

Una historia de proporciones[®]

Eureka Math[™]

8.º grado Módulo 1

Archivo del estudiante_B

Materiales adicionales para el estudiante

Este archivo contiene:

- G8-M1 Recursos de fluidez y Sprint¹
- G8-M1 Boletos de salida
- G8-M1 Evaluación de la mitad del módulo
- G8-M1 Evaluación final del módulo

¹Tome en cuenta que no todas las lecciones de este módulo incluyen recursos de Sprint o fluidez.

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Copyright © 2017 Great Minds.

Impreso en EE. UU.

Este libro puede comprarse directamente en la editorial en eureka-math.org

10 9 8 7 6 5 4 3 2

G8-M1-SFB-1.1.0-07.2017

Paquete de Sprints y fluidez

Respuestas correctas: _____

Aplicar las propiedades de los exponentes para generar expresiones equivalentes—Ronda 1

Instrucciones: Simplifica cada expresión usando las leyes de los exponentes. Usa el menor número de bases posible y solamente exponentes positivos. Todas las letras denotan números.

1.	$2^2 \cdot 2^3$	
2.	$2^2 \cdot 2^4$	
3.	$2^2 \cdot 2^5$	
4.	$3^7 \cdot 3^1$	
5.	$3^8 \cdot 3^1$	
6.	$3^9 \cdot 3^1$	
7.	$7^6 \cdot 7^2$	
8.	$7^6 \cdot 7^3$	
9.	$7^6 \cdot 7^4$	
10.	$11^{15} \cdot 11$	
11.	$11^{16} \cdot 11$	
12.	$2^{12} \cdot 2^2$	
13.	$2^{12} \cdot 2^4$	
14.	$2^{12} \cdot 2^6$	
15.	$99^5 \cdot 99^2$	
16.	$99^6 \cdot 99^3$	
17.	$99^7 \cdot 99^4$	
18.	$5^8 \cdot 5^2$	
19.	$6^8 \cdot 6^2$	
20.	$7^8 \cdot 7^2$	
21.	$r^8 \cdot r^2$	
22.	$s^8 \cdot s^2$	

23.	$6^3 \cdot 6^2$	
24.	$6^2 \cdot 6^3$	
25.	$(-8)^3 \cdot (-8)^7$	
26.	$(-8)^7 \cdot (-8)^3$	
27.	$(0.2)^3 \cdot (0.2)^7$	
28.	$(0.2)^7 \cdot (0.2)^3$	
29.	$(-2)^{12} \cdot (-2)^1$	
30.	$(-2.7)^{12} \cdot (-2.7)^1$	
31.	$1.1^6 \cdot 1.1^9$	
32.	$57^6 \cdot 57^9$	
33.	$x^6 \cdot x^9$	
34.	$2^7 \cdot 4$	
35.	$2^7 \cdot 4^2$	
36.	$2^7 \cdot 16$	
37.	$16 \cdot 4^3$	
38.	$3^2 \cdot 9$	
39.	$3^2 \cdot 27$	
40.	$3^2 \cdot 81$	
41.	$5^4 \cdot 25$	
42.	$5^4 \cdot 125$	
43.	$8 \cdot 2^9$	
44.	$16 \cdot 2^9$	

Respuestas correctas: _____

Mejora: _____

Aplicar las propiedades de los exponentes para generar expresiones equivalentes—Ronda 2

Instrucciones: Simplifica cada expresión usando las leyes de los exponentes. Usa el menor número de bases posible y solamente exponentes positivos. Todas las letras denotan números.

1.	$5^2 \cdot 5^3$	
2.	$5^2 \cdot 5^4$	
3.	$5^2 \cdot 5^5$	
4.	$2^7 \cdot 2^1$	
5.	$2^8 \cdot 2^1$	
6.	$2^9 \cdot 2^1$	
7.	$3^6 \cdot 3^2$	
8.	$3^6 \cdot 3^3$	
9.	$3^6 \cdot 3^4$	
10.	$7^{15} \cdot 7$	
11.	$7^{16} \cdot 7$	
12.	$11^{12} \cdot 11^2$	
13.	$11^{12} \cdot 11^4$	
14.	$11^{12} \cdot 11^6$	
15.	$23^5 \cdot 23^2$	
16.	$23^6 \cdot 23^3$	
17.	$23^7 \cdot 23^4$	
18.	$13^7 \cdot 13^3$	
19.	$15^7 \cdot 15^3$	
20.	$17^7 \cdot 17^3$	
21.	$x^7 \cdot x^3$	
22.	$y^7 \cdot y^3$	

23.	$7^3 \cdot 7^2$	
24.	$7^2 \cdot 7^3$	
25.	$(-4)^3 \cdot (-4)^{11}$	
26.	$(-4)^{11} \cdot (-4)^3$	
27.	$(0.2)^3 \cdot (0.2)^{11}$	
28.	$(0.2)^{11} \cdot (0.2)^3$	
29.	$(-2)^9 \cdot (-2)^5$	
30.	$(-2.7)^5 \cdot (-2.7)^9$	
31.	$3.1^6 \cdot 3.1^6$	
32.	$57^6 \cdot 57^6$	
33.	$z^6 \cdot z^6$	
34.	$4 \cdot 2^9$	
35.	$4^2 \cdot 2^9$	
36.	$16 \cdot 2^9$	
37.	$16 \cdot 4^3$	
38.	$9 \cdot 3^5$	
39.	$3^5 \cdot 9$	
40.	$3^5 \cdot 27$	
41.	$5^7 \cdot 25$	
42.	$5^7 \cdot 125$	
43.	$2^{11} \cdot 4$	
44.	$2^{11} \cdot 16$	

Respuestas correctas: _____

Aplicar las propiedades de los exponentes para generar expresiones equivalentes—Ronda 1

Instrucciones: Simplifica cada expresión usando las leyes de los exponentes. Usa el menor número de bases posible y únicamente exponentes positivos. Cuando sea conveniente, expresa las respuestas sin paréntesis o como igual a 1. Todas las letras denotan números.

1.	$4^5 \cdot 4^{-4}$	
2.	$4^5 \cdot 4^{-3}$	
3.	$4^5 \cdot 4^{-2}$	
4.	$7^{-4} \cdot 7^{11}$	
5.	$7^{-4} \cdot 7^{10}$	
6.	$7^{-4} \cdot 7^9$	
7.	$9^{-4} \cdot 9^{-3}$	
8.	$9^{-4} \cdot 9^{-2}$	
9.	$9^{-4} \cdot 9^{-1}$	
10.	$9^{-4} \cdot 9^0$	
11.	$5^0 \cdot 5^1$	
12.	$5^0 \cdot 5^2$	
13.	$5^0 \cdot 5^3$	
14.	$(12^3)^9$	
15.	$(12^3)^{10}$	
16.	$(12^3)^{11}$	
17.	$(7^{-3})^{-8}$	
18.	$(7^{-3})^{-9}$	
19.	$(7^{-3})^{-10}$	
20.	$\left(\frac{1}{2}\right)^9$	
21.	$\left(\frac{1}{2}\right)^8$	
22.	$\left(\frac{1}{2}\right)^7$	

23.	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$	
24.	$(3x)^5$	
25.	$(3x)^7$	
26.	$(3x)^9$	
27.	$(8^{-2})^3$	
28.	$(8^{-3})^3$	
29.	$(8^{-4})^3$	
30.	$(22^0)^{50}$	
31.	$(22^0)^{55}$	
32.	$(22^0)^{60}$	
33.	$\left(\frac{1}{11}\right)^{-5}$	
34.	$\left(\frac{1}{11}\right)^{-6}$	
35.	$\left(\frac{1}{11}\right)^{-7}$	
36.	$\frac{56^{-23}}{56^{-34}}$	
37.	$\frac{87^{-12}}{87^{-34}}$	
38.	$\frac{23^{-15}}{23^{-17}}$	
39.	$(-2)^{-12} \cdot (-2)^1$	
40.	$\frac{2y}{y^3}$	
41.	$\frac{5xy^7}{15x^7y}$	
42.	$\frac{16x^6y^9}{8x^{-5}y^{-11}}$	
43.	$(2^3 \cdot 4)^{-5}$	
44.	$(9^{-8})(27^{-2})$	

Respuestas correctas: _____

Mejora: _____

Aplicar las propiedades de los exponentes para generar expresiones equivalentes—Ronda 2

Instrucciones: Simplificar cada expresión usando las leyes de los exponentes. Usa el menor número de bases posible y únicamente exponentes positivos. Cuando sea conveniente, expresen las respuestas sin paréntesis o como igual a 1. Todas las letras denotan números.

1.	$11^5 \cdot 11^{-4}$	
2.	$11^5 \cdot 11^{-3}$	
3.	$11^5 \cdot 11^{-2}$	
4.	$7^{-7} \cdot 7^9$	
5.	$7^{-8} \cdot 7^9$	
6.	$7^{-9} \cdot 7^9$	
7.	$(-6)^{-4} \cdot (-6)^{-3}$	
8.	$(-6)^{-4} \cdot (-6)^{-2}$	
9.	$(-6)^{-4} \cdot (-6)^{-1}$	
10.	$(-6)^{-4} \cdot (-6)^0$	
11.	$x^0 \cdot x^1$	
12.	$x^0 \cdot x^2$	
13.	$x^0 \cdot x^3$	
14.	$(12^5)^9$	
15.	$(12^6)^9$	
16.	$(12^7)^9$	
17.	$(7^{-3})^{-4}$	
18.	$(7^{-4})^{-4}$	
19.	$(7^{-5})^{-4}$	
20.	$\left(\frac{3}{7}\right)^8$	
21.	$\left(\frac{3}{7}\right)^7$	
22.	$\left(\frac{3}{7}\right)^6$	

23.	$\left(\frac{3}{7}\right)^5$	
24.	$(18xy)^5$	
25.	$(18xy)^7$	
26.	$(18xy)^9$	
27.	$(5.2^{-2})^3$	
28.	$(5.2^{-3})^3$	
29.	$(5.2^{-4})^3$	
30.	$(22^6)^0$	
31.	$(22^{12})^0$	
32.	$(22^{18})^0$	
33.	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-5}$	
34.	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-6}$	
35.	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-7}$	
36.	$\left(\frac{6^{-2}}{7^5}\right)^{-11}$	
37.	$\left(\frac{6^{-2}}{7^5}\right)^{-12}$	
38.	$\left(\frac{6^{-2}}{7^5}\right)^{-13}$	
39.	$\left(\frac{6^{-2}}{7^5}\right)^{-15}$	
40.	$\frac{42ab^{10}}{14a^{-9}b}$	
41.	$\frac{5xy^7}{25x^7y}$	
42.	$\frac{22a^{15}b^{32}}{121ab^{-5}}$	
43.	$(7^{-8} \cdot 49)^{-5}$	
44.	$(36^9)(216^{-2})$	

Paquete de Boletos de salida

Nombre _____ Fecha _____

Lección 1: Notación exponencial

Boleto de salida

1.

- a. Expresa lo siguiente en notación exponencial:

$$\underbrace{(-13) \times \cdots \times (-13)}_{35 \text{ veces}}$$

- b. ¿El producto será positivo o negativo? Explica.

2. Llena el espacio en blanco:

$$\underbrace{\frac{2}{3} \times \cdots \times \frac{2}{3}}_{\text{veces}} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

3. Arnie escribió:

$$\underbrace{(-3.1) \times \cdots \times (-3.1)}_{4 \text{ veces}} = -3.1^4$$

¿Arnie está en lo correcto en su anotación? ¿Por qué sí o por qué no?

Nombre _____ Fecha _____

Lección 2: Multiplicar números en forma exponencial

Boleto de salida

Escribe cada expresión usando la menor cantidad de bases posibles.

1. Sean a y b enteros positivos. $23^a \times 23^b =$

2. $5^3 \times 25 =$

3. Sean x y y enteros positivos y $x > y$. $\frac{11^x}{11^y} =$

4. $\frac{2^{13}}{2^3} =$

Nombre _____ Fecha _____

Lección 3: Números en forma exponencial elevados a una potencia

Boleto de salida

Escribe cada expresión como base elevada a una potencia o como el producto de bases elevadas a potencias que es equivalente a la expresión dada.

1. $(9^3)^6 =$

2. $(113^2 \times 37 \times 51^4)^3 =$

3. Sean x, y, z números. $(x^2yz^4)^3 =$

4. Sean x, y, z números y sean m, n, p, q enteros positivos. $(x^m y^n z^p)^q =$

5. $\frac{4^8}{5^8} =$

Nombre _____

Fecha _____

Lección 4: Números elevados a la potencia cero

Boleto de salida

1. Simplifica la siguiente expresión tanto como sea posible.

$$\frac{4^{10}}{4^{10}} \cdot 7^0 =$$

2. Sean a y b dos números. Usa la ley distributiva y después la definición de la potencia de cero para mostrar que los números $(a^0 + b^0)a^0$ y $(a^0 + b^0)b^0$ son iguales.

Nombre _____ Fecha _____

Lección 5: Exponentes negativos y leyes de los exponentes

Boleto de salida

Escribe cada expresión en una forma más simple que sea equivalente a la expresión dada.

1. $76543^{-4} =$

2. Sea f un número diferente de cero. $f^{-4} =$

3. $671 \times 28796^{-1} =$

4. Sean a, b números ($b \neq 0$). $ab^{-1} =$

5. Sea g un número diferente de cero. $\frac{1}{g^{-1}} =$

Nombre _____

Fecha _____

Lección 6: Pruebas de las leyes de los exponentes

Boleto de salida

1. Demuestra directamente que para cualquier entero x diferente de cero, $x^{-5} \cdot x^{-7} = x^{-12}$.

2. Demuestra directamente que para cualquier entero x diferente de cero, $(x^{-2})^{-3} = x^6$.

Nombre _____ Fecha _____

Lección 8: Calcular cantidades

Boleto de salida

La mayoría de los países de habla inglesa usan un sistema de denominación breve en donde un billón, se expresa como 1,000,000,000,000. Otros países usan un sistema de denominación extenso en donde un billón, se expresa como 1,000,000,000,000,000,000,000,000. Expresa cada número como un entero de un dígito multiplicado por una potencia de diez. ¿Cuántas veces es más grande el sistema de denominación extenso que el sistema de denominación breve?

Nombre _____ Fecha _____

Lección 9: Notación científica

Boleto de salida

1. El área total aproximada de la superficie de la Tierra es de $5.1 \times 10^8 \text{ km}^2$. Toda el agua salada de la Tierra tiene un área superficial aproximada de $352,000,000 \text{ km}^2$ y toda el agua dulce de la Tierra tiene un área superficial aproximada de $9 \times 10^6 \text{ km}^2$. ¿Cuánto de la superficie de la Tierra está cubierta por agua, incluyendo el agua salada y el agua dulce? Escribe tu respuesta en notación científica.

2. ¿Cuánto de la superficie de la Tierra está cubierta por tierra? Escribe tu respuesta en notación científica.

3. Aproximadamente, ¿cuántas veces es más grande la cantidad de la superficie de la Tierra que está cubierta por agua en comparación con la cantidad de la superficie de la Tierra que está cubierta por tierra?

Nombre _____

Fecha _____

Lección 11: La eficacia de la notación científica

Boleto de salida

1. Dos de los mamíferos más grandes de la Tierra son la ballena azul y el elefante africano. Una ballena azul macho adulto pesa cerca de 170 toneladas o tonelada larga. (1 tonelada = 1000 kg)

Muestra que el peso de una ballena azul adulta es 1.7×10^5 kg.

2. Un elefante africano macho adulto pesa cerca de 9.07×10^3 kg.

Calcula cuántas veces más pesada es una ballena azul macho adulto que un elefante africano macho adulto (es decir, encuentra el valor de la razón). Redondea tu respuesta final a la unidad más cercana.

Nombre _____

Fecha _____

Lección 12: Elegir la unidad

Boleto de salida

1. La siguiente tabla muestra una cifra aproximada de la deuda nacional al principio de cada década del último siglo. Escoge una unidad que haría más fácil una discusión acerca del crecimiento de la deuda nacional. Indica tu unidad y explica por qué la elegiste.

Año	Deuda en dólares
1900	2.1×10^9
1910	2.7×10^9
1920	2.6×10^{10}
1930	1.6×10^{10}
1940	4.3×10^{10}
1950	2.6×10^{11}
1960	2.9×10^{11}
1970	3.7×10^{11}
1980	9.1×10^{11}
1990	3.2×10^{12}
2000	5.7×10^{12}

2. Usando la nueva unidad que definiste, reescribe la deuda para los años 1900, 1930, 1960 y 2000.

Nombre _____ Fecha _____

Lección 13: Comparar números escritos en notación científica e interpretar la notación científica usando tecnología

Boleto de salida

1. Compara 2.01×10^{15} y 2.8×10^{13} . ¿Cuál número es más grande?

2. La longitud de onda del color rojo es aproximadamente 6.5×10^{-9} m. La longitud de onda del color azul es aproximadamente 4.75×10^{-9} m. Demuestra que la longitud de onda del rojo es más larga que la longitud de onda del azul.

Paquete de evaluaciones

Nombre _____

Fecha _____

1. El número de usuarios de las redes sociales ha aumentado significativamente desde el año 2001. De hecho, el número aproximado de usuarios se ha triplicado cada año. Se informó de que en el 2005 había 3 millones de usuarios de las redes sociales.
- a. Suponiendo que el número de usuarios sigue triplicándose cada año, durante los próximos tres años, determina el número de usuarios en 2006, 2007 y 2008.

- b. Supongamos que la tendencia de que el número de usuarios se triplica cada año fue cierta para todos los años a partir del 2001 hasta el 2009. Completa la siguiente tabla utilizando 2005 como año 1 con 3 millones como el número de usuarios de ese año.

Año	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
# de usuarios en millones					3				

- c. Teniendo en cuenta solo el número de usuarios del 2005 y suponiendo que el número de usuarios se triplica cada año, ¿cómo determinaste el número de usuarios para los años 2, 3, 4 y 5?
- d. Teniendo en cuenta solo el número de usuarios del 2005 y suponiendo que el número de usuarios se triplica cada año, ¿cómo determinaste el número de usuarios en los años 0, -1 - 2 y -3?

- e. Escribe una ecuación para representar el número de usuarios en millones, N , para el año t , $t \geq -3$.
- f. Usando el contexto del problema, explica si la fórmula $N = 3^t$ funcionaría para encontrar el número de usuarios en millones del año t , para todo $t \leq 0$.
- g. Supongamos que el número total de usuarios sigue triplicándose cada año después del 2009. Determina el número de usuarios en el 2012. Teniendo en cuenta que la población mundial al final del 2011 era de aproximadamente 7 mil millones, ¿es lógica esta suposición? Explica tu razonamiento.

2. Sea m un número entero.
- a. Utiliza las propiedades de los exponentes para escribir una expresión equivalente que es un producto de números primos únicos, cada uno elevado a una potencia entera.

$$\frac{6^{21} \cdot 10^7}{30^7}$$

- b. Utiliza las propiedades de los exponentes para demostrar la siguiente identidad:

$$\frac{6^{3m} \cdot 10^m}{30^m} = 2^{3m} \cdot 3^{2m}$$

- c. ¿Qué valor de m puede ser sustituido en la identidad de la parte (b) para encontrar la respuesta a la parte (a)?

3.

a. Jill escribe $2^3 \cdot 4^3 = 8^6$ y el maestro calificó la ecuación como incorrecta. Explica el error de Jill.

b. Encuentra n para hacer el siguiente enunciado numérico verdadero:

$$2^3 \cdot 4^3 = 2^3 \cdot 2^n = 2^9$$

c. Usa la definición de la notación exponencial para demostrar porque $2^3 \cdot 4^3 = 2^9$ es verdadera.

- d. Tú escribes $7^5 \cdot 7^{-9} = 7^{-4}$. Keisha te reta: “¡Demuéstralo!” Muestra directamente por qué tu respuesta es correcta sin hacer referencia a las leyes de los exponentes de números enteros; en otras palabras, $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ para números positivos x y para los números enteros a y b .

Nombre _____ Fecha _____

1. Una compañía te contrató para escribir un reporte sobre los rangos de Wi-Fi de las compañías de Internet. Pidieron que se reporten todos los valores en pies usando notación científica.

Iván's Internet Company asegura que sus puntos de acceso inalámbricos tienen el mayor rango. La compañía afirma que puedes acceder a su señal hasta a 2,640 pies de su dispositivo. Una compañía competidora, Winnie's Wi-Fi, tiene dispositivos que se extienden hasta $2\frac{1}{2}$ millas.

- a. Vuelve a escribir el rango de los dispositivos de acceso inalámbrico de cada compañía en pies usando notación científica, e indica qué compañía realmente tiene el mayor rango (5,280 pies = 1 milla).
- b. Puedes determinar cuántas veces mayor es el rango de una compañía de Internet que el de la otra escribiendo sus rangos como una razón o proporción. Escriban y encuentren el valor de la razón que compara el rango del dispositivo de acceso inalámbrico de Winnie con el dispositivo de acceso inalámbrico de Iván. Escribe un enunciado completo que describa cuántas veces el rango de Wi-Fi de Winnie es mayor que el rango de Wi-Fi de Iván.

- c. UC Berkeley usa Wi-Fi Over Long Distances (WiLD) para crear enlaces punto a punto de larga distancia. UC Berkeley afirma que pueden hacerse conexiones hasta a 10 millas de distancia de su dispositivo. Escribe y encuentra el valor de la razón que compara el rango del dispositivo de acceso inalámbrico de Iván con el dispositivo WiLD de Berkeley. Escribe tu respuesta en un enunciado completo.

2. Aún hay controversia sobre si Plutón debería o no ser considerado un planeta. Aunque comúnmente se define a los planetas por su ruta orbital (la condición que evitó que Plutón siguiera siendo un planeta), la cuestión del tamaño es algo que debe considerarse. La siguiente tabla lista los planetas, incluyendo a Plutón, y sus diámetros aproximados en metros.

<i>Planeta</i>	<i>Diámetro aproximado (m)</i>
Mercurio	4.88×10^6
Venus	1.21×10^7
Tierra	1.28×10^7
Marte	6.79×10^6
Júpiter	1.43×10^8
Saturno	1.2×10^8
Urano	5.12×10^7
Neptuno	4.96×10^7
Plutón	2.3×10^6

- a. Ordena los planetas (incluyendo a Plutón) del más pequeño al más grande.

- b. Comparando solo los diámetros, ¿aproximadamente cuántas veces más grande es Júpiter que Plutón?
- c. Nuevamente, comparando solo los diámetros, ¿aproximadamente cuántas veces más grande es Júpiter que Mercurio?
- d. Imagina que eres un miembro con derecho a voto de la Unión Astronómica Internacional (IAU), y la clasificación de Plutón se basa totalmente en la longitud de su diámetro. ¿Votarías por mantener a Plutón como un planeta o por volver a clasificarlo? ¿Por qué sí o por qué no?

- e. Solo por diversión, Scott imaginó qué tan grande sería un planeta si su diámetro fuera el cuadrado del diámetro de Plutón. Si el diámetro de Plutón, en términos de metros se elevara al cuadrado, ¿cuál sería el diámetro del nuevo planeta? (Escribe la respuesta en notación científica). ¿Crees que cumpliría con los requisitos de tamaño para seguir siendo un planeta? ¿Sería más grande o más pequeño que Júpiter?
3. Tu amigo Pat compró una pecera con un volumen de 175 litros. El folleto del tanque de Pat indica el “dato curioso” de que tomarían 7.43×10^{18} tanques de ese tamaño para llenar todos los océanos del mundo. Pat piensa que ustedes dos pueden calcular rápidamente el volumen de todos los océanos en el mundo usando el dato curioso y el tamaño de su tanque.
- a. Dado que $1 \text{ litro} = 1.0 \times 10^{-12}$ kilómetros cúbicos, vuelve a escribir el tamaño del tanque en kilómetros cúbicos usando notación científica.
- b. Determina el volumen de todos los océanos en el mundo en kilómetros cúbicos usando el “dato curioso”.

- c. Te gustaron tanto los peces de Pat, que te compraste tu propia pecera que puede contener 75 litros más. Pat te pidió que encuentres un “dato curioso” diferente para tu pecera. Pat quiere saber cuántos tanques de este tamaño se necesitarían para llenar el océano Atlántico. El océano Atlántico tiene un volumen de 323,600,000 kilómetros cúbicos.