, 1 panqueques de arándano y no quedaron salchichas. ¿Cuántos de cada bocadillo comió la familia?

6. Durante un partido de baloncesto, Jeremy anotó el triple de puntos que Donovan. Kolby anotó el doble de puntos que Donovan.
   a. Si los tres chicos anotaron 36 puntos, ¿cuántos puntos anotó cada uno?
   b. Respalda tu respuesta con una ecuación.

Lección 30: Problemas de un paso en el mundo real

Trabajo en clase

Ejercicio inicial

Dibuja un ejemplo de cada término y escribe una breve descripción.

Agudo

Obtuso

Recto

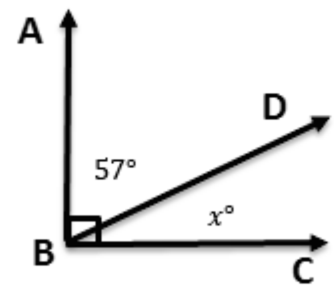
Llano

Reflejo

Ejemplo 1

$\angle ABC$ mide $90°$. El ángulo se ha separado en dos ángulos. Si un ángulo mide $57°$, ¿cuál es la medida del otro ángulo?

¿Cómo se relacionan estos dos ángulos?



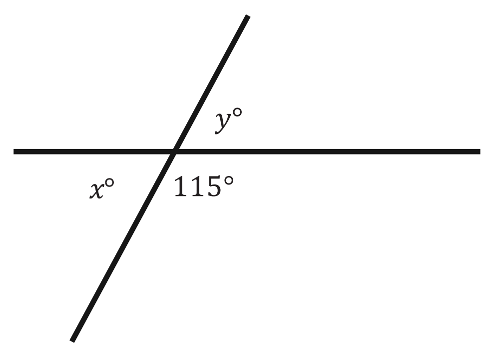
¿Qué ecuación podríamos usar para resolver x?

Ahora vamos a resolver.

Ejemplo 2

Michelle está diseñando un estacionamiento. Ha determinado que uno de los ángulos debe ser $115°$. ¿Cuáles son las medidas del ángulo $x°$ y el ángulo $y°$?

¿Cómo se relaciona el ángulo $x°$ con el ángulo que mide $115°$?



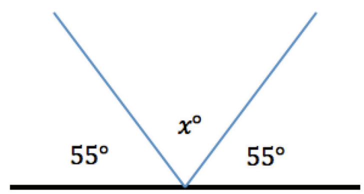
¿Qué ecuación usaríamos para demostrar esto?

¿Cómo resolverías esta ecuación?

¿Cómo se relaciona el ángulo $y°$ con el ángulo que mide $115°$?

Ejemplo 3

Un haz de luz se refleja en un espejo. A continuación se muestra un diagrama del haz reflejado. Determina la medida del ángulo faltante.



¿Cómo se relacionan los ángulos en esta pregunta?

¿Qué ecuación podríamos escribir para representar la situación?

¿Cómo resolverías una ecuación como esta?

Ejemplo 4

$\angle ABC$ mide $90°$. Se ha dividido en dos ángulos, $\angle ABD$ y $\angle DBC$. Las medidas de $\angle ABD$ y $\angle DBC$ tienen una relación de $4:1$. ¿Cuál es la medida de cada ángulo?

Usa un diagrama de cinta para representar la relación $4:1$.

¿Cuál es la medida de cada ángulo?

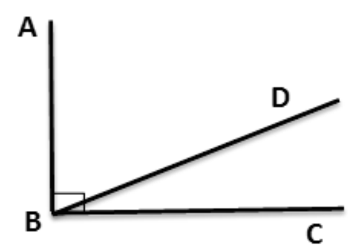
¿Cómo podemos representar esta situación con una ecuación?

Resuelve la ecuación para determinar la medida de cada ángulo.

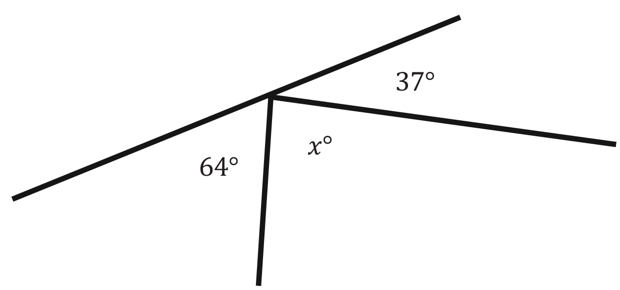
Ejercicios

Escribe y resuelve una ecuación en cada uno de los problemas.

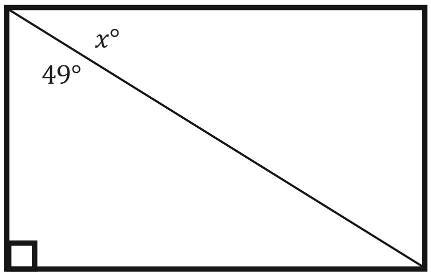
1. $\angle ABC$ mide $90°$. Se ha dividido en dos ángulos, $\angle ABD$ y $\angle DBC$. Las medidas de los dos ángulos están a una proporción de $2:1$. ¿Cuál es la medida de cada ángulo? Deja que $x°$ represente la medida de uno de los ángulos desconocidos.



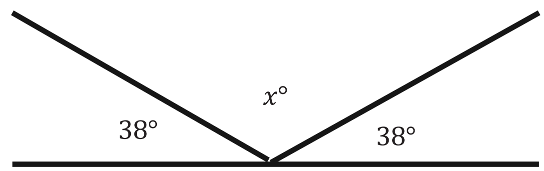
2. Resuelve para $x°$.



3. Candice está construyendo una pieza rectangular de una valla de acuerdo con los planos que su jefe le dio. Uno de los ángulos no tiene etiqueta. Escribe una ecuación y úsala para determinar la medida del ángulo desconocido.



4. Rashid le pegó a un disco de hockey contra la pared a un ángulo de $38°$. El disco cayó contra la pared y se desplazó en una nueva dirección. Determina la medida de ángulo faltante en el diagrama.

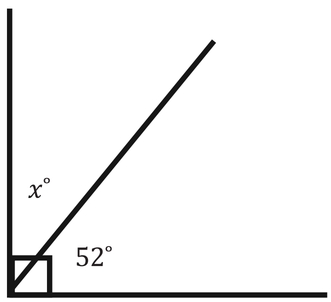


5. Jaxon está creando un diseño de mosaico en una mesa rectangular. Le ha agregado dos piezas a una de las esquinas. La primera pieza tiene un ángulo que mide $38°$ y se coloca en la esquina. Una segunda pieza tiene un ángulo que mide $27°$ y también se coloca en la esquina. Dibuja un diagrama para representar la situación. Después, escribe una ecuación y úsala para determinar la medida del ángulo desconocido de una tercera pieza que podría agregarse a la esquina de la mesa. Deja que $x°$ represente la medida del ángulo desconocido.

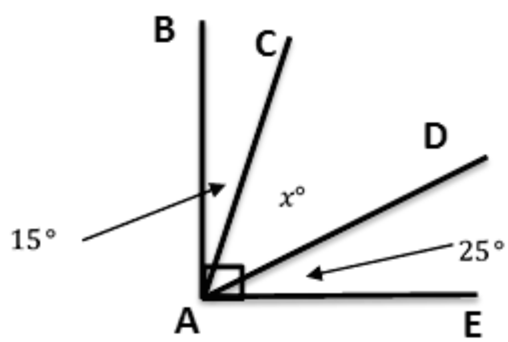
Grupo de problemas

Escribe y resuelve una ecuación para cada problema.

1. Resuelve para $x°$.

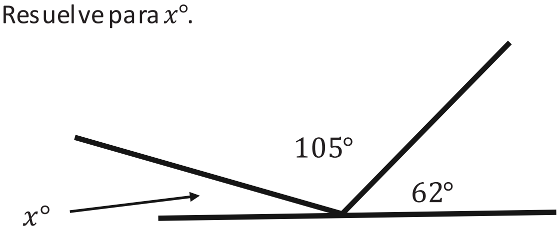


2. $\angle BAE$ mide 90°. Resuelve para $x°$.

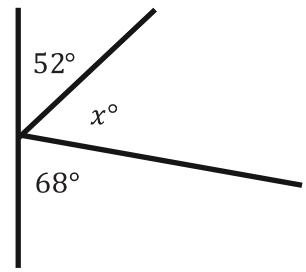


3. Tomás está poniendo en un piso de mosaicos. Necesita determinar los ángulos que se deben cortar en los mosaicos para que encajen en la esquina. El ángulo en la esquina mide 90°. Una pieza del mosaico tendrá una medida de 24°. Escribe una ecuación y úsala para determinar la medida del ángulo desconocido. Deja que $x°$ represente la medida del ángulo desconocido.

4. Resuelve para $x°$.



5. Aram ha estado estudiando la matemática de las máquinas de pinball. Hizo el siguiente diagrama de una de sus observaciones. Determina la medida del ángulo faltante.



6. Las medidas de dos ángulos tienen una suma de $90°$. Las medidas de los ángulos están a una proporción de $2:1$. Determina las medidas de los dos ángulos. Deja que $x°$ represente la medida de uno de los ángulos desconocidos.

7. Las medidas de dos ángulos tienen una suma de $180°$. Las medidas de los ángulos tienen una proporción de $5:1$. Determina las medidas de los dos ángulos. Deja que $x°$ represente la medida de uno de los ángulos desconocidos.

Lección 31: Problemas en términos matemáticos

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Marcus lee durante 30 minutos cada noche. Quiere determinar el número total de minutos que leerá en el transcurso de un mes. Escribió la ecuación $t = 30d$ para representar la cantidad total de tiempo que ha pasado leyendo, donde t representa el número total de minutos leídos y d representa el número de días que ha leído durante el mes. Determina cuál variable es independiente y cuál es dependiente. Luego crea una tabla para mostrar la cantidad de minutos que ha leído en los primeros siete días.

Variable independiente _______

Variable dependiente ________

Ejemplo 2

Kira diseña sitios web. Puede crear tres sitios diferentes cada semana. Kira quiere crear una ecuación que le dará el número total de sitios web que puede diseñar dado el número de semanas que trabaja. Determina la variable independiente y dependiente. Crea una tabla para mostrar el número de sitios web que puede diseñar en las primeras 5 semanas. Por último, escribe una ecuación para representar el número de sitios web que puede diseñar cuando se da un número de semanas.

Variable independiente ________

Variable dependiente ________

Ecuación ____________________

Ejemplo 3

Priya descarga películas a través de una empresa que le cobra una cuota mensual de $\$5$ más $\$1.50$ por película. Determina las variables independientes y dependientes, escribe una ecuación para modelar la situación, y crea una tabla para mostrar el costo total por mes dado que puede descargar entre 4 y 10 películas en un mes.

Variable independiente ________

Variable dependiente ________

Ecuación ____________________

Ejercicios

1. Sara está comprando lápices para compartir. Cada paquete tiene 12 lápices. La ecuación $n = 12p$, donde n es el número total de lápices y p es el número de paquetes, se puede utilizar para determinar el número total de lápices que Sara compró. Determina cuál variable es dependiente y cuál es independiente. Luego haz una tabla que muestre el número de lápices que compró para los paquetes 3 a 7.

2. Charlotte lee 4 libros cada semana. Deja que b sea el número de libros que lee cada semana y que w sea el número de semanas que lee. Determina cuál variable es dependiente y cuál es independiente. Luego escribe una ecuación para representar la situación y haz una tabla que muestre el número de libros que leyó en menos de 6 semanas.

3. Un campo de golf en miniatura tiene una tarifa especial para grupos. Puedes pagar $20 más $3 por persona cuando tienes un grupo de 5 o más amigos. Deja que f sea el número de amigos y que c sea el costo total. Determina cuál variable es independiente y cuál es dependiente, y escribe una ecuación que represente la situación. Después haz una tabla para mostrar el costo de 5 a 12 amigos.

4. Carlos está comprando útiles escolares. Compró una caja de lápices de $3 y también necesita comprar cuadernos. Cada cuaderno cuesta $2. Deja que t represente el costo total de los útiles y que n sea el número de cuadernos que Carlos compra. Determina cuál variable es independiente y cuál es dependiente, y escribe una ecuación que represente la situación. Después, haz una tabla para mostrar el costo de 1 a 5 cuadernos.

Grupo de problemas

1. Jaziyah vende 3 casas cada mes. Para determinar el número de casa que puede vender en cualquier número determinado de meses, utiliza la ecuación $t = 3m$, donde t es el número total de casas vendidas y m es el número de meses. Identifica la variable independiente y dependiente. Luego crea una tabla para mostrar cuántas casas vende en menos de 6 meses.

2. Joshua pasa 25 minutos de cada día leyendo. Deja que d sea el número de días que lee y que m represente el total de minutos de lectura. Determina qué variable es independiente y cuál es dependiente. Luego escribe una ecuación que represente la situación. Haz una tabla que muestre el número de minutos dedicados a la lectura durante 7 días.

3. Cada paquete de pan para perros calientes contiene 8 panes. Deja que p sea el número de paquetes de pan para perros calientes y que b sea el número total de panes. Determina cuál variable es independiente y cuál es dependiente. Luego escribe una ecuación que represente la situación y haz una tabla que muestre el número de panes para perros calientes en 3 a 8 paquetes.

4. Emma recibió 5 conchas marinas. Cada semana, recogió 3 más. Deja que w sea el número de semanas en las que Emma recoge conchas marinas y que s sea el número de conchas que tiene en total. ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente? Escribe una ecuación para representar la relación y haz una tabla para mostrar cuántas conchas marinas tiene de la semana 4 a la semana 10.

5. Emilia compra frutas y vegetales frescos en un mercado de agricultores. Compró una sandía por $\$5$ y también quiere comprar pimientos. Cada pimiento cuesta $\$0.75$. Deja que t represente el costo total de las frutas y vegetales y que n sea el número de pimientos comprados. Determina cuál variable es independiente y cuál es dependiente y escribe una ecuación que represente la situación. Luego haz una tabla para mostrar el costo de 1 a 5 pimientos.

6. Un servicio de taxi cobra una tarifa fija de $\$7$ más $\$1.25$ adicional por cada milla recorrida. Muestra la relación entre el costo total y el número de millas recorridas. ¿Cuál variable es independiente y cuál es dependiente? Escribe una ecuación para representar la relación y haz una tabla para mostrar el costo de 4 a 10 millas.

Lección 32: Problemas de varios pasos en el mundo real

Trabajo en clase

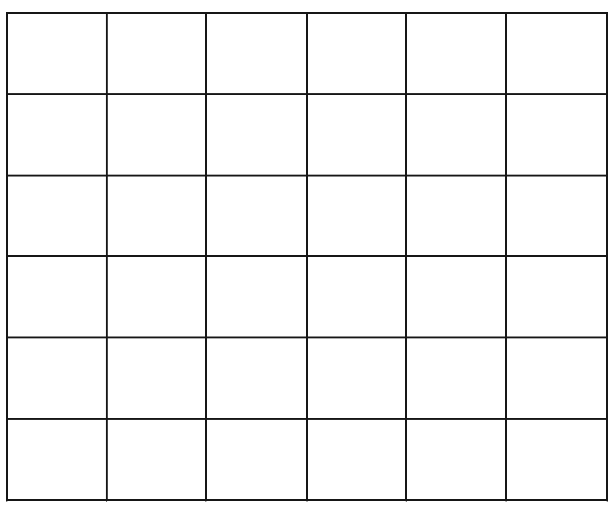
Ejercicio inicial

Xin está comprando bebidas para una fiesta, las cuales vienen en paquetes de 8. Deja que p sea el número de paquetes que Xin compra y que t sea el número total de bebidas. La ecuación $t = 8p$ se puede utilizar para calcular el número total de bebidas cuando se conoce el número de paquetes. Determina la variable independiente y dependiente en esta situación. Luego haz una tabla usando los valores de números enteros de p menores que 6.

Numero de paquetes (p)	**Número total de bebidas (t=8p)**
0	
1	
2	
3	
4	
5	

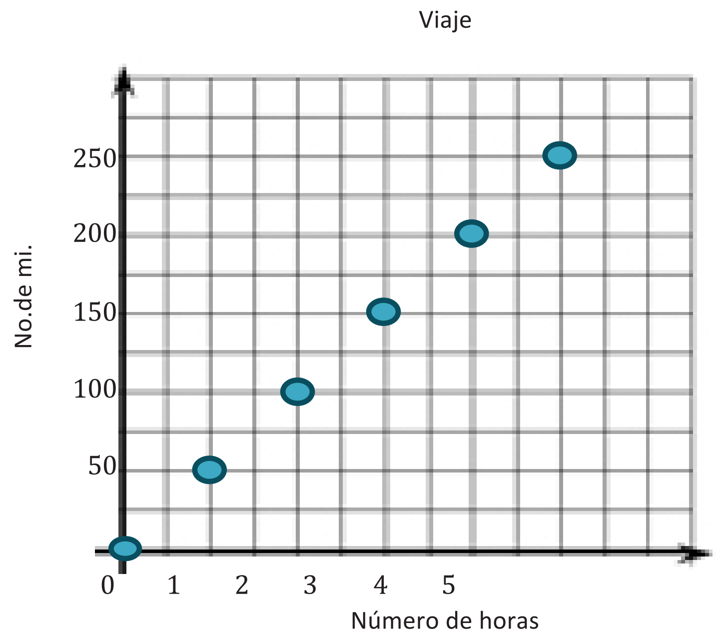
Ejemplo 1

Haz una gráfica para la tabla en el Ejercicio inicial.



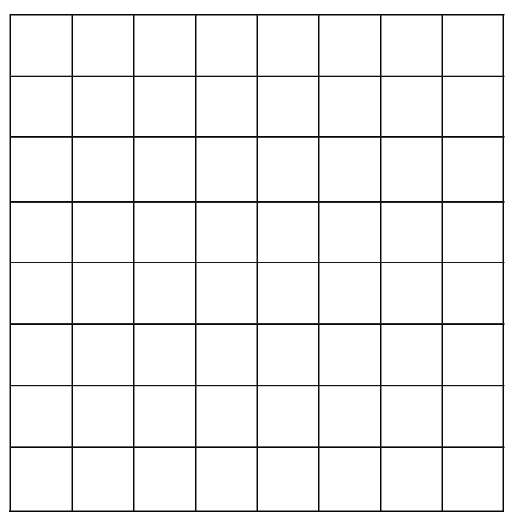
Ejemplo 2

Usa la gráfica para determinar cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente. Luego indica la relación entre las cantidades representadas por las variables.



Ejercicios

1. Cada semana, Quentin gana $\$30$. Si ahorra este dinero, crea una gráfica que muestre la cantidad total de dinero que Quentin ha guardado de la semana 1 a la semana 8. Escribe una ecuación que represente la relación entre el número de semanas que Quentin ha ahorrado su dinero, w, y la cantidad total de dinero en dólares que ha ahorrado, s. Luego identifica la variable independiente y dependiente. Escribe un enunciado que muestre esta relación.

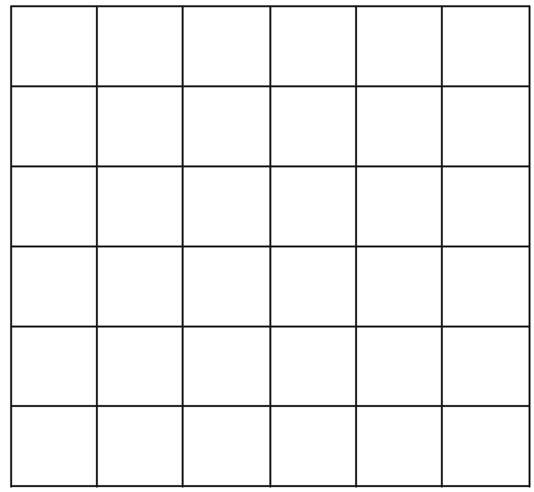


Zoe está recogiendo libros para donarlos. Comenzó con 3 libros y recoge dos más cada semana. Está usando la ecuación $b = 2w + 3$, donde b es el número total de libros que recoge y w es el número de semanas que ha estado recogiendo libros. Identifica la variable independiente y dependiente. Luego crea una gráfica para representar cuántos libros ha recogido Zoe cuando w es 5 o menos.

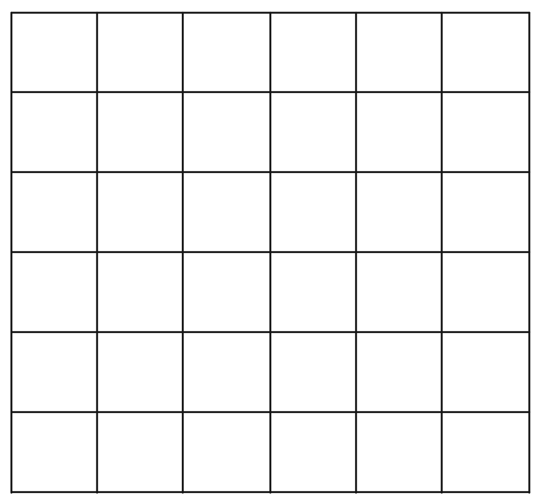
2. Eliana programa una visita a la feria. Debe pagar $5 para entrar a los terrenos de la feria y $3 adicionales por cada atracción. Escribe una ecuación para mostrar la relación entre r, el número de atracciones, y t, el costo total en dólares. Indica cuál es la variable dependiente y cuál es la independiente. Luego crea una gráfica que demuestre la ecuación.

Grupo de problemas

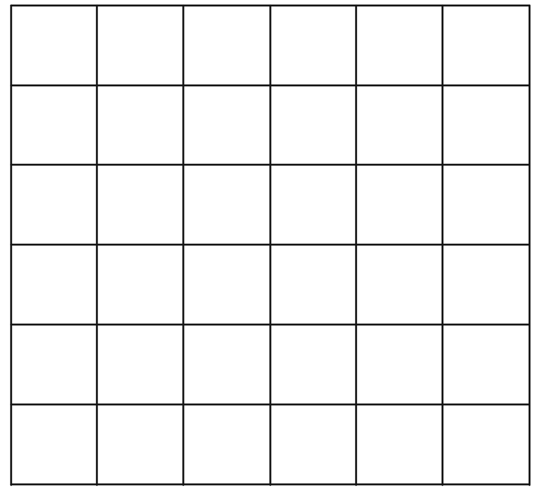
1. Caleb comenzó a ahorrar dinero en un frasco de galletas. Empezó con $\$25$. Le agrega $\$10$ al frasco de galletas cada semana. Escribe una ecuación donde w es el número de semanas que Caleb ahorra su dinero y t es la cantidad total en dólares en el frasco de galletas. Determina cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente. Luego haz una gráfica de la cantidad total en el frasco de galletas donde w es menos de 6 semanas.



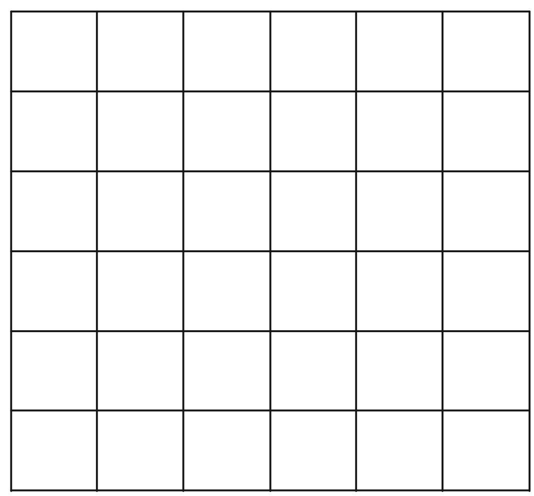
2. Kevin toma un taxi del aeropuerto a su casa. Hay una tarifa fija de $\$6$ por contratar el taxi. Adicionalmente, Kevin también debe pagar $\$1$ por milla. Escribe una ecuación donde m es el número de millas y t es el costo total en dólares del taxi. Determina cuál variable es independiente y cuál es dependiente. Luego haz una gráfica del costo total donde m es menos que 6 millas.



3. Anna comenzó con $\$10$. Ahorró una cantidad adicional de $\$5$ cada semana. Escribe una ecuación que se pueda utilizar para determinar la cantidad total ahorrada en dólares, t, después de un número dado de semanas, w. Determina cuál variable es independiente y cuál es dependiente. Luego haz una gráfica de la cantidad total ahorrada en las primeras 8 semanas.



4. Aliyah está comprando frutas y vegetales en el mercado de agricultores. Planea comprar $\$10$ de papas y algunas manzanas. Las manzanas cuestan $\$1.50$ por libra. Escribe una ecuación para mostrar el costo total de los productos, donde T es el costo total, en dólares, y a es el número de libras de manzanas. Determina cuál variable es dependiente y cuál es independiente. Luego haz una gráfica de la ecuación en el plano de coordenadas.



Lección 33: De ecuaciones a desigualdades

Trabajo en clase

Ejemplo 1

¿Qué valores debe representar la variable para que la ecuación o desigualdad resulte en un enunciado numérico verdadero? ¿Qué valores debe representar la variable para que la ecuación o desigualdad resulte en un enunciado numérico falso?

a. $y + 6 = 16$

b. $y + 6 > 16$

c. $y + 6 \geq 16$

d. $3g = 15$

e. $3g < 15$

f. $3g \leq 15$

Ejemplo 2

¿Cuál(es) de los siguientes números hace o hacen que la ecuación o desigualdad sea verdadera, si hay alguno: $\{0, 3, 5, 8, 10, 14\}$?

a. $\mathrm{m} + 4 = 12$

b. $\mathrm{m} + 4 < 12$

c. $\mathrm{f} - 4 = 2$

d. $\mathrm{f} - 4 > 2$

e. $\frac{1}{2}h = 8$

f. $\frac{1}{2}h \geq 8$

Ejercicios

Del siguiente conjunto de números, selecciona el/los número(s), si hay alguno, que haga o hagan que la ecuación o desigualdad sea verdadera: $\{0, 1, 5, 8, 11, 17\}$.

1. $\mathrm{m} + 5 = 6$

2. $\mathrm{m} + 5 \leq 6$

3. $5\mathrm{h} = 40$

4. $5\mathrm{h} > 40$

5. $\frac{1}{2}y = 5$

6. $\frac{1}{2}y \leq 5$

7. $\mathrm{k} - 3 = 20$

8. $\mathrm{k} - 3 > 20$

Grupo de problemas

Del siguiente conjunto de números, selecciona el/los número(s), si hay alguno, que haga o hagan que la ecuación o desigualdad sea verdadera: $\{0, 3, 4, 5, 9, 13, 18, 24\}$.

1. $\mathrm{h} - 8 = 5$

2. $\mathrm{h} - 8 < 5$

3. $4\mathrm{g} = 36$

4. $4\mathrm{g} \geq 36$

5. $\frac{1}{4}y = 7$

6. $\frac{1}{4}y > 7$

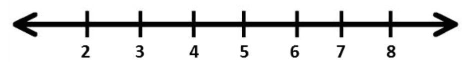
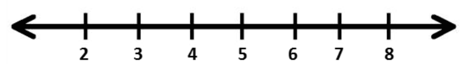
7. $\mathrm{m} - 3 = 10$

8. $\mathrm{m} - 3 \leq 10$

Lección 34: Escribir y trazar desigualdades con problemas del mundo real

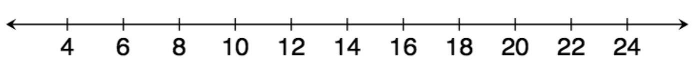
Trabajo en clase

Ejemplo 1

Enunciado	Desigualdad	Gráfica
a. Caleb tiene al menos $5.		
b. Tarek tiene más de $5.		
c. Vanessa tiene máximo $5.		
d. Li Chen tiene menos de $5.		

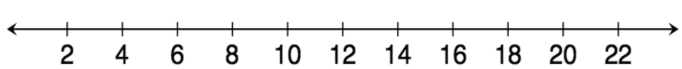
Ejemplo 2

Kelly trabaja en Quick Oil Change. Si los clientes tienen que esperar más de 20 minutos para el cambio de aceite, la empresa no cobra por el servicio. El cambio de aceite más rápido que Kelly ha hecho tomó 6 minutos. Muestra los posibles tiempos de espera del cliente en los que la empresa le cobra al cliente.



Ejemplo 3

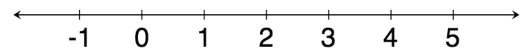
Gurnaz ha estado cortando césped para ahorrar dinero para un concierto. Gurnaz tendrá que trabajar durante al menos seis horas para ahorrar el dinero suficiente, pero tiene que trabajar menos de 16 horas esta semana. Escribe una desigualdad para representar esta situación y luego traza la solución.



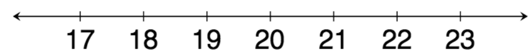
Ejercicios 1–5

Escribe una desigualdad para representar cada situación. Luego crea una gráfica de la solución.

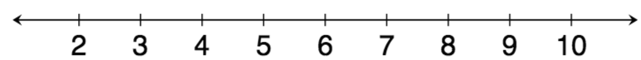
1. Blayton está a un máximo de 2 metros sobre el nivel del mar.



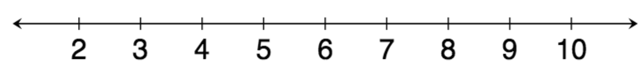
2. Edith debe leer un mínimo de 20 minutos.



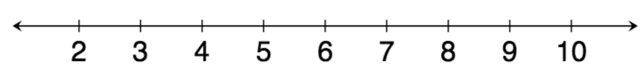
3. Travis ordeña sus vacas cada mañana. Nunca ha obtenido menos de 3 galones de leche; sin embargo, siempre obtiene menos de 9 galones de leche.



4. Rita puede hacer 8 pasteles para una panadería cada día. Hasta ahora, tiene pedidos de más de 32 pasteles. En este momento, Rita necesita más de cuatro días para hacer todos los 32 pasteles.

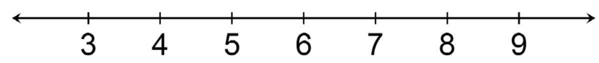


5. Rita debe terminar todos los pedidos pendientes en 7 días o menos. ¿Cómo cambiará esto tu desigualdad y tu gráfica?

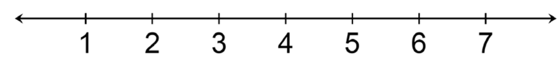


Posibles ejercicios de extensión 6–10

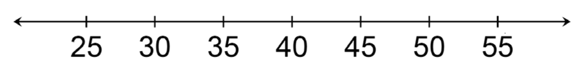
6. Kasey ha estado cortando césped para ahorrar dinero para un concierto. Gana $\$15$ por hora y necesita al menos $\$90$ para ir al concierto. ¿Durante cuántas horas debe cortar césped?



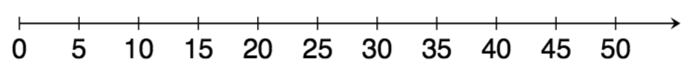
7. Raquel puede hacer 8 pasteles para una panadería cada día. Hasta ahora, tiene pedidos de más de 32 pasteles. ¿Cuántos días tardará en completar los pedidos?



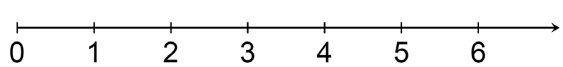
8. Ranger ahorra $\$70$ cada semana. Necesita ahorrar al menos $\$2,800$ para ir a un viaje a Europa. ¿Cuántas semanas necesitará ahorrar?



9. Clara tiene menos de $\$75$. Quiere comprar 3 pares de zapatos. ¿Qué precio de zapatos está a su alcance si todos los zapatos tienen el mismo precio?



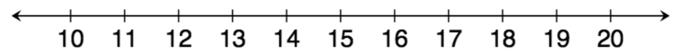
10. Un gimnasio cobra $\$25$ por mes más $\$4$ extra para nadar en la piscina durante una hora. Si un miembro solo tiene $\$45$ para gastar cada mes, ¿cuántas horas, como máximo, puede nadar?



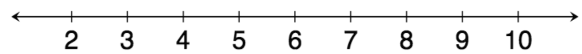
Grupo de problemas

Escribe y traza una desigualdad para cada problema.

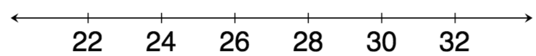
1. Al menos 13



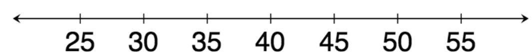
2. Menor de 7



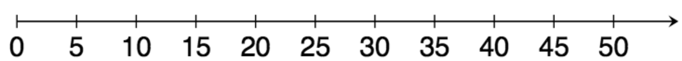
3. Chad necesitará al menos 24 minutos para completar la carrera de 5K. Sin embargo, quiere terminar en menos de 30 minutos.



4. Eva ahorra $\$60$ cada semana. Ya que necesita ahorrar al menos $\$2,400$ para un viaje a Europa, tendrá que ahorrar durante al menos 40 semanas.



5. Clara tiene $\$100$. Quiere comprar 4 pares de los mismos pantalones. Debido al impuesto, los pantalones que cuestan menos de $\$25$ son los que están al alcance de Clara.



6. Un gimnasio cobra $\$30$ por mes más $\$4$ extra para nadar en la piscina durante una hora. Debido a que un miembro tiene solo $\$50$ para gastar en el gimnasio cada mes, puede nadar, como máximo, 5 horas.