

# Una historia de proporciones®

## Eureka Math™

### 8.º grado Módulo 3

### Archivo del estudiante\_B

### Materiales adicionales para el estudiante

Este archivo contiene:

- G8-M3 Boletos de salida
- G8-M3 Evaluación de la mitad del módulo
- G8-M3 Evaluación final del módulo

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Copyright © 2017 Great Minds.

Impreso en EE. UU.

Este libro puede comprarse directamente en la editorial en [eureka-math.org](http://eureka-math.org)

10 9 8 7 6 5 4 3 2

G8-M3-SFB-1.1.0-07.2017

# Paquete de Boletos de salida

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 1: ¿Qué hay detrás de la “misma forma”?

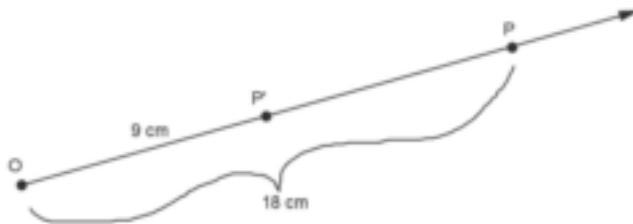
### Boleto de salida

1. ¿Por qué es necesaria una mejor definición de semejanza que "de la misma forma, no del mismo tamaño"?

2. Utiliza el siguiente diagrama. Hay una dilatación del centro  $O$  con el factor de escala  $r = 3$ . Entonces,  $Dilatación(P) = P'$ . En el siguiente diagrama,  $|OP| = 5$  cm. ¿Cuánto mide  $|OP'|$ ? Muestra tu trabajo.



3. Utiliza el siguiente diagrama. Hay una dilatación del centro  $O$ . Entonces,  $Dilatación(P) = P'$ . En el siguiente diagrama  $|OP| = 18$  cm y  $|OP'| = 9$  cm. ¿Cuál es el factor de escala  $r$ ? Muestra tu trabajo.



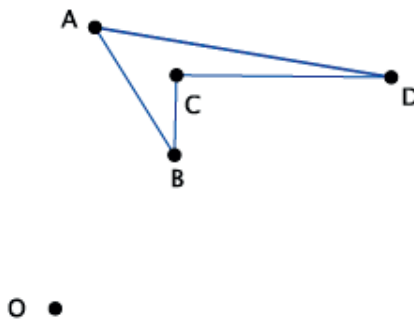
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 2: Propiedades de las dilataciones

### Boleto de salida

1. Dado el centro  $O$  y el cuadrilátero  $ABCD$ , usando un compás y una regla, dilata la figura del centro  $O$  por un factor de escala de  $r = 2$ . Indica el cuadrilátero dilatado  $A'B'C'D'$ .



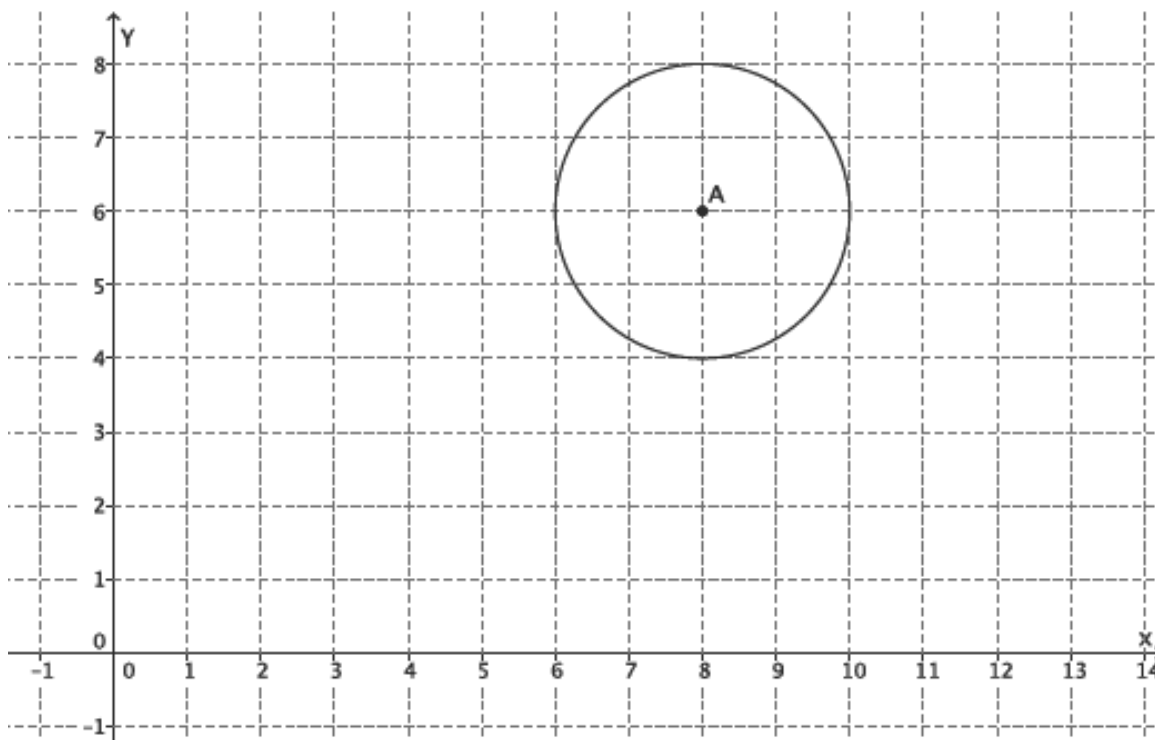
2. Describe lo que has aprendido hoy acerca de lo que ocurre con las rectas, segmentos, rayos y ángulos después de una dilatación.

Nombre \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 3: Ejemplos de dilataciones

### Boleto de salida

1. Dilata el círculo  $A$  del centro  $O$  por un factor de escala  $r = \frac{1}{2}$ . Asegúrate de utilizar los suficientes puntos para hacer una buena imagen de la figura original.



2. ¿Qué factor de escala ampliaría el círculo dilatado regresándolo a su tamaño original  $A$ ? ¿Cómo lo sabes?

Nombre \_\_\_\_\_

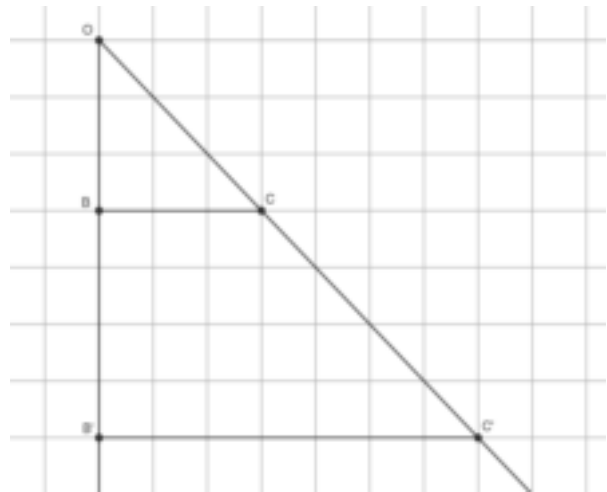
Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 4: Teorema fundamental de la semejanza (FTS)

### Boleto de salida

Steven dibujó el siguiente diagrama en papel cuadriculado. Dilató los puntos  $B$  y  $C$  desde el punto  $O$ . Responde a las siguientes preguntas basadas en su dibujo.

1. ¿Cuál es el factor de escala  $r$ ? Muestra tu trabajo.



2. Verifica el factor de escala con un conjunto de diferentes segmentos.

3. ¿Qué segmentos son paralelos? ¿Cómo lo sabes?

4. ¿ $\angle OBC$  y  $\angle OB'C'$  son ángulos rectos? ¿Cómo lo sabes?

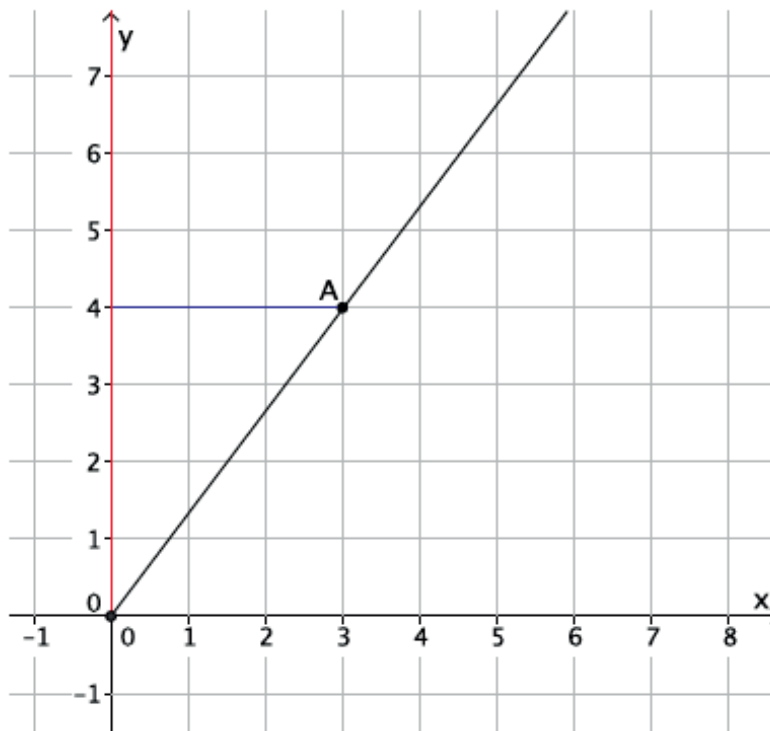
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 5: Primeras consecuencias del teorema fundamental de la semejanza (FTS)

### Boleto de salida

En el siguiente diagrama, se da el centro  $O$  y el rayo  $\overrightarrow{OA}$ . El punto  $A$  se dilata por un factor de escala  $r = \frac{6}{4}$ . Usa lo que sabes acerca del FTS para encontrar la ubicación del punto  $A'$ .



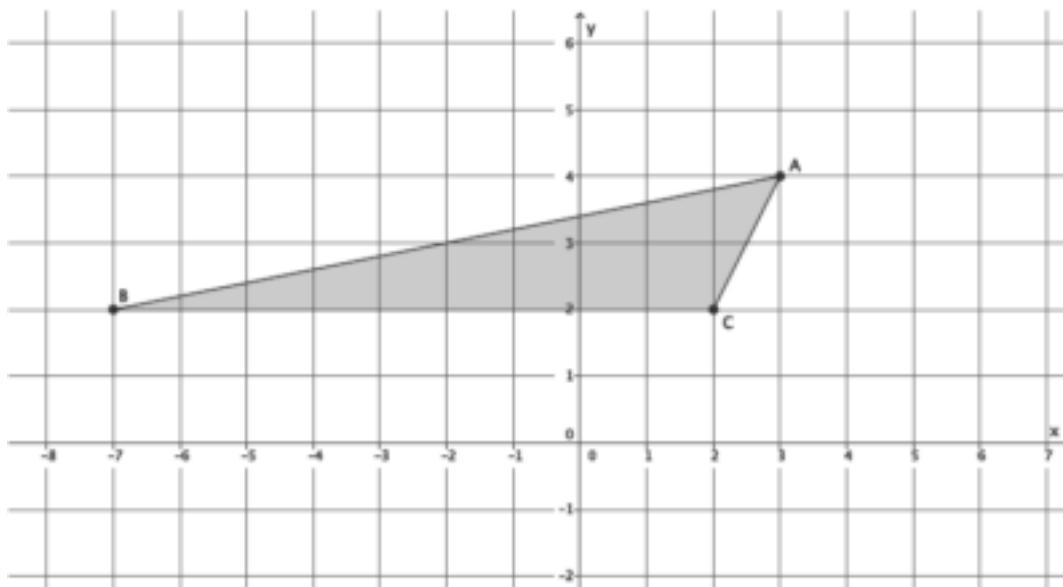
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 6: Dilataciones en el plano de coordenadas

### Boleto de salida

1. El punto  $A(7, 4)$  se dilata desde el origen por un factor de escala  $r = 3$ . ¿Cuáles son las coordenadas del punto  $A'$ ?
2. El triángulo  $ABC$ , que se muestra en el plano cartesiano a continuación, se dilata desde el origen por el factor de escala  $r = \frac{1}{2}$ . ¿Cuál es la ubicación del triángulo  $A'B'C'$ ? Dibuja y marca el triángulo en el plano cartesiano.





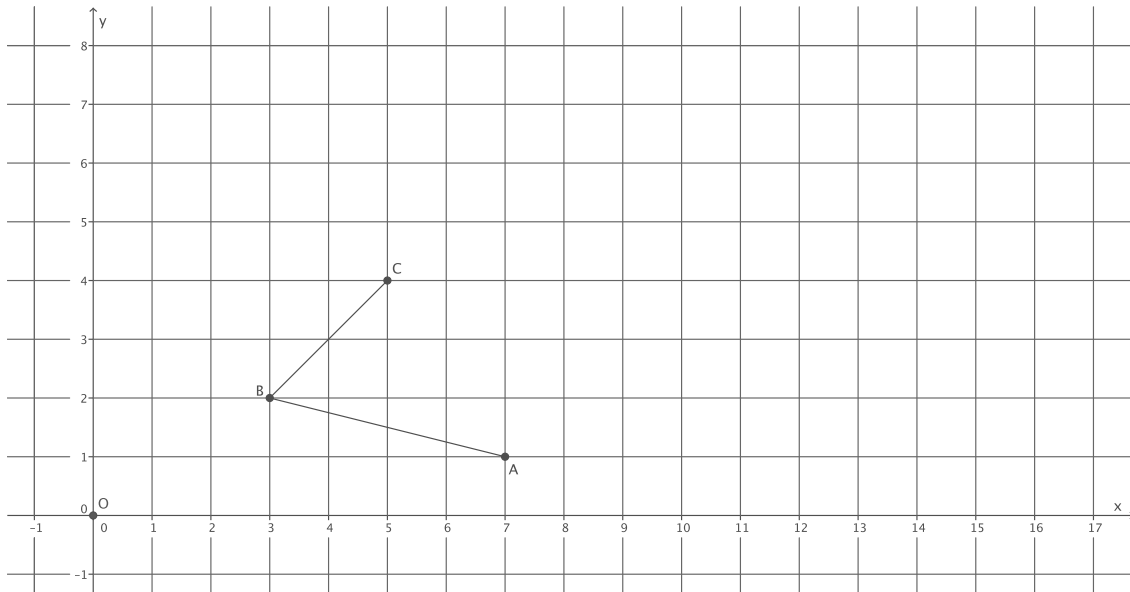
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 7: Pruebas informales de las propiedades de dilataciones

### Boleto de salida

Dilata  $\angle ABC$  con el centro  $O$  y el factor de escala  $r = 2$ . Etiqueta el ángulo de dilatación  $\angle A'B'C'$ .



1. Si  $\angle ABC = 72^\circ$ , entonces, ¿cuál es la medida de  $\angle A'B'C'$ ?
2. Si la longitud del segmento  $AB$  es 2 cm, ¿cuál es la longitud del segmento  $A'B'$ ?
3. ¿Qué segmentos, en su caso, son paralelos?

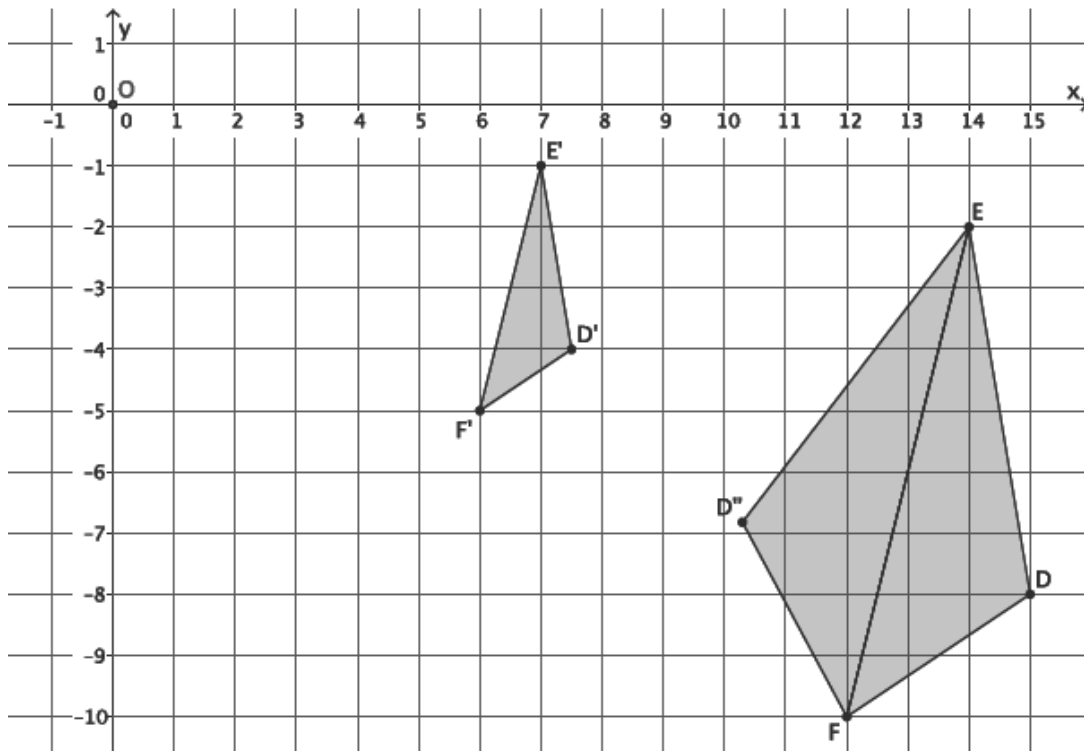
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 8: Semejanza

### Boleto de salida

En la imagen a continuación, tenemos el triángulo  $DEF$  que se ha dilatado desde el centro  $O$  por el factor de escala  $r = \frac{1}{2}$ . El triángulo dilatado es denotado por  $D'E'F'$ . También tenemos un triángulo  $D''EF$ , que es congruente con el triángulo  $DEF$  (es decir,  $\triangle DEF \cong \triangle D''EF$ ). Describe la secuencia de una dilatación seguida de una congruencia (de uno o más movimientos rígidos) que aplicaría el triángulo  $D'E'F'$  en el triángulo  $D''EF$ .



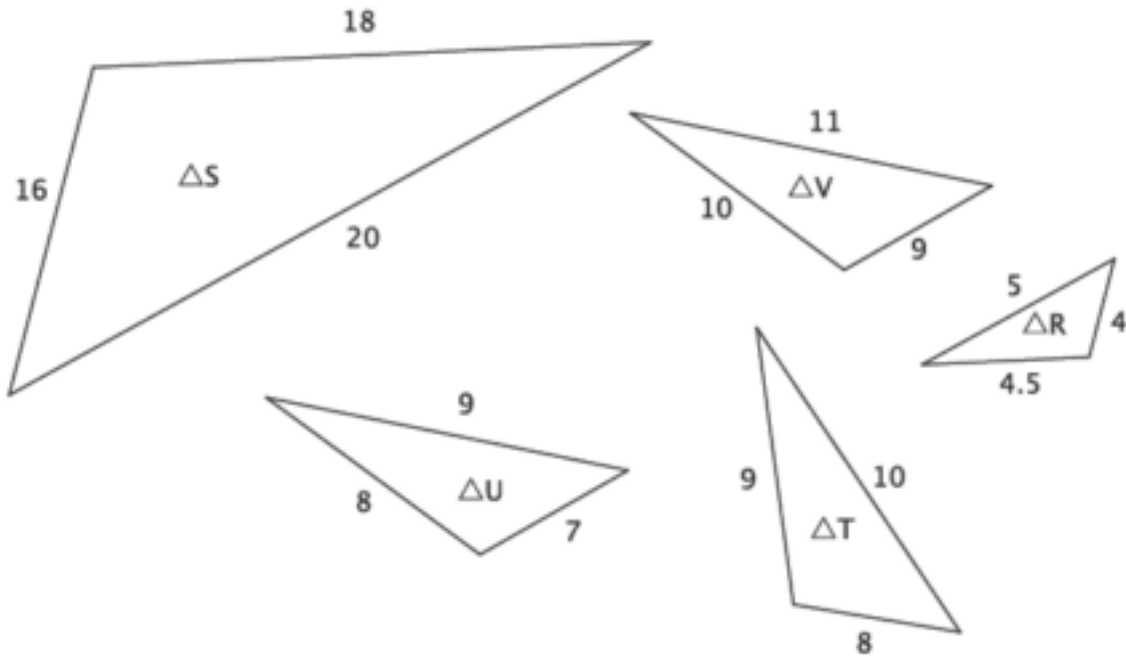
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 9: Propiedades básicas de la semejanza

### Boleto de salida

Utiliza el siguiente diagrama para responder a los Problemas 1 y 2.



1. ¿Cuáles dos triángulos, si los hay, tienen una semejanza que es simétrica?
2. ¿Cuáles tres triángulos, si los hay, tienen una semejanza que es transitiva?

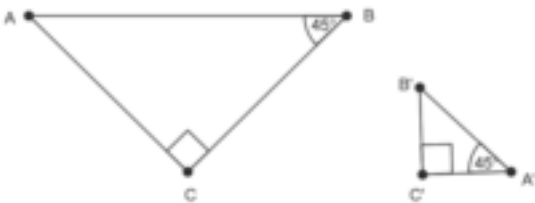
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

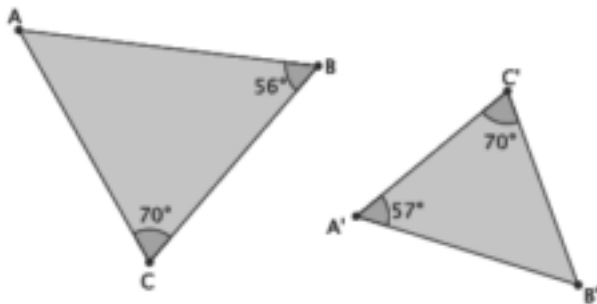
## Lección 10: Prueba informal del criterio AA de la semejanza

### Boleto de salida

1. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



2. ¿Los triángulos que se muestran a continuación son semejantes? Presenta un argumento informal en cuanto a por qué sí o por qué no.



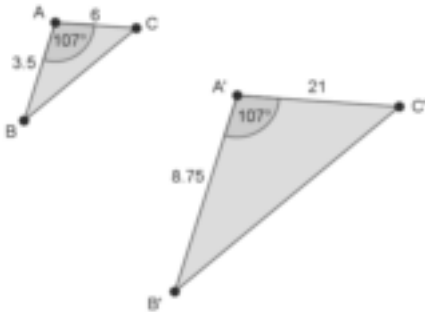
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

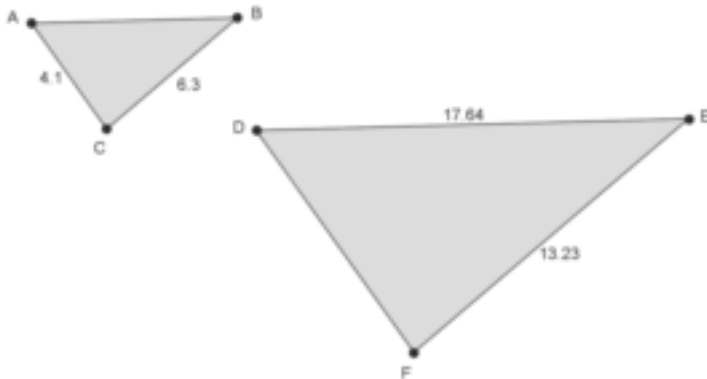
## Lección 11: Más acerca de los triángulos semejantes

### Boleto de salida

1. En el siguiente diagrama, se tiene  $\triangle ABC$  y  $\triangle A'B'C'$ . Basándonos en la información proporcionada, ¿es  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ? Explica.



2. En el siguiente diagrama,  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ . Usa la información para responder a las partes (a) - (b).



- a. Determina la longitud del lado  $\overline{AB}$ . Demuestra el trabajo que te lleva a tu respuesta.
- b. Determina la longitud del lado  $\overline{DF}$ . Demuestra el trabajo que te lleva a tu respuesta.

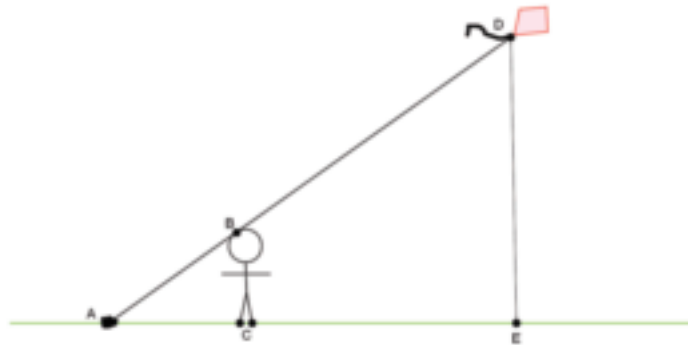
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 12: Representar utilizando la semejanza

### Boleto de salida

Henry cree que puede averiguar qué tan alto vuela su cometa en el parque. Primero, suelta 150 pies de cuerda y ata la cuerda a una roca en el suelo. Después, se mueve desde la roca hasta que la cuerda toque la parte superior de la cabeza. Se pone de pie con la espalda recta, formando un ángulo recto con el suelo. Él quiere averiguar la distancia desde el suelo hasta su cometa. Dibuja el siguiente diagrama para ilustrar lo que ha hecho.



- ¿Henry ha hecho suficiente trabajo hasta el momento usando triángulos semejantes para ayudar a medir la altura de la cometa? Explica.
- Henry sabe que él mide  $5\frac{1}{2}$  pies. Henry mide la cuerda de la roca a su cabeza y se da cuenta que mide 8 pies. ¿Tiene suficiente información para determinar la altura de la cometa? Si es así, encuentra la altura de la cometa. Si no es así, indica qué otra información sería necesaria.

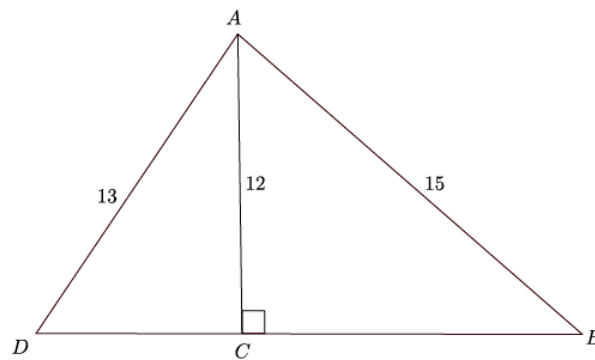
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 13: Prueba del teorema de Pitágoras

### Boleto de salida

Determina la longitud del lado  $\overline{BD}$  en el triángulo a continuación.



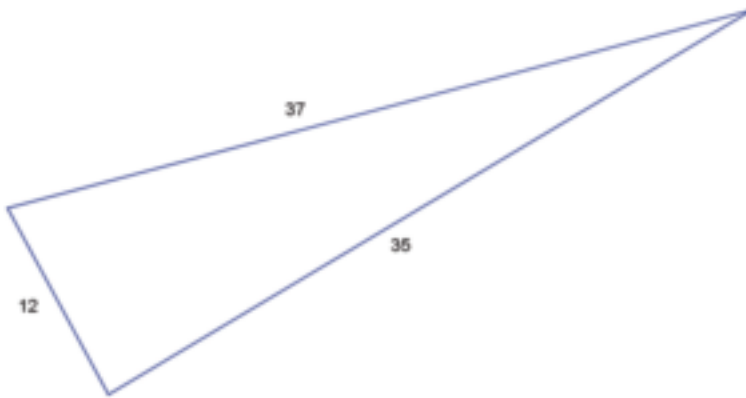
Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

## Lección 14: El recíproco del teorema de Pitágoras

### Boleto de salida

1. Los números en el diagrama de abajo indican las longitudes de los lados del triángulo. Bernardette dibujó el siguiente triángulo y afirma que es un triángulo rectángulo. ¿Cómo puedes estar seguro?



2. ¿Las longitudes 5, 9 y 14 forman un triángulo rectángulo? Explica.

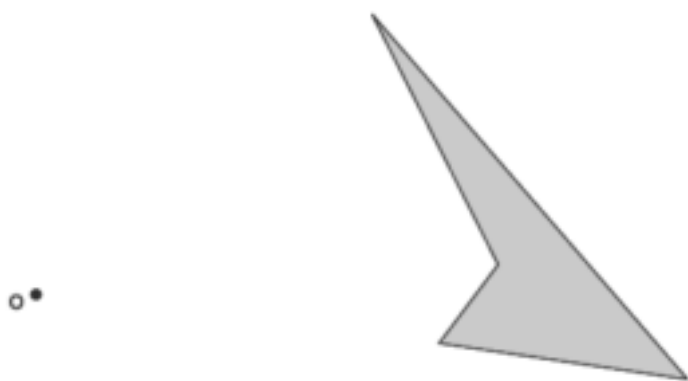


# Paquete de evaluaciones

Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

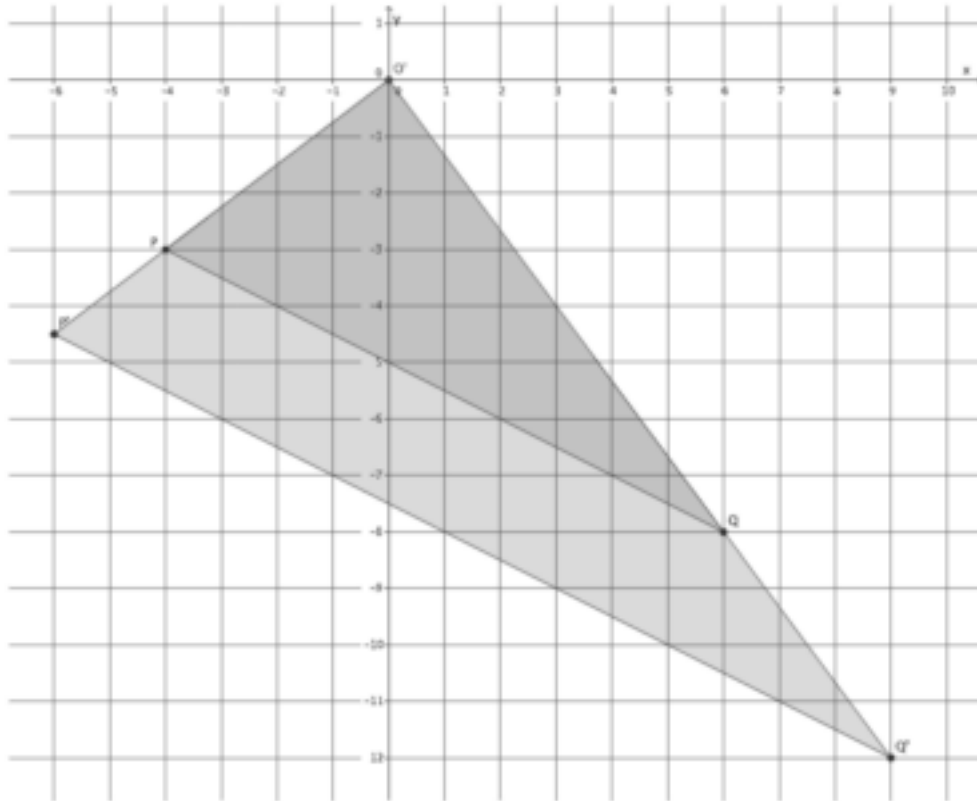
1. Utiliza la figura de abajo para completar las partes (a) y (b).



- a. Usa un compás y una regla para producir una imagen de la figura con centro  $O$  y factor de escala  $r = 2$ .
- b. Usa una regla para producir una imagen de la figura con centro  $O$  y factor de escala  $r = \frac{1}{2}$ .

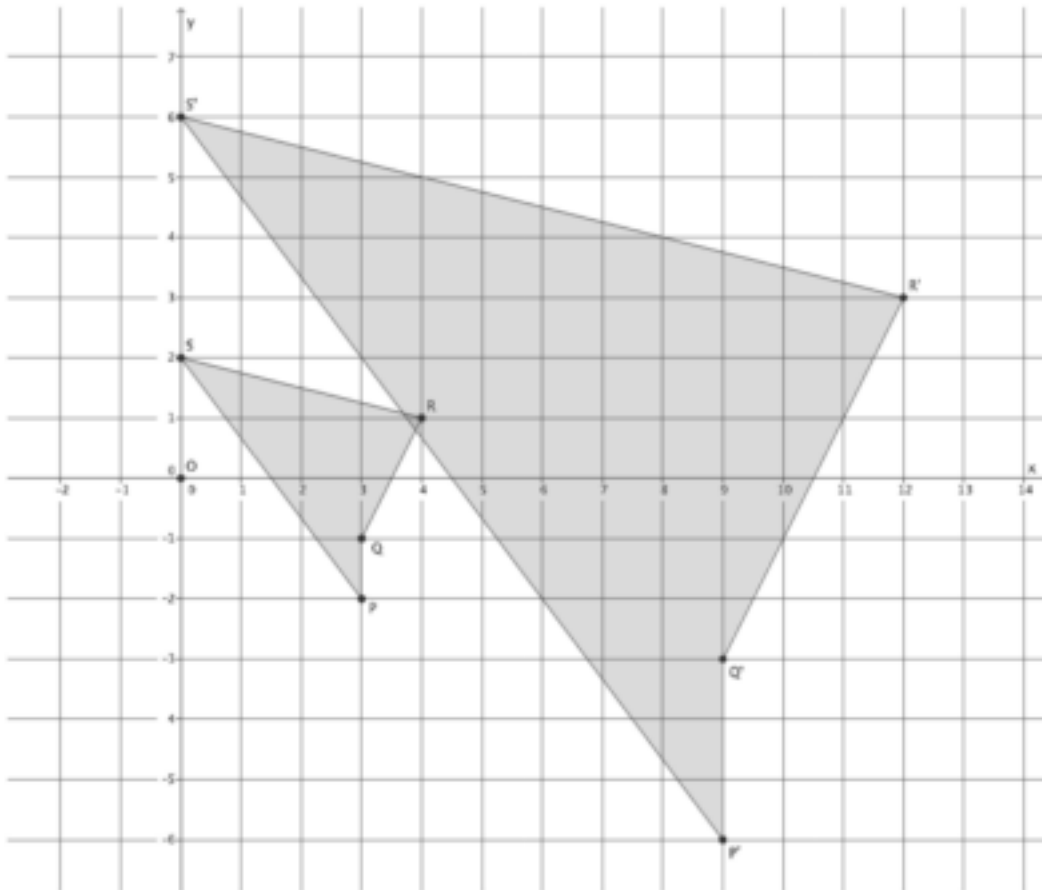
2. Usa el siguiente diagrama para responder las preguntas a continuación.

Sea  $D$  la dilatación con centro  $O$  y factor de escala  $r > 0$  de manera que  $Dilatación(P) = P'$  y  $Dilatación(Q) = Q'$ .

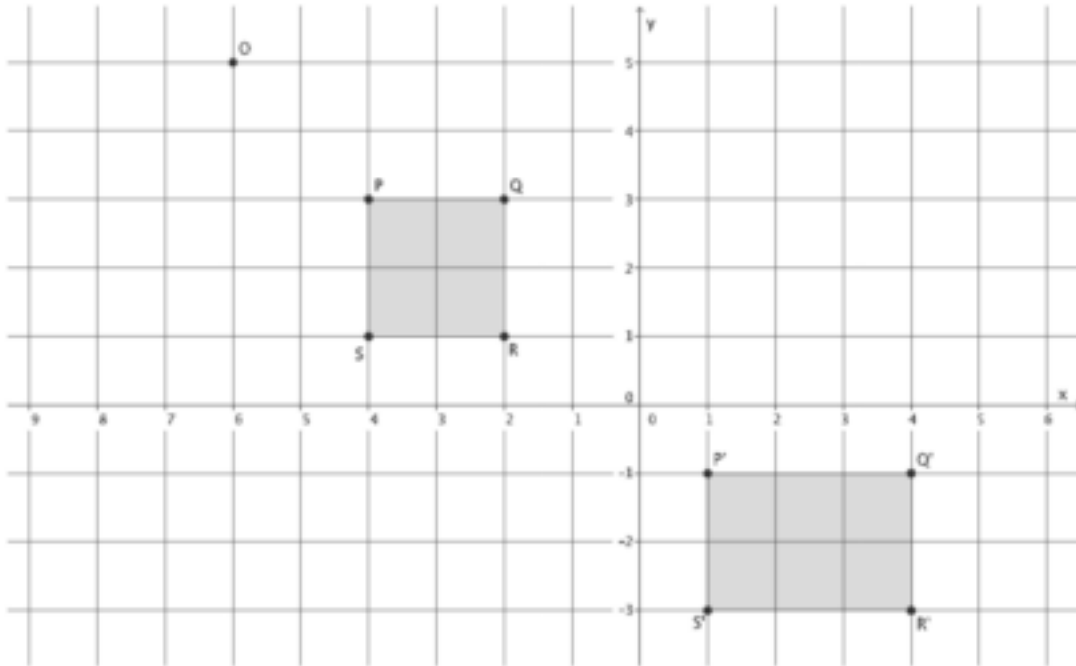


- a. Utiliza las longitudes  $|OQ| = 10$  unidades y  $|OQ'| = 15$  unidades para determinar el factor de escala  $r$  de la dilatación  $D$ . Describe cómo determinar las coordenadas de  $P'$  usando las coordenadas de  $P$ .
- b. Si  $|OQ| = 10$  unidades,  $|OQ'| = 15$  unidades y  $|P'Q'| = 11.2$  unidades, determina  $|PQ|$ . Redondea tu respuesta a décimas, si es necesario.

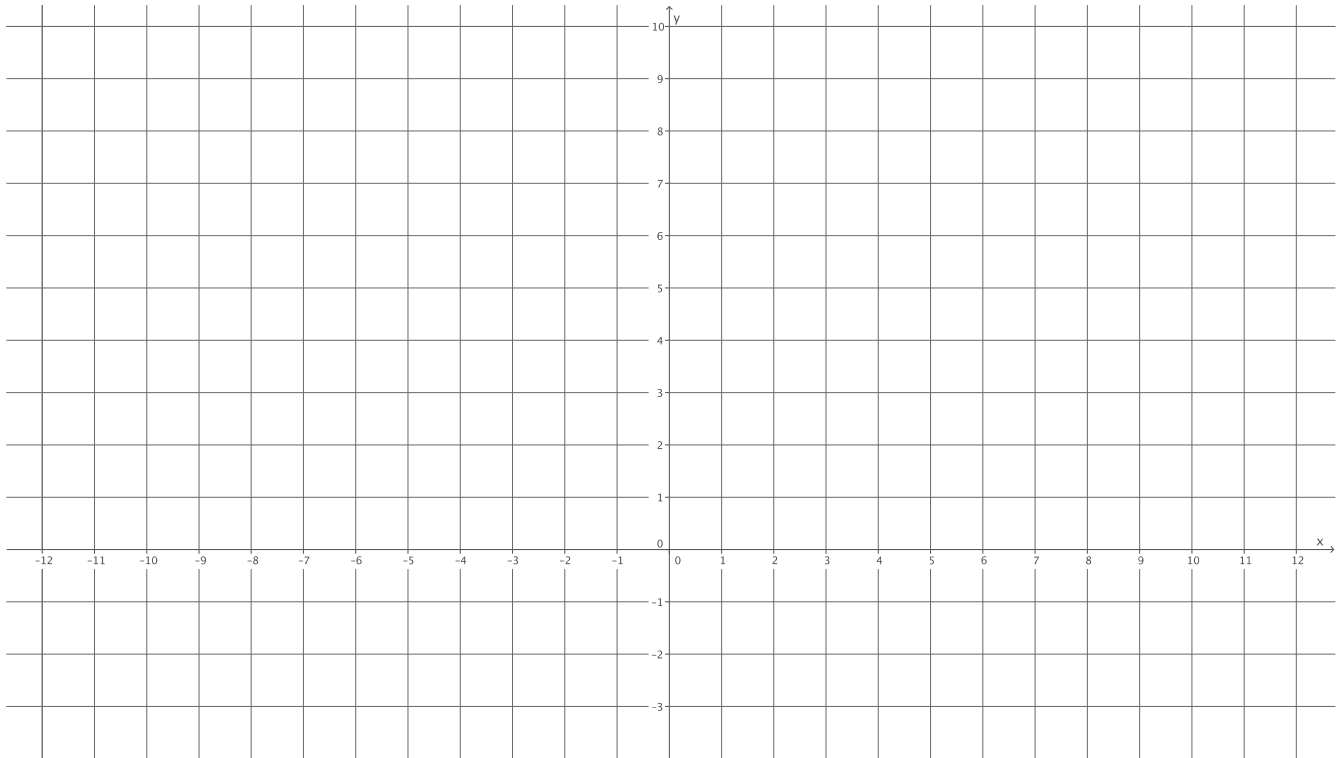
3. Usa una regla y un compás, según sea necesario, para responder a las partes (a) y (b).
- a. ¿Hay una dilatación  $D$  con centro  $O$  que aplica la figura  $PQRS$  en la figura  $P'Q'R'S'$ ? Explica en términos de factor de escala, centro y coordenadas de puntos correspondientes.



- b. ¿Hay una dilatación  $D$  con centro  $O$  que aplica la figura  $PQRS$  en la figura  $P'Q'R'S'$ ? Explica en términos de factor de escala, centro y coordenadas de los puntos correspondientes.



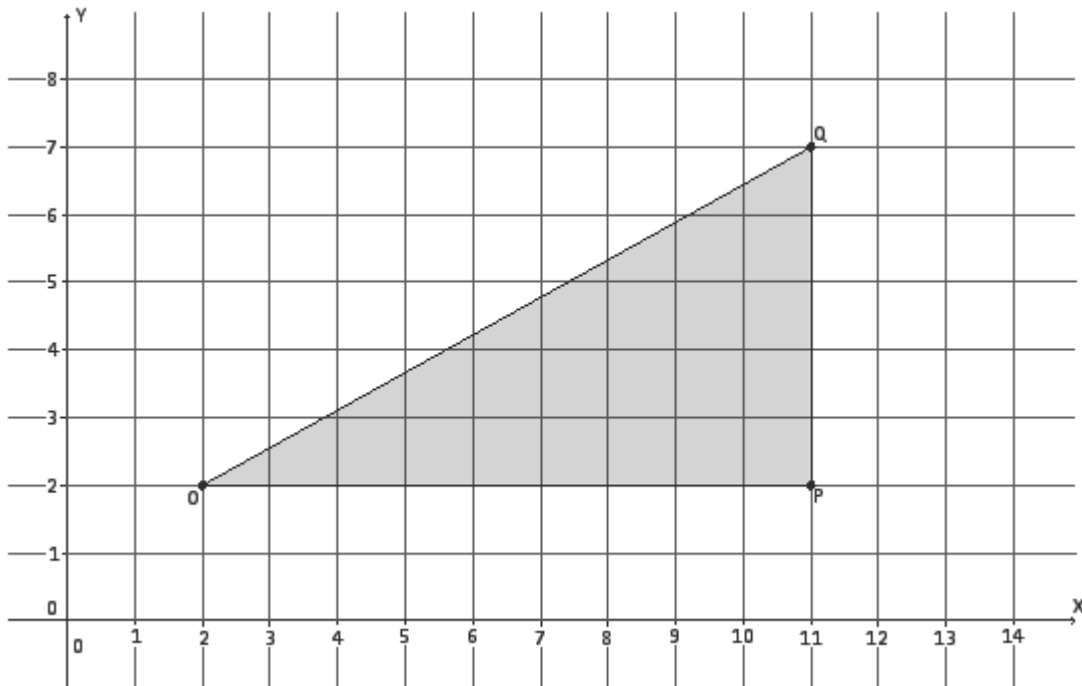
- c. El triángulo  $ABC$  se encuentra en los puntos  $A(-4, 3)$ ,  $B(3, 3)$  y  $C(2, -1)$  y se ha dilatado desde el origen por un factor de escala de 3. Dibuja y marca los vértices del triángulo  $ABC$ . Determina las coordenadas del triángulo dilatado  $A'B'C'$ , dibújalo y márcalo en el plano cartesiano.



Nombre \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

1. Usa el siguiente diagrama para responder las preguntas a continuación.

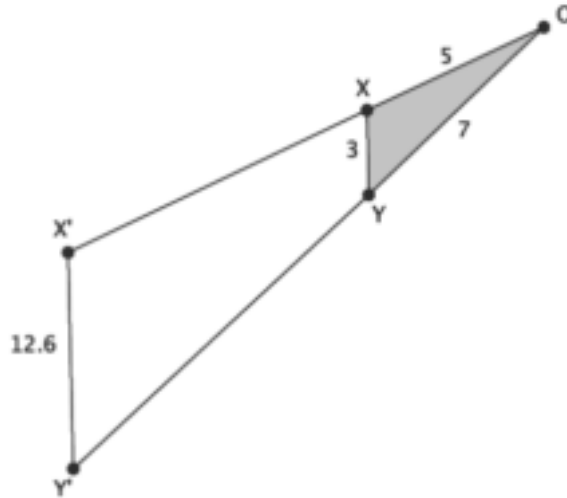


- a. Dilata  $\triangle OPQ$  del centro  $O$  con un factor de escala  $r = \frac{4}{9}$ . Marca la imagen  $\triangle OP'Q'$ .
- b. Encuentra las coordenadas de los puntos  $P'$  y  $Q'$ .

- c. ¿ $\angle OQP$  e  $\angle OQ'P'$  tienen igual medida? Explica.
- d. ¿Cuál es la relación entre los segmentos  $PQ$  y  $P'Q'$ ? Explica en términos de triángulos semejantes.
- e. Si la longitud del segmento  $OQ$  es 9.8 unidades, ¿cuál es la longitud del segmento  $OQ'$ ? Explica en términos de triángulos semejantes.

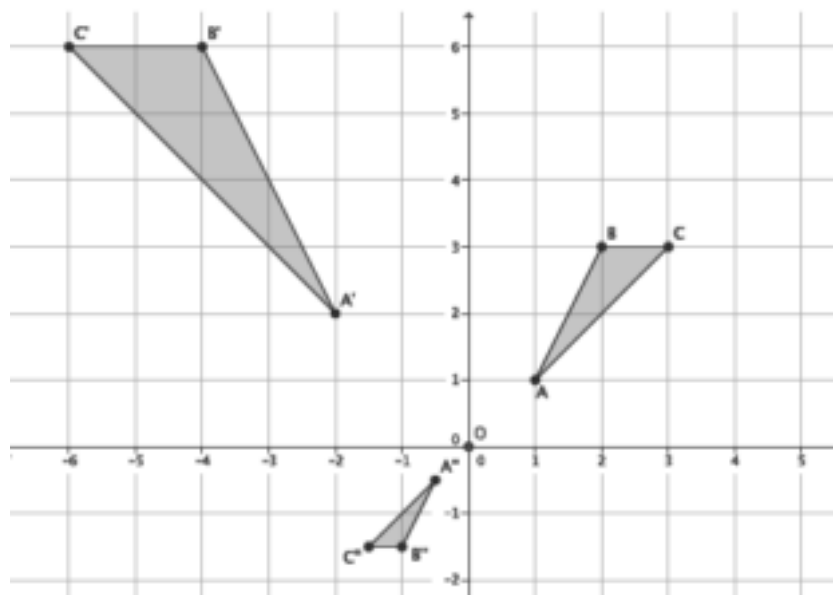


2. Usa el siguiente diagrama para responder las preguntas a continuación. La longitud de cada segmento es la siguiente: el segmento  $OX$  mide 5 unidades, el segmento  $OY$  mide 7 unidades, el segmento  $XY$  mide 3 unidades y el segmento  $X'Y'$  mide 12.6 unidades.



- a. Supongamos que el segmento  $XY$  es paralelo al segmento  $X'Y'$ . ¿Es  $\triangle OXY$  semejante a  $\triangle OX'Y'$ ? Explica.
- b. ¿Cuál es la longitud del segmento  $OX'$ ? Muestra tu trabajo.
- c. ¿Cuál es la longitud del segmento  $OY'$ ? Muestra tu trabajo.

3. Dado  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$  y  $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$  en el siguiente diagrama, contesta las partes (a) - (c).



- a. Describe la secuencia que muestra la semejanza de  $\triangle ABC$  y  $\triangle A'B'C'$ .
- b. Describe la secuencia que muestra la semejanza de  $\triangle ABC$  y  $\triangle A''B''C''$ .
- c. ¿Es  $\triangle A'B'C'$  semejante a  $\triangle A''B''C''$ ? ¿Cómo lo sabes?