

# Una historia de proporciones®

## Eureka Math™

### 8.º grado Módulo 6

## Archivo del estudiante\_B

*Contiene Boletos de salida y materiales de evaluación*

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Copyright © 2017 Great Minds.

Impreso en EE. UU.

Este libro puede comprarse directamente en la editorial en [eureka-math.org](http://eureka-math.org)

10 9 8 7 6 5 4 3 2

G8-M6-SFB-1.1.0-07.2017

# Paquete de Boletos de salida

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 1: Representación de relaciones lineales

### Boleto de salida

Una empresa de renta de coches ofrece un paquete de renta de un auto mediano. El costo comprende una tasa administrativa fija de \$30 para la limpieza y el mantenimiento del coche, más un costo de renta de \$35 por día.

- Utilizando  $x$  para el número de días e  $y$  para el costo total en dólares, construye una función para representar la relación entre el número de días y el costo total de renta de un auto mediano.
- La misma empresa está publicitando una oferta de renta de coches compactos. La función lineal  $y = 30x + 15$  se puede utilizar para representar la relación entre el número de días,  $x$ , y el costo total en dólares,  $y$ , para rentar un coche compacto.
  - ¿Cuál es la tasa administrativa fija?
  - ¿Cuál es el costo de renta por día?

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 2: Interpretación de la tasa de cambio y del valor inicial

### Boleto de salida

En 2008, un coleccionista de objetos de interés deportivo compró 5 tarjetas de béisbol específicas como una inversión. Sea que  $y$  representa el valor de reventa de cada tarjeta (en dólares) y  $x$  representa el número de años desde la compra. El valor de reventa de cada tarjeta después de 0, 1, 2, 3 y 4 años podría estar representado por ecuaciones lineales de la siguiente manera:

Tarjeta A:  $y = 5 - 0.7x$

Tarjeta B:  $y = 4 + 2.6x$

Tarjeta C:  $y = 10 + 0.9x$

Tarjeta D:  $y = 10 - 1.1x$

Tarjeta E:  $y = 8 + 0.25x$

1. ¿Qué tarjetas disminuyen su valor cada año? ¿Cómo lo sabes?
2. ¿Qué tarjetas tuvieron el mayor valor inicial en el momento de la compra (en 0 años)?
3. ¿Qué tarjetas aumentan su valor más rápido año tras año? ¿Cómo lo sabes?
4. Si se graficaran las ecuaciones de los valores de reventa de la Tarjeta B y la Tarjeta C, ¿qué recta de la gráfica de la tarjeta sería más pronunciada? Explica.

Escribe un enunciado que explique el valor 0.9 de la ecuación de la Tarjeta C.

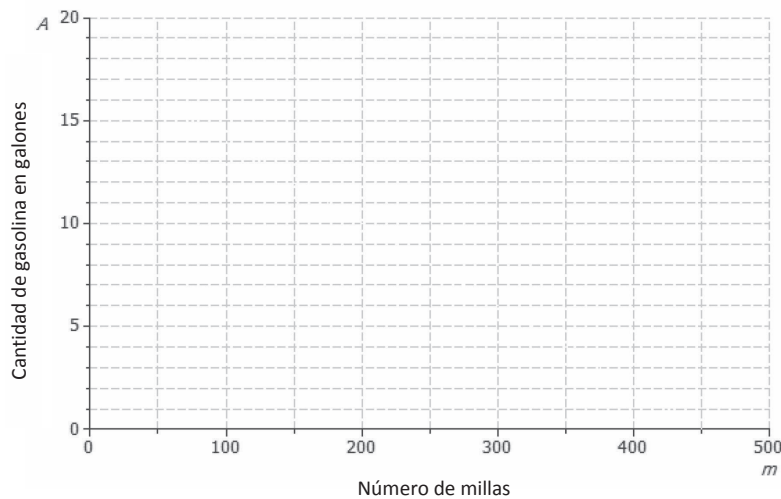
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 3: Representaciones de una recta

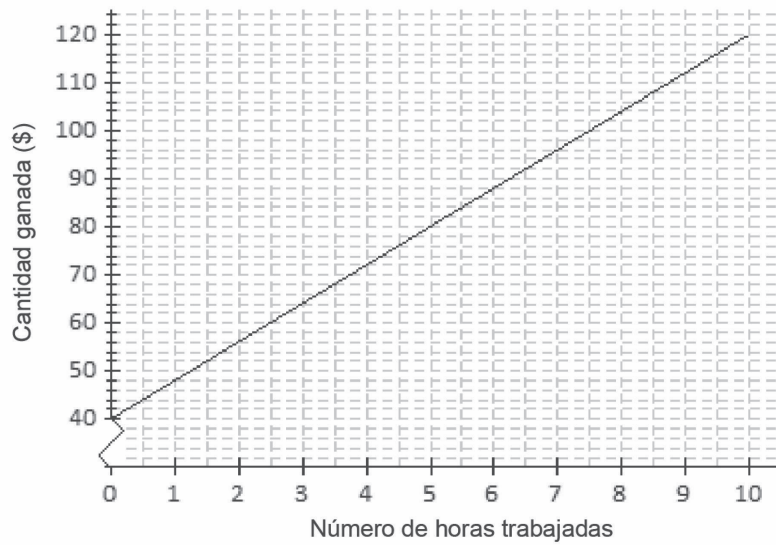
### Boleto de salida

1. Un carro inicia un viaje con 18 galones de gasolina. Suponiendo una velocidad constante, el carro consume 0.04 galón por cada milla recorrida. Sea  $A$  la cantidad de gasolina en el tanque (en galones) y  $m$  el número de millas recorridas:



- ¿Cuánta gasolina hay en el tanque si se han recorrido 0 millas? ¿Cómo podría esto representarse en los ejes anteriores?
- ¿Cuál es la tasa de cambio que relaciona la cantidad de gasolina en el tanque para el número de millas recorridas? Explica lo que significa dentro del contexto del problema.
- En los ejes anteriores, traza la recta que representa la gráfica de la función lineal que relaciona  $A$  con  $m$ .
- Escribe la función lineal que representa la relación entre el número de millas recorridas y la cantidad de gasolina en el tanque.

2. Andrew trabaja en un restaurante. La siguiente gráfica muestra la relación entre cuánto Andrew gana en dólares y el número de horas que trabaja.



- a. Si Andrew trabaja por 7 horas, aproximadamente, ¿cuánto gana en dólares?
- b. Calcula el tiempo que Andrew tiene que trabajar para ganar \$64.
- c. ¿Cuál es la tasa de cambio de la función dada por la gráfica? Interpreta el valor dentro del contexto del problema.

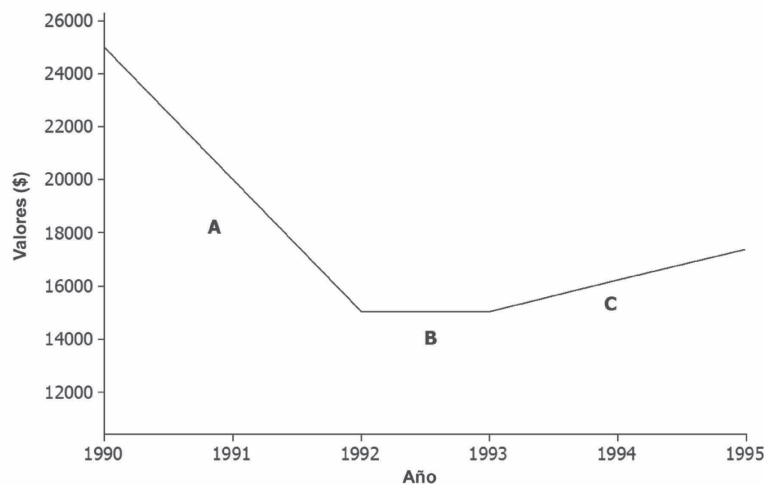
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 4: Funciones crecientes y decrecientes

### Boleto de salida

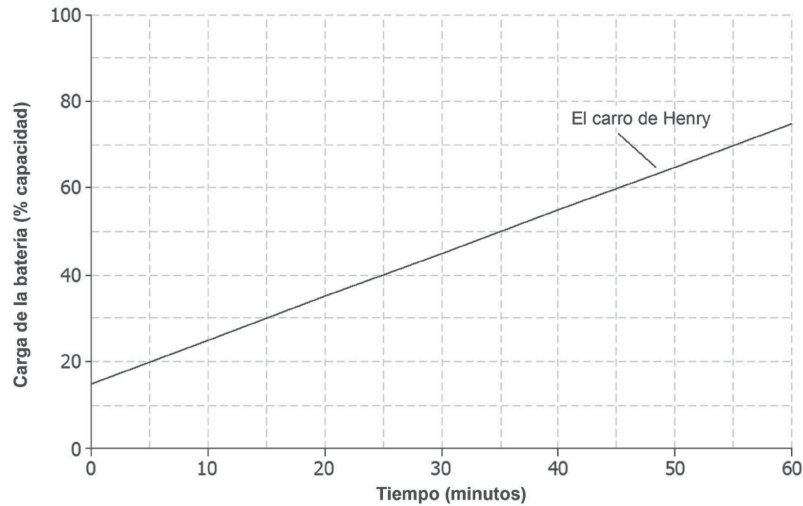
1. La siguiente gráfica muestra la relación entre el valor y el tiempo de un carro.



Relaciona cada parte de la gráfica (A, B y C) con su descripción verbal. Explica el razonamiento detrás de tu elección.

- El valor del carro se mantiene estable debido a un informe positivo de un consumidor sobre el mismo modelo.
- Hay una escasez de carros usados en el mercado y el valor del carro se eleva a una tasa constante.
- El valor del carro se deprecia a una tasa constante.

2. Henry y Roxy conducen carros eléctricos que necesitan ser recargados antes de su uso. Henry utiliza un cargador estándar en su casa para recargar su carro. La siguiente gráfica representa la relación entre el costo de la batería y la cantidad de tiempo que el carro de Henry ha estado conectado a la luz.



- a. Describe cómo se está recargando, con respecto al tiempo, la batería del carro de Henry.
- b. Roxy tiene un súper cargador en su casa que puede cargar aproximadamente la mitad de la batería en 20 minutos. No hay carga sobrante cuando ella comienza a recargar la batería. Traza una gráfica que represente la relación entre el costo de la batería y la cantidad de tiempo en los ejes anteriores. Asume que la relación es lineal.
- c. ¿El carro de quién se recargará completamente primero? Explica.



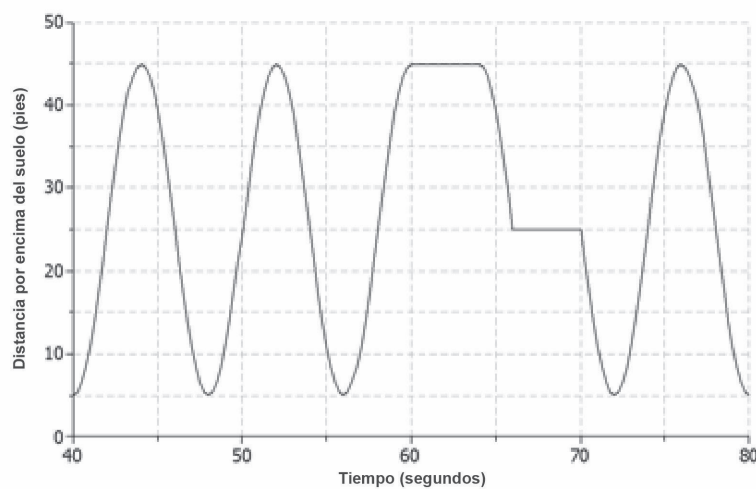
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 5: Funciones crecientes y decrecientes

### Boleto de salida

Lamar y su hermana siguen en la rueda de la fortuna. La siguiente gráfica representa la distancia a la que Lamar y su hermana están sobre suelo con respecto al tiempo, durante los próximos 40 segundos de su viaje.



- Nombra un intervalo donde la función sea creciente.
- Nombra un intervalo donde la función sea decreciente.
- La función, ¿es lineal o no lineal? Explica.
- ¿Qué podría estar sucediendo durante el intervalo de tiempo de 60 a 64 segundos?
- Basándote en la gráfica, ¿cuántas vueltas completas realizan durante este intervalo de 40 segundos?

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

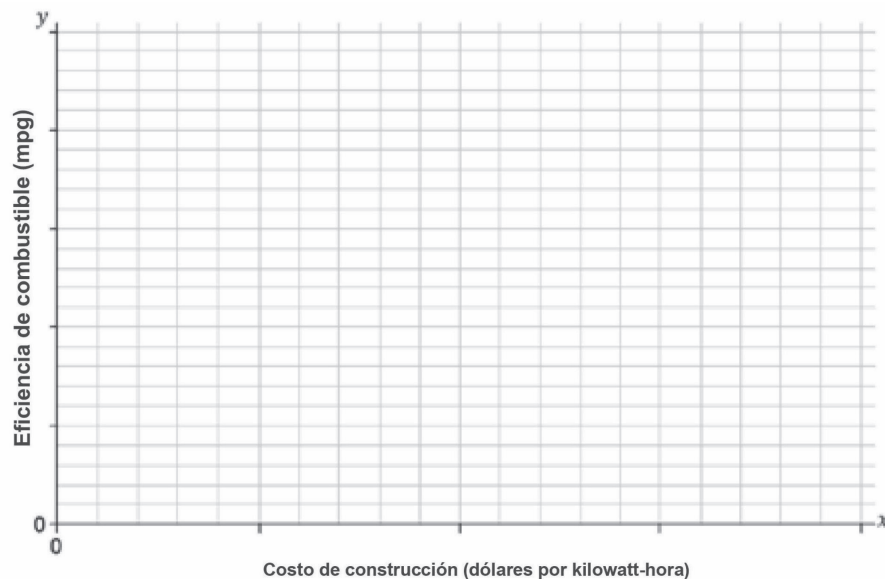
## Lección 6: Diagramas de dispersión

### Boleto de salida

La energía se mide en kilowatts por hora, o kilowatt/hora. La siguiente tabla muestra el costo de construcción de una planta de producción de energía y el costo actual de operación de la planta para cinco tipos diferentes de energía.

Tipo de energía	Costo de operación (centavos de dólar por kilowatt/hora)	Costo de construcción (dólares por kilowatt/hora)
Hidroeléctrica	0.4	2,200
Viento	1.0	1,900
Nuclear	2.0	3,500
Carbón	2.2	2,500
Gas natural	4.8	1,000

- Elabora un diagrama de dispersión que muestre los costos para construir la planta en dólares por kilowatt/hora ( $x$ ) y los costos para operar la planta en centavos por kilowatt/hora ( $y$ ). Utiliza la cuadrícula a continuación y asegúrate de agregar una escala adecuada a los ejes.



- ¿Crees que existe una relación estadística entre los costos de construcción y los costos de operación? Si es así, describe la naturaleza de la relación.

- Basándote en el diagrama de dispersión, ¿se puede concluir que la disminución de los costos de construcción es la causa del aumento de los costos de operación? Explica.

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 7: Patrones en diagramas de dispersión

### Boleto de salida

1. ¿Cuál de los siguientes diagramas de dispersión muestra una relación lineal negativa? Explica cómo lo sabes.

Diagrama de dispersión 1

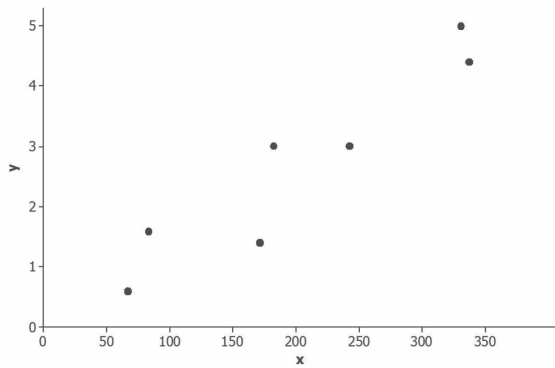


Diagrama de dispersión 2

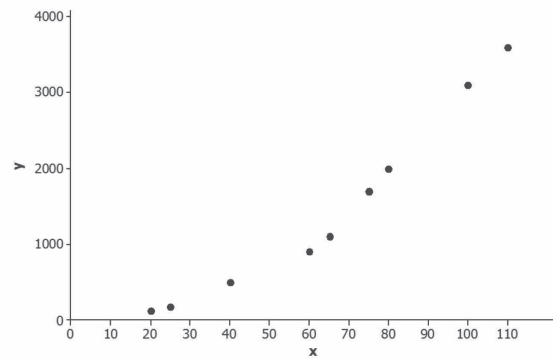


Diagrama de dispersión 3

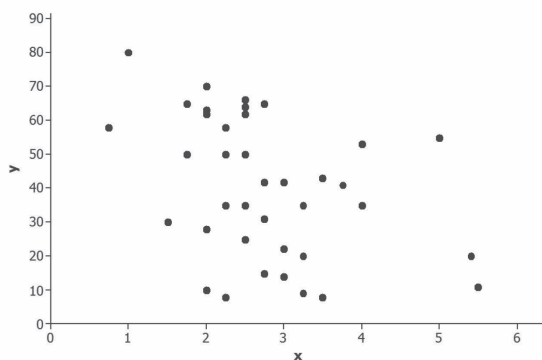
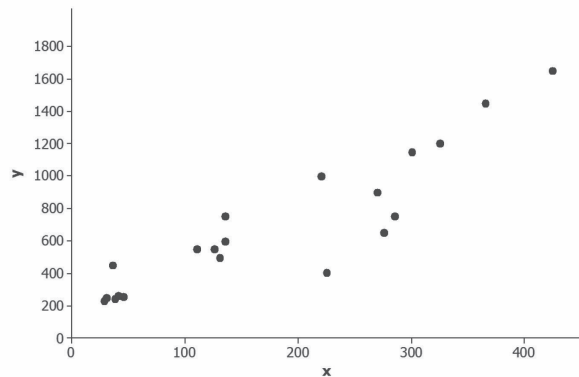
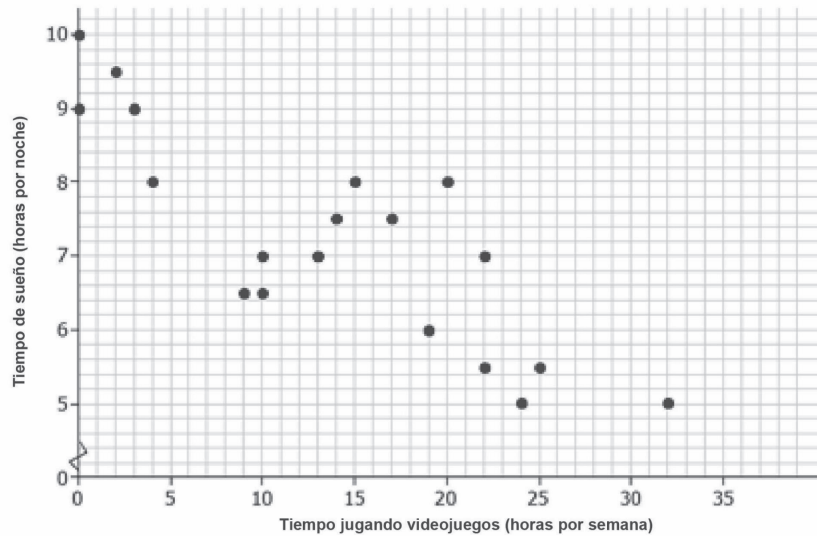


Diagrama de dispersión 4



2. El diagrama de dispersión a continuación se construyó utilizando datos de estudiantes de octavo grado de acuerdo al número de horas que juegan videojuegos por semana ( $x$ ) y el número de horas que duermen por noche ( $y$ ). Escribe un par de enunciados que describan la relación entre el tiempo de sueño y el tiempo dedicado a jugar videojuegos para estos estudiantes. ¿Hay algunos agrupamientos o datos aberrantes visibles?



3. En un diagrama de dispersión, si los valores de  $y$  tienden a aumentar a medida que aumenta el valor de  $x$ , ¿dirías que existe una relación positiva o una relación negativa entre  $x$  e  $y$ ? Justifica tu respuesta.

Nombre \_\_\_\_\_

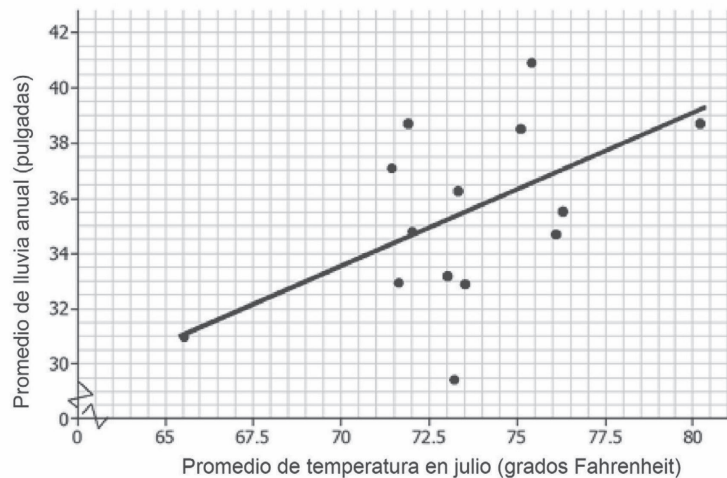
Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 8: Ajustar una recta de manera informal

### Boleto de salida

La gráfica a continuación es un diagrama de dispersión de la temperatura media en julio y la media de pulgadas de lluvia por año para una muestra de ciudades del Medio Oeste. Se traza una recta para ajustar los datos.

**Temperaturas y precipitaciones de julio de las ciudades seleccionadas del Medio Oeste**



Fuente de datos: <http://countrystudies.us/united-states/weather/>

1. Elige un punto en el diagrama de dispersión y explica lo que representa.
2. Utiliza la recta proporcionada para predecir la media del número de pulgadas de lluvia por año para una ciudad que tiene una temperatura media de  $70^{\circ}\text{F}$  en julio.
3. ¿Crees que la recta proporcionada está bien para este diagrama de dispersión? Justifica tu respuesta.

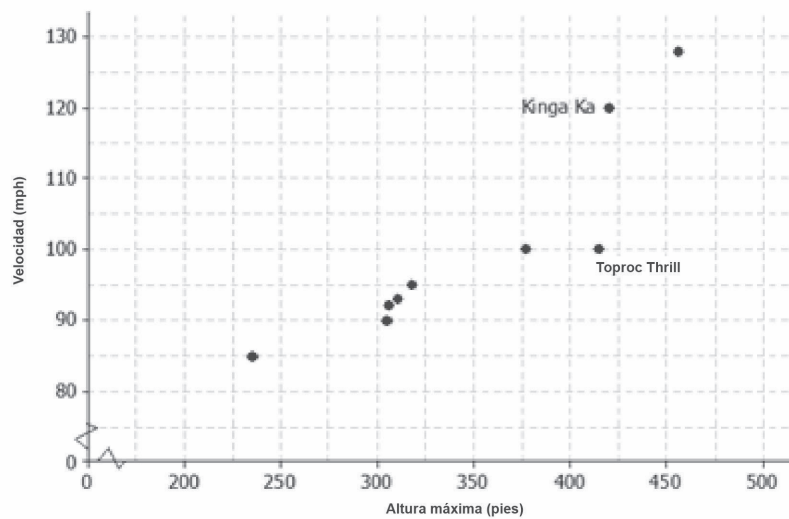
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 9: Determinar la ecuación de una recta de ajuste óptimo a los datos

### Boleto de salida

- El diagrama de dispersión muestra la altura y la velocidad de algunas de las montañas rusas más rápidas del mundo. Dibuja una recta que pienses que se ajusta bien a los datos.

Fuente: <http://rcdb.com/rhr.htm>

- Encuentra la ecuación de la recta. Muestra tus pasos.
- Para las dos montañas rusas identificadas en el diagrama de dispersión, utiliza la recta para encontrar la diferencia aproximada entre las velocidades observadas y las velocidades predichas.





Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 11: Usar modelos lineales en un contexto de datos

### Boleto de salida

De acuerdo con la Oficina de Estadísticas Vitales del Departamento de Salud y Salud Mental, la esperanza de vida al nacer (en años) de los bebés de Nueva York es la siguiente.

Año de nacimiento	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Esperanza de vida	77.9	78.2	78.5	79.0	79.2	79.7	80.1	80.2	80.6

Fuente de datos: [http://www.nyc.gov/html/om/pdf/2012/pr465-12\\_charts.pdf](http://www.nyc.gov/html/om/pdf/2012/pr465-12_charts.pdf)

- a. Si estás interesado en la predicción de la esperanza de vida de los bebés nacidos en un año dado, ¿cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente?

- b. Dibuja un diagrama de dispersión para determinar si hay una relación lineal entre el año de nacimiento y la esperanza de vida.

- c. Ajusta una recta a los datos. Muestra tu trabajo.
- d. Basándote en el contexto del problema, interpreta con palabras el origen y la pendiente de la recta que encontraste en la parte (c).
- e. Utiliza tu recta para predecir la esperanza de vida de los bebés nacidos en la ciudad de Nueva York en 2010.

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 12: Modelos no lineales en un contexto de datos (opcional)

### Boleto de salida

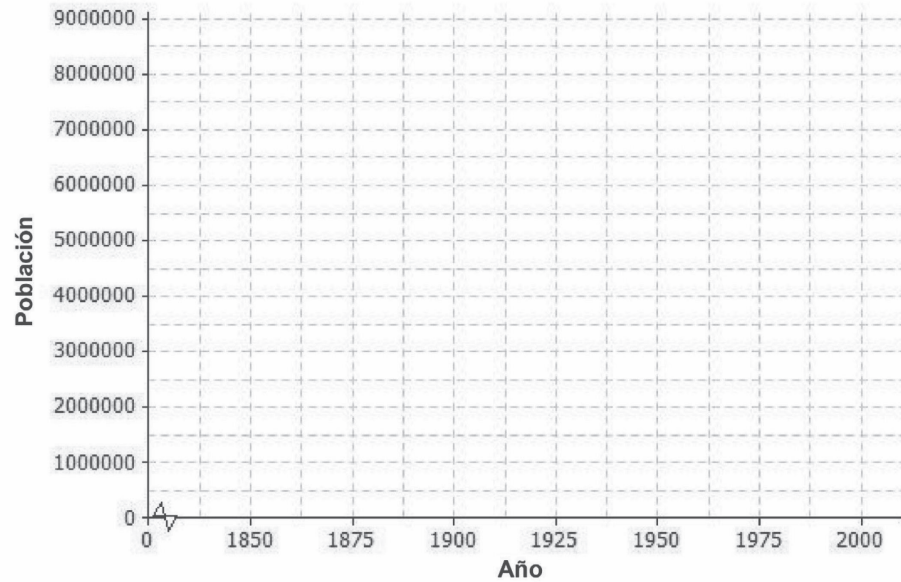
La tabla muestra la población de la ciudad de Nueva York desde 1850 hasta 2000 para cada período de 50 años.

Año	Población	Crecimiento de la población (cambio a lo largo de un período de 50 años)
1850	515,547	—
1900	3,437,202	
1950	7,891,957	
2000	8,008,278	

Fuente de datos: [www.census.gov](http://www.census.gov)

1. Encuentra el crecimiento de la población en el período 1850-1900. Escribe tu respuesta en la tabla, en la fila para el año 1900.
2. Encuentra el crecimiento de la población en el período 1900-1950. Escribe tu respuesta en la tabla, en la fila para el año 1950.
3. Encuentra el crecimiento de la población en el período 1950-2000. Escribe tu respuesta en la tabla, en la fila para el año 2000.
4. ¿Parece que un modelo lineal se ajusta bien a los datos? ¿Por qué sí o por qué no?
5. Describe cómo cambia la población con el paso de los años.

6. Construye una gráfica de dispersión de tiempo en comparación con población en la siguiente cuadrícula. Dibuja una recta o curva que describa razonablemente los datos.



7. Calcula la población de la ciudad de Nueva York en 1975. Explica cómo llegaste a tu cálculo.



3. Se interroga a un grupo aleatorio de estudiantes sobre cómo llegan a la escuela. Los resultados se resumen en la siguiente tabla.

		Encuesta de transporte escolar			Total
		Caminan	Viajan en autobús	Comparten coche	
Sexo	Hombre	9	26	9	44
	Mujer	8	26	24	58
Total		17	52	33	102

- a. Calcula las frecuencias relativas de la tabla anterior. Escríbelas como un porcentaje en cada celda de la tabla. Redondea al decimal porcentual más cercano.
- b. ¿Cuál es la frecuencia relativa de la categoría que comparten coche? Escribe un enunciado interpretando este valor en el contexto del transporte escolar.
- c. ¿Cuál es la proporción de estudiantes que son mujeres y caminan a la escuela? Escribe un enunciado interpretando este valor en el contexto del transporte escolar.
- d. Se selecciona un estudiante de esta escuela al azar. ¿Cuál predecirías es el tipo de transporte escolar que este estudiante usa? Explica.

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 14: Asociación entre variables categóricas

### Boleto de salida

A una muestra aleatoria de 100 estudiantes de octavo grado se les pidió que registraran dos variables: si tienen un televisor en su habitación y si aprobaron su último examen de matemáticas o no. Los resultados de la encuesta se resumen a continuación.

- 55 estudiantes tienen un televisor en sus dormitorios.
- 35 estudiantes no tienen un televisor en sus dormitorios y aprobaron su último examen de matemática.
- 25 estudiantes tienen un televisor y reprobaron su último examen de matemática.
- 35 estudiantes reprobaron su último examen de matemática.

1. Completa la tabla de doble entrada.

	Aprobado	Reprobado	Total
Televisión en el dormitorio			
No hay televisión en el dormitorio			
Total			

2. Calcula las frecuencias relativas de fila e introduce los valores en la tabla anterior. Redondea a la milésima más cercana.
3. ¿Hay evidencia de asociación entre las variables? Si es así, ¿esto implica que existe una relación de causa y efecto? Explica.

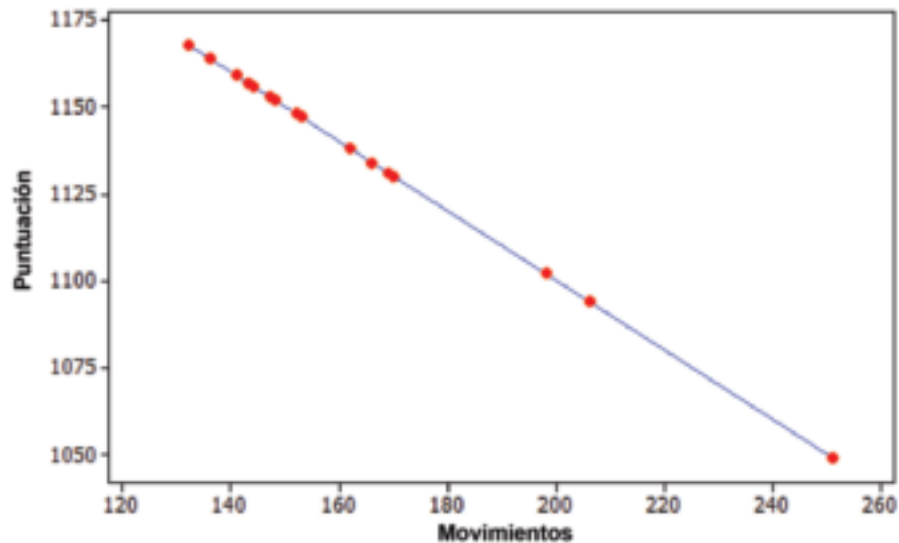
# Paquete de evaluaciones



Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

1. Muchas computadoras vienen con un juego de solitario. El jugador mueve las cartas de ciertas formas para completar los patrones específicos. El objetivo es terminar el juego en el menor número de movimientos posibles y la puntuación de un jugador está determinada por el número de movimientos. Un profesor de estadística jugó 16 veces y registró el número de movimientos y el marcador final después de cada juego. La recta representa la función lineal que se utiliza para determinar la puntuación de la cantidad de movimientos.



- a. ¿La puntuación media de esta persona está cerca de 1130 o 1110? Explica cómo lo decidiste.
- b. Los dos primeros partidos que jugó tomaron 169 movimientos (1131 puntos) y 153 movimientos (1147 puntos). Basándote en esta información, determina la ecuación de la función lineal utilizada por la computadora para calcular la puntuación de la cantidad de movimientos. Explica tu trabajo.

c. Basándote en la función lineal, cada vez que el jugador hace un movimiento, ¿cuántos puntos pierde?

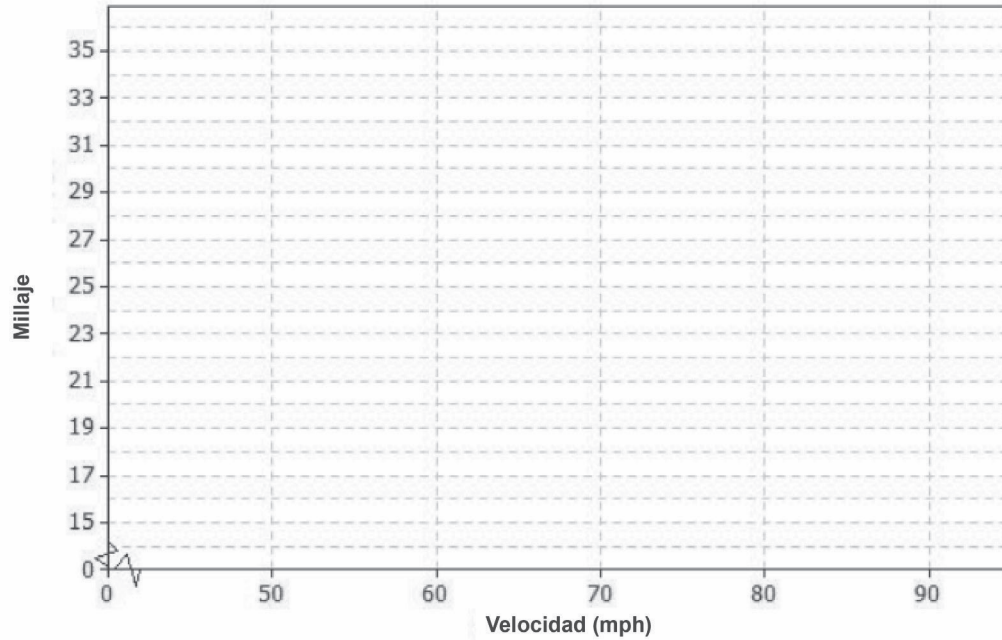
d. Basándote en la función lineal, ¿con cuántos puntos inicia el jugador este juego? Explica tu razonamiento.

2. Para ahorrar dinero, los conductores a menudo tratan de aumentar su millaje, que se mide en millas por galón (mpg). Una teoría es que la velocidad recorrida impacta en el millaje. Supongamos que los datos siguientes se registran durante cinco pruebas diferentes de 300 millas, con el coche que viaja a diferentes velocidades en millas por hora (mph) para cada prueba.

Velocidad (mph)	Millaje
50	32
60	29
70	24
80	20
90	17

a. Conforme a los datos de esta tabla, ¿la asociación es positiva o negativa? Explica cómo lo decidiste.

- b. Construye un diagrama de dispersión de estos datos utilizando el siguiente plano cartesiano. El eje vertical representa el millaje y el eje horizontal representa la velocidad en millas por hora (mph).



- c. Dibuja una recta en el diagrama de dispersión que crees que sea un modelo razonable para predecir el millaje de la velocidad del coche.
- d. Estima e interpreta la pendiente de la recta que encontraste en la parte (c).

Supongamos que se midieron datos adicionales para tres pruebas más. Estos resultados se han añadido a las pruebas anteriores y los datos combinados se muestran en la tabla a continuación.

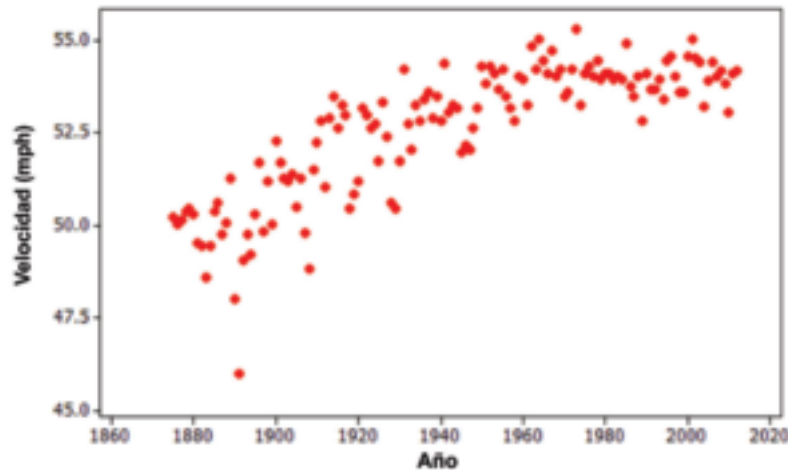
Velocidad (mph)	Millaje
20	25
30	27
40	30
50	32
60	29
70	24
80	20
90	17

- e. ¿La asociación de estos datos parecen ser lineales? ¿Por qué sí o por qué no?
- f. Si tu única preocupación era el millaje y no tuviste problemas con el tráfico, ¿a qué velocidad recomendarías viajar en base a estos datos? Explica tu elección.

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

1. El Kentucky Derby es una carrera de caballos que se celebra cada año. El siguiente diagrama de dispersión muestra la velocidad del caballo ganador en el Derby Kentucky cada año entre 1875 y 2012.



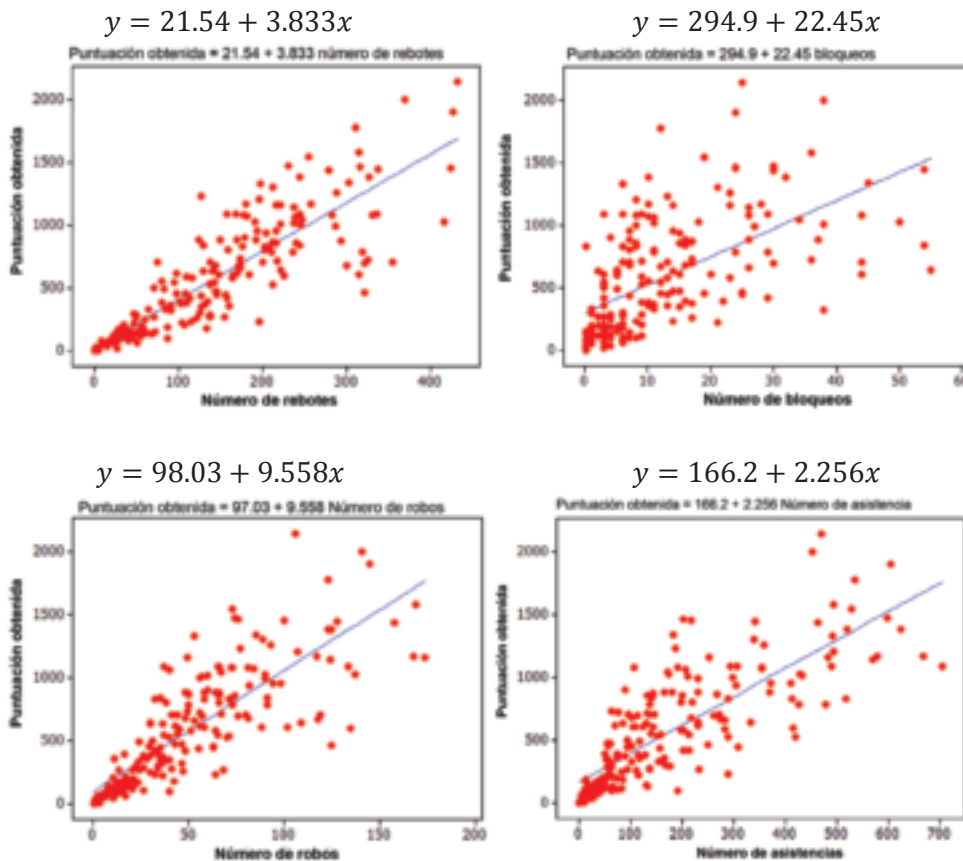
Fuente de datos: <http://www.kentuckyderby.com/>

(Nota: Las velocidades se calcularon basándose en los tiempos dados en la página web).

- a. ¿La asociación entre la *velocidad* y el *año* es positiva o negativa? Brinda una explicación posible en el contexto de este problema de por qué la asociación se comporta de esta manera teniendo en cuenta las variables que intervienen.
- b. Comenta sobre si la asociación entre la velocidad y los años es aproximadamente lineal y después explica, en el contexto de este problema, por qué la forma de la asociación (lineal o no) tiene sentido considerando las variables involucradas.

- c. Encierra en un círculo el dato aberrante de este diagrama de dispersión y explica, en su contexto, cómo y por qué la observación es inusual.
2. Se pidió a los estudiantes que indicaran su sexo y el número de veces al día que normalmente se lavan las manos. De los 738 hombres, 66 dijeron que se lavan las manos una vez al día como máximo, 583 dijeron que se lavan las manos de dos a siete veces al día y 89 dijeron que se lavan las manos ocho o más veces al día. De las 204 mujeres, 2 dijeron que se lavan las manos una vez al día como máximo, 160 dijeron que se lavan las manos de dos a siete veces al día y 42 dijeron que se lavan las manos ocho o más veces al día.
- a. Resume estos datos en una tabla de doble entrada con las filas correspondientes a las tres diferentes categorías de frecuencia de lavado de manos y columnas correspondientes a los sexos.
- b. ¿Estos datos sugieren una asociación entre el sexo y la frecuencia del lavado de manos? Fundamenta tu respuesta con los cálculos apropiados.

3. Los jugadores de baloncesto que efectúan una gran cantidad de puntos también tienden a ser fuertes en otras áreas del juego, como el número de rebotes, el número de bloqueos, el número de robos y el número de asistencias. A continuación, se presentan los diagramas de dispersión y los modelos lineales de los jugadores profesionales de la NBA (Asociación Nacional de Baloncesto) de la temporada pasada.



- a. La recta que modela la asociación entre los puntos anotados y el número de rebotes es  $y = 21.54 + 3.833x$ , donde  $y$  representa el número de puntos obtenidos y  $x$  representa el número de rebotes. Brinda una interpretación, en contexto, de la pendiente de esta recta.

- b. Todas las ecuaciones de la página anterior muestran el número de puntos anotados ( $y$ ) como una función de las otras variables. ¿Un aumento en cuál de las variables (rebotes, bloqueos, robos y asistencias) tiende a tener un mayor impacto en los puntos predichos anotados por un jugador de la NBA?
- c. ¿Cuál de los cuatro modelos lineales que se muestran en los diagramas de dispersión en la página anterior tiene el peor ajuste de datos? Explica cómo lo sabes usando los datos.